

逆問題・線形空間そしてNN

Inverse problem, linear space and neural networks

土井達也、早野誠治、斎藤兆古
Tatsuya Doi, Seiji Hayano and Yoshifuru Saito
法政大学 工学部
College of Engineering, Hosei University

Abstract

This paper describes about the physical and mathematical backgrounds of the pilot point solutions on the sampled pattern matching method. Most of the inverse problem in electromagnetic fields reduces to solving for a following integral equation:

$$\mathbf{X} = \int_V \mathbf{G}\mathbf{Y}dV,$$

where $\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{G}$ and V are the known field vector, unknown source vector, Green's function or its space derivative and volume containing the unknown source vector, respectively. Because of the difficulty to evaluate the exact solution vector \mathbf{Y} from the locally measured field of \mathbf{X} , our sampled pattern matching method assumes that the magnitude of a source vector in each position can be represented by the space occupying rate of unit source vector. Physically, this transformation corresponds to the pulse width modulation technique in power electronic engineering. Mathematically, this transformation is that the original governing equation is assumed to be modified

$$\mathbf{X}^{[N]} = \int_P \mathbf{G}^{[N]} \delta dP,$$

where superscript [N] refers to the normalized quantities. Also, δ and P are the vector delta function representing the source vector \mathbf{Y} and $(|\mathbf{G}|/|\mathbf{X}|)V$, respectively.

A methodology to decide the existence of vector delta function is one of the key ideas of the sampled pattern matching method. This paper shows that the sampled pattern matching method is closely related with the linear least squares with nonlinear operation as well as neural networks.

Key words: Inverse problems, Non-destructive testing, Electromagnetic fields

1. はじめに

最近の小型・高速デジタル計算機の普及は有限要素法や境界要素法等で代表される数値解析技術の進歩と普及を促し、その結果、既に数多くの商品化された技術計算用のソフトウェアが販売されるに至っている。このようにデジタル計算機を前提とする数値解析技術によって、大部分の問題が解析可能となった。しかしながら、結果から原因を求める、設計等の最適化問題や逆問題に従来の解析技術を適用した場合、多くの経験的な反復計算が必要となる。これが逆問題解析技術の開発を促す一要素となった。また、超電導現象の量子効果を利用した高感度磁束計が開発され、生体の神経活動に伴う磁場の測定が可能となった。このセンサー技術の進展が、人体の神経活動解明や磁気診断技術等の新しい学術分野開拓の引き金となり、現在、人間の脳機能解明や磁気測定による診断技術の臨床応用等が精力的に行われつつある。このような新しい技術は、測定された磁界から磁界源を探索する逆問題を解くことに帰し、逆問題解析は単なる金属構造物の非破壊検査だけでなく、多くの分野での広範な応用が期待

される問題となりつつある。

このような現状に鑑み、筆者等は逆問題解析の一方法としてSampled pattern matching (試行パターン一致法、以下SPMと略記)法を提唱している。生体系逆問題のみならず媒質推定に関する逆問題にSPM法を適用した結果、WPW心臓病の副伝導路の解明や金属板中の複数個の欠損探査等、良好な結果が期待できることが判明している[1-8]。

本稿は、SPM法に関する

- 1) 物理的意味
- 2) 数学的意味

について述べるものである。

一般に逆問題は不適切問題 (ill posed problem) を解くことに帰し、個々の問題に対して何等かの拘束条件を付加しない限り一意的な解は期待できない。SPM法は可能な限り解の一般性を失なわない拘束条件として、解の大きさを1または0に限定する。

本稿では、この拘束条件が、パワーエレクトロニクスにおける電圧や電流の振幅をパルス幅で表す時比率 (Pulse width modulation, 以下 PWMと略記) 制御に対応する "空間に関するPWM表現" であることを示す。また、数学的には、このPWM表現が数値

を持つ最小2乗法近似の反復によって行われることを示す。このPWM表現への変換のプロセスは数値演算を必要とすることからNeural Networks (以下NNと略記)の理論で表わされることも示す。

2. 電磁界系逆問題

2.1. 逆問題の分類

簡単のため、静磁界系の支配方程式について考えよう。クーロンゲージを仮定した静磁界系の支配方程式は

$$\left(\frac{1}{\mu}\right)\nabla^2\mathbf{A} = -\mathbf{J}_s \quad (1)$$

で与えられる。ここで、 \mathbf{A} 、 \mathbf{J}_s および μ はそれぞれ磁気ベクトルポテンシャル、電流密度および透磁率である。

空気中の透磁率を μ_0 とすれば、(1)式は(2)式のように変形できる。

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{\mu_0}\right)\nabla^2\mathbf{A} &= -\mathbf{J}_s - \left[\left(\frac{1}{\mu}\right) - \left(\frac{1}{\mu_0}\right)\right]\nabla^2\mathbf{A} \\ &= -\mathbf{J}_s - \mathbf{J}_E \end{aligned} \quad (2)$$

(2)式で、 \mathbf{J}_E は媒質(透磁率)の違いに起因する等価電流密度である。

Green関数 G を用いて(2)式のベクトルポテンシャル \mathbf{A} は次式で与えられる。

$$\mathbf{A} = \int_V G\mu_0\mathbf{J}_s dV + \int_V G\mu_0\mathbf{J}_E dV \quad (3)$$

\mathbf{X} 、 \mathbf{Y}_s 、 \mathbf{Y}_E をそれぞれフィールドベクトル、フィールド源ベクトルさらに媒質の相違に起因する等価フィールド源ベクトルとすれば、(3)式は次式のように一般化される。

$$\mathbf{X} = \int_V G\mathbf{Y}_s dV + \int_V G\mathbf{Y}_E dV \quad (4)$$

但し、(4)式で G はグリーン関数またはその空間微分とする。

(4)式で、フィールド源ベクトル \mathbf{Y}_s と等価フィールド源ベクトル \mathbf{Y}_E 間には、

$$\mathbf{Y}_E = f(\mathbf{Y}_s) \quad (5)$$

が成り立つ。

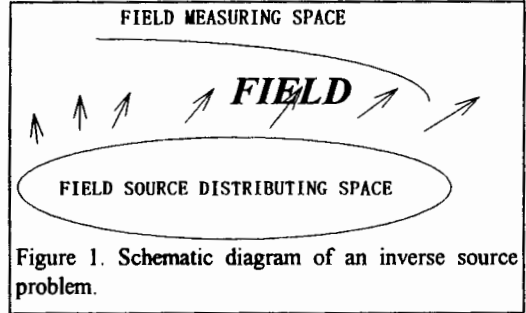


Figure 1. Schematic diagram of an inverse source problem.

(a)媒質推定に関する逆問題 いま、(4)式のベクトル \mathbf{X} の部分ベクトル $\Delta\mathbf{X}_p$ とフィールド源ベクトル \mathbf{Y}_s が与えられ、問題空間で媒質の異なる領域を求める問題を考える。(4)式のベクトル \mathbf{X} がフィールド源ベクトル \mathbf{Y}_s と等価フィールド源ベクトル \mathbf{Y}_E それぞれに起因するベクトル \mathbf{X}_s と \mathbf{X}_E に分けて書くと、

$$\mathbf{X}_s + \mathbf{X}_E = \int_V G\mathbf{Y}_s dV + \int_V G\mathbf{Y}_E dV \quad (6)$$

となる。(4)式と(6)式から、等価フィールド源 \mathbf{Y}_E に起因するフィールドベクトル \mathbf{X}_E の部分ベクトル $\Delta\mathbf{X}_E$ は

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{X}_E &= \Delta\mathbf{X}_p - \Delta\mathbf{X}_s \\ &= \int_V G\mathbf{Y}_E dV \end{aligned} \quad (7)$$

で与えられる。(7)式で、 $\Delta\mathbf{X}_s$ は既知フィールド源 \mathbf{Y}_s が問題空間をすべて既知媒質とした場合のフィールドベクトル \mathbf{X}_s の部分ベクトルである。従って(7)式は、部分ベクトルフィールド $\Delta\mathbf{X}_E$ が与えられて等価フィールド源 \mathbf{Y}_E を求める逆問題の支配方程式であり、(7)式の形式で記述される問題を媒質推定に関する逆問題(Inverse Parameter Problem、以下IP問題と略記)と呼ぶ。金属で構成される構造物の多くの非破壊検査はこのIP問題を解くことに帰する[5-7]。

b)フィールド源推定に関する逆問題 (4)式で、問題空間の媒質は全て既知とし、全ベクトル \mathbf{X} の部分ベクトル $\Delta\mathbf{X}_p$ が与えられたとすれば、(4)式は

$$\Delta\mathbf{X}_p = \Delta\mathbf{X}_s = \int_V G\mathbf{Y}_s dV \quad (8)$$

となる。(8)式で、フィールド $\Delta\mathbf{X}_s$ はフィールド源 \mathbf{Y}_s が問題空間をすべて既知媒質とした場合のフィールドベクトル \mathbf{X}_s の部分ベクトルである。(8)式から、フィールド $\Delta\mathbf{X}_s$ と問題空間の媒質が与えられたとき、フィールド源 \mathbf{Y}_s を求める問題をフィールド源推定に関する逆問題(Inverse Source Problem、以下IS問題と略記)と呼ぶ。このIS問題は、IP問題のよう

な拘束条件(5)式などが無く部分ベクトル ΔX_p しか与えられないため、解くことは困難であり、一意的な解(フィールド源 Y_s)を期待出来ない。しかし、生体系や環境電磁気学の多くの問題がこのIS問題を解くことに帰する。また、IP問題で、(5)式の関係を満たす全ての部分ベクトル ΔX_p が与えられない場合、IS問題と同様に一意的な解が期待出来ない。すなわち、逆問題は如何に個々の問題に対して拘束条件を設定するかで異なる解が得られることを意味する。

以上のことから、本稿で議論する逆問題はIS問題としよう。

2.2. SPM法

a)システム方程式 SPM法では可能な限り解の一般性を失わない拘束条件として、解の大きさを単位値1または0に限定する。この拘束条件を導入するために、(8)式を次式のように変形する。

$$\Delta X_p^{[N]} = \int_P G^{[N]} \delta dP \quad (9)$$

(9)式で、上添え[N]はノルムで正規化されていることを示し、 δ と P はそれぞれ、 Y_s を表すベクトルデルタ関数と $(|G|/|\Delta X_p|)V$ である。

(9)式で、問題領域 V を m 個の微小領域に分割し、各微小領域の中で正規化されたGreen関数 $G^{[N]}$ を一定値として

$$\Delta X_p^{[N]} = \sum_{i=1}^m \Delta P_i G_i^{[N]} \quad (10)$$

$$= DP$$

を得る。 n をフィールドの測定点数、すなわち ΔX_p を n 次のベクトルとすれば、 D は n 次の行列 $G_i^{[N]}(i=1,2,\dots,m)$ からなる n 行 m 列の長方形列となる。また、 P は $\Delta P_i(i=1,2,\dots,m)$ を要素とする m 次の行ベクトルである。(10)式がIS問題の支配方程式である。

b)SPM変換 最小2乗法的方法で解ベクトル P を求めるため、(10)式の両辺に転置したシステム行列 D^T を掛け算する。すなわち

$$D^T \Delta X_p^{[N]} = D^T DP \quad (11)$$

を計算する。(11)式右辺の行列 $D^T D$ は、行列 D を構成する列ベクトル $G_i^{[N]}(i=1,2,\dots,m)$ が線形独立であれば、逆行列を持ち、解ベクトル P は、

$$P = [D^T D]^{-1} D^T \Delta X_p^{[N]} \quad (12)$$

により得られる。しかし、列ベクトル $G_i^{[N]}(i=1,2,\dots,m)$ は本来連続なGreen関数を離散化し

て得られたものであるから、線形独立でないため(12)式の演算で解ベクトル P は得られない。(12)式で行列 $D^T D$ は、システム行列 D を構成する列ベクトル $G_i^{[N]}(i=1,2,\dots,m)$ がそれぞれのノルムで正規化されているため、対角要素が全て1、残りの非対角要素が1未満の m 次の正方行列である。従って、行列 $D^T D$ を近似的に m 次の単位行列と見なせば、(11)または(12)式から解ベクトル P が得られる。この近似解は因子分析法による結果と一致する。すなわち因子分析による解ベクトル P の要素 $\Delta P_i, (i=1,2,\dots,m)$ は

$$\Delta P_i = \frac{\Delta X_p^T \cdot G_i}{|\Delta X_p| |G_i|}, \quad i=1,2,\dots,m \quad (13)$$

で与えられる。

(13)式で、解ベクトル P を構成する要素 $\Delta P_i, (i=1,2,\dots,m)$ をパターン一致指数と呼ぶこととする。SPM法は、このパターン一致指数の最大値をとる要素だけを単位値1とし、残りを全て零とする。このパターン一致指数が最大値をとる要素を ΔP_h とすれば、(10)式は

$$\Delta X_p^{[N]} = \sum_{i=1}^m \Delta P_i [G_h + G_i]^{[N]} \quad (14)$$

$$= D' P'$$

と変形できると仮定する。(14)式で D' と P' はそれぞれ n 行 $m-1$ 列の長方形列と $m-1$ 次の列ベクトルである。 ΔP_h を求めたのと同様にして、

$$[D']^T X_p^{[N]} = [D']^T D' P' \quad (15)$$

で最大値をとる要素が単位値1をとり、残りを全て零とする。(10)-(15)式と同様なプロセスを続けることでフィールド源 Y_s は単位パルスの組み合わせ、すなわち、PWMの形 P に変換される。この変換をSPM変換と呼ぶ。

図2にSPM変換の例を示す。図2は、図1で電流分布領域をフィルム状の導体とし、フィルム状導体の上方に位置するフィルムと平行な線上の法線方向磁界分布をSPM変換して得られたPWM表現の電流分布である。電流密度が小さい部分はパルス数が疎になり、電流密度が大の領域はパルス数が密になっていることがわかる。

尚、この例題では、パルス数はパターンマッチング指数が最大になるまでSPM変換を行った。正規化された部分ベクトル $\Delta X_p^{[N]}$ とシステム行列 D, D' を用いて、最小2乗法的方法でSPM変換を行い、フィールド源 Y_s をPWM表現 P として求めた。ここでは、PWM表現 P から部分ベクトル $\Delta X_p^{[N]}$ の再現を考える。

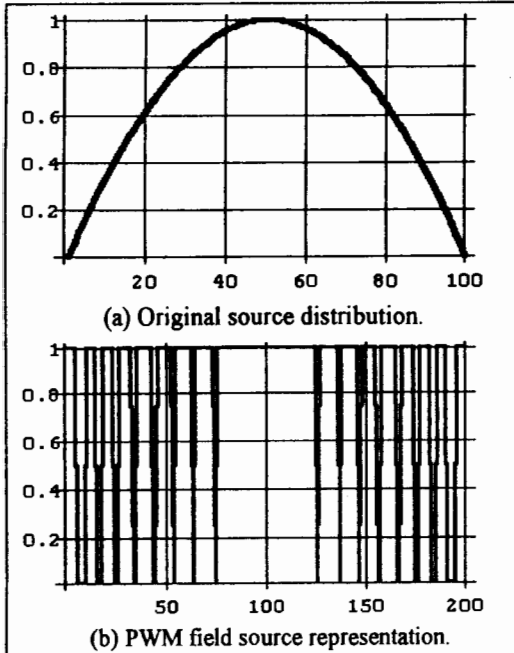


Figure 2. An example of the PWM representation of the field source Y_s pattern. (a) Original field source pattern Y_s , and (b) its PWM representation P .

これはSPM変換によって得られたベクトル P を(10)式に代入することで行われる。

図3(a)と(b)にそれぞれ図2(a)の原フィールド源 Y_s とPWM表現のフィールド源 P による部分ベクトル $\Delta X_p^{[N]}$ の分布を示す。この結果から、測定によって与えられる部分ベクトル $\Delta X_p^{[N]}$ はSPM変換によるPWM表現のフィールド源 P によっても再現されることがわかる。これは、PWM表現の解パターンは近似的にせよ一意的に求められることを意味する。

c) SPM逆変換 ここではPWM表現 P から原フィールド源 Y_s を求めることを考える。すなわちSPM逆変換である。フィールド源のPWM表現 P を(10)式に代入して得られる部分ベクトルを $\Delta X_p^{[N]}$ と書けば、SPM逆変換は

$$\begin{aligned} S &= D^T [X_p^{[N]}] \\ &= -D^T DP \end{aligned} \quad (16)$$

で与えられる。(16)式で、 S はPWM表現から原フィールド源 Y_s の形へ変換されたフィールド源であり、スペクトラム解と呼ばれる。

図4にスペクトラム解 S の例を示す。図4(a)と(b)は、それぞれフィールドの測定点数を20および40とした場合である。図4の結果は、明らかにフィールドの測定点数、すなわち部分ベクトル $\Delta X_p^{[N]}$ の次数を増加すればスペクトラム解 S の収束性が向上

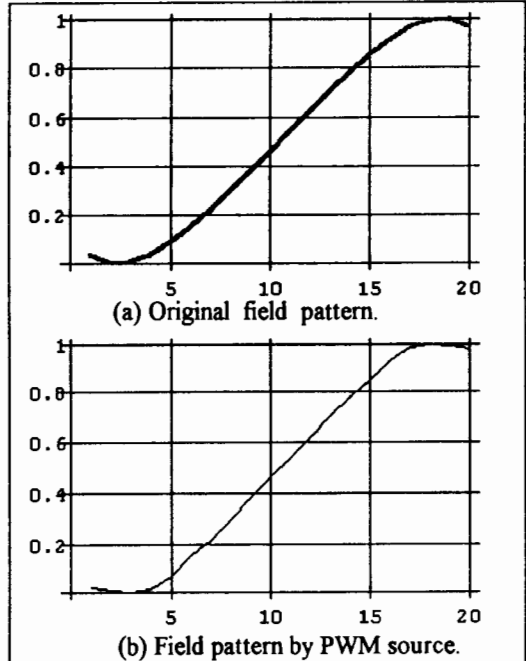


Figure 3. Field pattern of ΔX_p . (a) Originally given field pattern of ΔX_p by Y_s , and (b) the field pattern given by the PWM field source P .

することを示している。

d) SPM変換の出発値問題 SPM変換は出発値の設定によって収束性が異なる。PWM表現の解ベクトル P の要素を全て零 $\Delta P_i = 0, (i=1, 2, \dots, m)$ として出発し、単位値1を追加する追加法と、解ベクトル P の要素を全て単位値 $\Delta P_i = 1, (i=1, 2, \dots, m)$ として出発し、単位値1を削除する削除法がある。どちらの方法を採用するかは問題に依存する。

本稿では、最大パターン一致指数が大きい削除法を採用した。

2. 3. SPM法の物理的・数学的概念

a) 物理的概念 パワーエレクトロニクス回路で直流電力を制御する場合、変圧器が使えないため印加電圧を断続することで平均的に電力を制御する方法が広範に行われる。いわゆるDCチョッパーである。また、電子回路に直流電力を供給する電源では、直流電圧を断続することで交流に変換して電力を制御する方式や、直流を正弦波交流へ変換する場合に直流電圧を所望の出力交流電圧の振幅に応じて断続する方式のインバータもある。このように、直流を断続することで電力や波形を制御する方式をPWM制御と呼ぶ。

パワーエレクトロニクス分野のPWM制御は時間領域に関するものであるが、SPM法はフィールド源分布を空間領域のPWM表現とみなして求める。これがSPM法の拘束条件である。このような意味合いから、SPM法は最初から厳密にIS問題の解を求めようとせず、極めて緩い拘束条件で解の近似的分布を求めることを目的としている。しかし、近似の精度は図4の

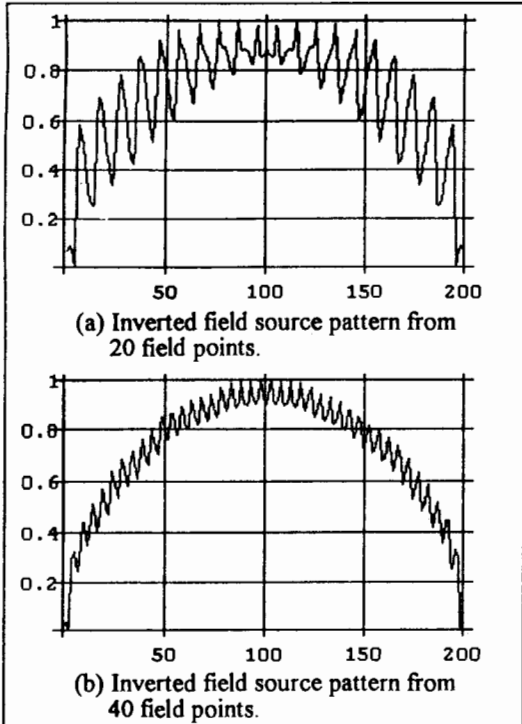


Figure 4. Spectrum solution S inverted solution from the PWM representation P by (17). (a) Solutions from 20 and (b) 40 field measured points.

結果から明らかなように離散化数の増加に伴い向上する。

パワーエレクトロニクス回路のPWM制御はパワーMOS-FETのような能動素子を必要とするが、SPM法では最大値のみを取り出す数値演算を必要とする。これはパワーエレクトロニクス回路と逆問題、何れの場合もPWMを行うために何等かの非線形な操作を必要とすることを意味する。SPM法は本来パワーエレクトロニクスのPWM制御技術を逆問題解析へ応用した方法であるが、PWM制御をデジタルで行う場合にSPM法のアルゴリズムが適用可能であることは極めて興味深い。

b) 数学的観念 フィールド源推定に関する逆問題は一般に式の数が未知数よりも圧倒的に少ないシステム方程式を解くことに帰する。従来の線形代数で、このようなシステム方程式を解く方法として一般化逆行列法がある。この一般化逆行列に解のノルムが最小になる拘束条件を付加することで一意的な解が得られる。この解を最小ノルム解と呼び、これはベクトルの直交性を利用するGram-SchmidtやQR分解等の結果と一致する。実際の逆問題でこの最小ノルム条件が成り立つであろうか、答えは否である。理由は簡単で、もし全フィールドベクトルが与えられれば、フィールドによって空間に貯えられるエネルギーは最小となるため、この最小ノルム解は正しい解となるであろう。しかし、この場合は明らかに逆問題とはならない。逆問題では、

与えられるのが部分フィールドベクトルだけであるため、局所的な空間のエネルギー最小条件が全空間のエネルギー最小条件とならない。従って、最小ノルム解が正しい解を与えることは保証されない。

換言すれば、フィールド源推定に関する逆問題は一意的な解が存在しないことが証明されているにも拘らず、従来の線形空間論は何等かの拘束条件を付加することで一意的な解を与える。これは逆問題の解が拘束条件に大きく依存することを意味する。

以上の議論から逆問題解析のキーポイントが如何に拘束条件を設定するかにあることは自明であろう。SPM法では、最初から一意的な解を求めようとせず、解が離散化された空間の1点で単位値1または0しか取らないとする拘束条件を設定し、1または0の空間的分布度合で解の分布パターンを求める方法である。この拘束条件は、図2に示されているように、空間に分布する図2(a)の正しいフィールド源を直接求めるのではなく、図2(b)のPWM表現で求めようとするを意味し、極めて一般的な拘束条件である。問題は、与えられた部分フィールドベクトル $\Delta X_p^{[N]}$ とシステム行列 D から解ベクトル P の要素が1または0を取るかを如何にして決定するかである。

式の数が未知数の数より多い場合に近似解を求める方法として最小2乗法が広範に利用されている。SPM法はこの最小2乗法的な方法でベクトル P の要素を1または0かを決める。逆問題では、仮にシステム行列 D を構成する列ベクトル $G_i^{[M]}$ ($i=1,2,\dots,m$)が線形独立であっても(12)式右辺の行列 $D^T D$ の逆行列は得られない。しかし、システム行列 D を構成する列ベクトル $G_i^{[M]}$ ($i=1,2,\dots,m$)がノルムで正規化されているため、行列 $D^T D$ の対角要素は全て1、非対角要素は全て1未満の値を持つ m 次の対称行列である。この性質から、行列 $D^T D$ を単位行列とみなすと、(11)式左辺の演算は(13)式に示されたように因子分析解となる。SPM法はこの因子分析解の全てを採用せず、最大値を取る点のみを単位入力1とする。これは、近似的な最小2乗法または因子分析で、 m 個の点で解ベクトルを表そうとせず、最も支配的な1点で第1近似を得ることを意味する。同様に(14)、(15)式の演算は $m-1$ 個の点の中で最も支配的な1点を求め、第2近似を得ることを意味する。

以上を要約すれば、SPM法は近似的な最小2乗法または因子分析法に最大値のみを取り出す非線形な数値演算を行うことでフィールド源 Y_s をPWM表現として求める方法である。最後に、(16)式のSPM逆変換はPWM表現から得られる部分フィールドベクトル $\Delta X_p'$ の因子分析解に対応する。

2. 4. Neural Networks

a) NNと逆問題 フィールド源推定に関する逆問題、すなわちIS問題は線形空間論の最小2乗法に数値演算を行うSPM法で近似解が求められることがわかった。逆問題は式の数と未知数の数が一致しないシステム方程式を解くことに帰するが、NNではNetworkのパラメータを多入力信号と教師信号で学習

させて決定し、任意の入力信号に応じてあらかじめ学習した結果を出力する一種のフィルターである。興味ある点は、NNは単に学習によってNetworkパラメータを決めるだけでなく、出力時にリミッター回路、すなわち数居値演算を行うことである。換言すれば、NNのNetworkパラメータを求める学習演算は、入出力信号の数よりも決定すべきパラメータ数の方が多く、さらに任意の入力信号に対して数居値演算を行い出力を決定する過程は、SPM法でフィールド源をPWM表現で推定する演算に他ならない。

b) NNによる説明 SPM法を具体的にNNの形で説明しよう。SPM法のシステム方程式(11)は、部分フィールドベクトル ΔX_p がグリーン関数によって決まるベクトル $G_i^{[N]} (i=1,2,\dots,m)$ の線形結合で表されるとしている。これは、NNでは入力信号が $G_i^{[N]} (i=1,2,\dots,m)$ で与えられることを意味する。従って、

入力信号	教師信号
$G_1^{[N]}$	$\Gamma_1 = [1, 0, 0, \dots, 0]^T$
$G_2^{[N]}$	$\Gamma_2 = [0, 1, 0, \dots, 0]^T$
.....	
$G_m^{[N]}$	$\Gamma_m = [0, 0, 0, \dots, 1]^T$

であるから、Networkパラメータは

$$W_1 = \sum_{i=1}^m \Gamma_i (G_i^{[N]})^T \quad (17)$$

として解析的に決定される。このパーセプトロンに部分フィールドベクトル $\Delta X_p^{[N]}$ が入力されると、

$$\Gamma^{[1]} = W_1 \Delta X_p^{[N]} \quad (18)$$

となる。出力ベクトル $\Gamma^{[1]}$ の要素は(13)式の因子分析解と一致するが、最大値を数居値として単位値1を出力する。

最大値を取る $\Gamma^{[1]}$ の要素を ΔP_h とすれば、第2のパーセプトロン W_2 は

入力信号	教師信号
$(G_h + G_1)^{[N]}$	$\Gamma_1 = [1, 0, 0, \dots, 0]^T$
$(G_h + G_2)^{[N]}$	$\Gamma_2 = [0, 1, 0, \dots, 0]^T$
.....	
$(G_h + G_m)^{[N]}$	$\Gamma_m = [0, 0, 0, \dots, 1]^T$

であるから、Networkのパラメータは

$$W_2 = \sum_{i=1}^{m-1} \Gamma_i (G_i^{[N]})^T \quad (19)$$

として決められる。この第2パーセプトロンに部分フィールドベクトル $\Delta X_p^{[N]}$ が入力されると、

$$\Gamma^{[2]} = W_2 \Delta X_p^{[N]} \quad (20)$$

の出力が得られ、これは(15)式と一致する。数居値はベクトル $\Gamma^{[2]}$ の要素の最大値とすれば、SPM法で2番目の単位入力を求める演算と全く一致する。

以上の関係から、SPM法は線形空間の最小2乗法または因子分析法に非線形の数居値演算を行うことでフィールド源をPWM表現に変換する。この過程がNNで説明できる。これはNNも最小2乗法または因子分析法に数居値演算を行う方法と解釈できることを意味する。

3. まとめ

本稿では、電磁界系逆問題を具体的な例として取り上げ、逆問題が媒質推定に関する逆問題とフィールド源推定に関する逆問題に分類できることを述べた。この中で、フィールド源推定に関する逆問題を中心として、SPM法による解析法を最小2乗法、因子分析法、さらにNNの理論を用いて述べた。

その結果、SPM法は最小2乗法に非線形演算となる数居値を適用することでPWM表現の近似解を得る方法であることが判明した。また、ホップフィールド型NNでSPM法が説明できることを示した。

尚、本稿で取り上げた計算例は全て数学演算パッケージMathematicaで行った。Mathematicaの有用性を御教示頂いた三菱電機中央研究所の依田潔博士に感謝致します。

参考文献

- [1] Y. Saito, et al., J. Appl. Phys., Vol. 67, No.9, May 1990, pp.5830-5832.
- [2] Y. Saito, et al., Nonlinear Phenomena in Electromagnetic Fields, T.Furuhashi and Y.Uchikawa (Editors), Elsevier Pub., 1992, pp. 185-188.
- [3] H.Saotome, et al., Int. J. Appl. Electromagn. Mater., Vol. 3, 1993, pp. 297-306.
- [4] H. Saotome, et al., IEEE Trans. Magn. Vol. MAG-29, No. 2, 1993, pp. 1389-1394.
- [5] H. Saotome, et al., IEEE Trans. Magn. Vol. MAG-29, No. 2, 1993, pp. 1861-1864.
- [6] T. Doi, et al., J. Appl. Phys., in printing.
- [7] T. Doi, et al., IEEJ-A, Vol. 113, No.4, 1994, pp. 290-295.
- [8] K. Kitsuta, et al., Nonlinear Phenomena in Electromagnetic Fields, T.Furuhashi and Y.Uchikawa (Editors), Elsevier Pub., 1992, pp. 77-80.