

プリント基板上の電流分布解析法の提案

Approach of Current Distribution Analysis on Printed Circuit Board

土井達也¹⁾ 吉田史郎²⁾ 増田則夫²⁾ 遠矢弘和²⁾ 斎藤兆古³⁾
 Tatsuya Doi, Shiro Yoshida, Norio Masuda, Hirokazu Tohya and Yoshifuru Saito

¹⁾足利工業大学 ²⁾日本電気株式会社 ³⁾法政大学工学部
¹⁾ Ashikaga Institute of Technology, ²⁾ NEC Corporation, ³⁾ Hosei University

In the present paper, we formulate an inverse problem for identifying both of unknown scalar and vector potentials out of known vectors in two-dimensional current fields. The solution methodology to this inverse problem is the minimum norm method. Intensive numerical simulations were carried out in order to verify our methodology. Also, we have applied our method to the practical PCB used for the mother board of computer.

キーワード：ヘルムホルツの定理，最小ノルム法，EMC問題
 (Helmholtz theorem, Minimum norm method, EMC problems)

1. はじめに

近年、電子機器の高周波化に伴い、電子機器から漏洩する電磁界を取り扱う EMC (Electromagnetic Compatibility) 問題が社会問題となっている。特に、漏洩磁界は、電子機器間の相互干渉や誤動作を引き起こすことが知られている。漏洩磁界源推定問題のように、局所的に測定されたフィールド分布からそのフィールド源を推定する逆問題は、フィールド源推定問題と呼ばれ、一般に、一意的な解が得られない。

このため、ノートパソコンからの漏洩磁界源推定問題に対して、逆問題の一解析法である Sampled Pattern Matching 法(以

後、SPM 法と略記)を適用し、主要な漏洩磁界源である電流分布がある程度推定可能であることを報告した[1, 2]。しかし、推定された電流分布には測定誤差や推定誤差が多かれ少なかれ含まれる。このため、漏洩磁界源となる電流分布のみを抽出する必要がある。

ヘルムホルツの定理によれば、任意のベクトルは、回転成分と発散成分の和として表現される[3]。一方、電流ベクトルの回転成分はループ状の電流分布を形成するために、ループアンテナと同様な働きをする。従って、電流ベクトルの回転成分が主要な漏洩磁界源となっていると考えられる。

本稿では、漏洩磁界源の主要成分である電流ベクトル分布の回転成分を同定する

ため、電流ベクトル分布の回転成分と発散成分を抽出する方法を提案する。電流ベクトル分布から回転成分と発散成分を求める問題は、不適切なシステム方程式を解くことに帰する。このため、本方法では最小ノルム法を用いて、回転・発散成分を求める。本方法の要点は、電流ベクトルの回転成分と発散成分を最小ノルム法を用いて抽出するところにある。

二次元電流ベクトル分布モデルを考え、既知の電流ベクトルから、その回転成分と発散成分を最小ノルム法を用いて同定する例題を取り上げ、提案する方法の有効性および妥当性を検証する。さらに、実際のコンピュータのマザーボード基板上の推定電流ベクトル分布へこの方法を適用し、漏洩磁界源となるループアンテナ状の電流分布が抽出可能であることを報告する。

2. 回転・発散成分同定法

2.1. 基本式

ヘルムホルツの定理によれば、任意のベクトル \mathbf{F} は

$$\mathbf{F} = \nabla \times \mathbf{V} + \nabla \phi \quad (1)$$

と表される。ここで、 \mathbf{V} と ϕ は、それぞれ、ベクトルポテンシャルとスカラーポテンシャルである。(1)式は、任意のベクトルが、回転成分と発散成分の和として表現できることを示す。

2.2. 二次元ベクトル場

いま、図1に示すような、二次元 XY 平面中の任意のベクトルのスカラーポテンシャル ϕ と Z 方向のベクトルポテンシャル V_z を同定する問題を考える。

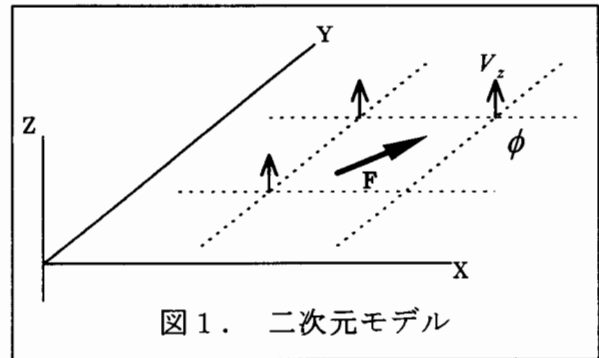


図1. 二次元モデル

二次元ベクトル場では、回転成分と発散成分は

$$\nabla \times \mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_x & \mathbf{i}_y & \mathbf{i}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & V_z \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$= \mathbf{i}_x \frac{\partial V_z}{\partial y} - \mathbf{i}_y \frac{\partial V_z}{\partial x}$$

$$\nabla \phi = \mathbf{i}_x \frac{\partial \phi}{\partial x} - \mathbf{i}_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (3)$$

で与えられる。

(1)式を離散化すると、ベクトル \mathbf{F} は回転成分 $\mathbf{F}_V (= \nabla \times \mathbf{V})$ と発散成分 $\mathbf{F}_S (= -\nabla \phi)$ の和で以下のように表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \mathbf{F}_V + \mathbf{F}_S \\ &= D_V \mathbf{V} + D_S \Phi \\ &= (D_V \quad D_S) \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \Phi \end{bmatrix} \\ &= A \mathbf{f} \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 A は、回転成分システム行列 D_V と発散成分システム行列 D_S を要素とする長方システム行列である。

換言すれば、既知のベクトルから未知のスカラーおよびベクトルポテンシャルを求める問題は、式の数よりも未知数が多いシステム行列をもつ不適切な問題を解くことに帰する。

2.3. 最小ノルム法

(4)式のような不適切なシステム方程式を解く一方法に最小ノルム法がある。最小

ノルム法は、ノルムが最小値を取る一意的な解を得る方法である[4]。

(4)式の最小ノルム解は

$$\mathbf{f} = A^T(AA^T)^{-1} \quad (5)$$

で与えられる。(5)式の最小ノルム解からベクトルポテンシャル V とスカラポテンシャル Φ が得られる。

さらに、ベクトルポテンシャル V の回転演算を取ることで、ベクトル \mathbf{F} の回転成分が得られる。同様に、スカラポテンシャル Φ の勾配演算を取ることで、ベクトル \mathbf{F} の発散成分が得られる。

2.4. シミュレーション

図 2(a)に、観測された任意のベクトル分布を示す。図 2(b)と 2(c)は、最小ノルム解として得られたベクトル分布[図 2(a)]のベクトルポテンシャル分布とスカラポテンシャル分布を示す。

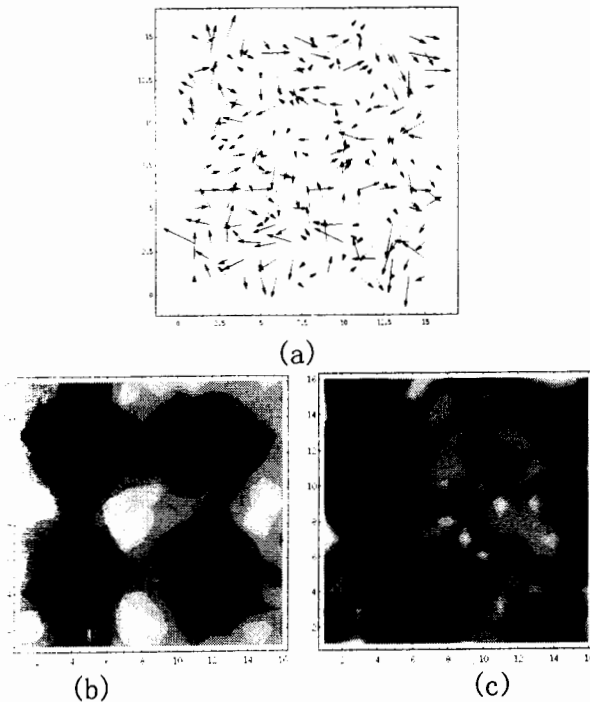


図 2. 例題。(a)観測されたベクトル分布、(b)最小ノルム解によるベクトルポテンシャル分布、(c)最小ノルム解によるスカラポテンシャル分布。

図 3(a)は、ベクトルポテンシャル分布[図 2(b)]の回転演算を行うことによって得られた、ベクトル分布[図 2(a)]の回転成分ベクトル分布を示す。図 3(b)は、ベクトルポテンシャル分布[図 2(b)]の勾配演算を行うことによって得られた、ベクトル分布[図 2(a)]の発散成分ベクトル分布を示す。図 3(c)は、回転成分ベクトル分布[図 3(a)]と発散成分ベクトル分布[図 3(b)]から再合成されたベクトル分布を示す。図 3(c)は、元のベクトル分布[図 2(a)]とほぼ等しい。

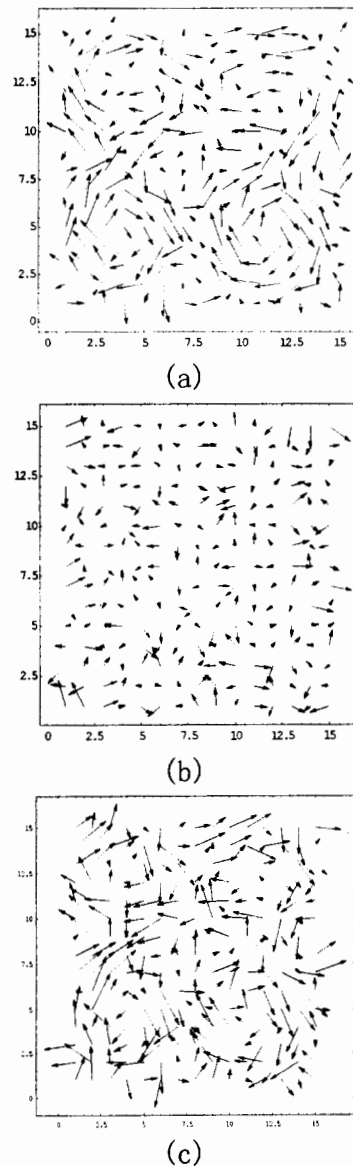


図 3. (a)回転成分ベクトル分布、(b)発散成分ベクトル分布、(c)回転成分[図 3(a)]と発散成分ベクトル[図 3(b)]から再合成されたベクトル分布。

図 3(a)の結果は、元のベクトルの支配的な成分である回転成分が抽出可能であることを示す。また、図 3(a)の結果は、回転成分[図 3(a)]および発散成分[図 3(b)]ベクトル分布から再合成可能であることを示す。

3. プリント基板上の電流分布

3.1. 電流分布推定

図 4 に、SPM法によるプリント基板上の漏洩磁界源推定結果の一例を示す[1, 2]。図 4(a)と 4(b)は、それぞれ、プリント基板の概略図とプリント基板上の測定磁界分布を示す。スペクトラムアナライザを用いて、CPUのクロック周波数である 80[MHz]の磁界を測定した。図 4(c)は、測定磁界分布[図 4(b)]から推定された電流分布を示す。

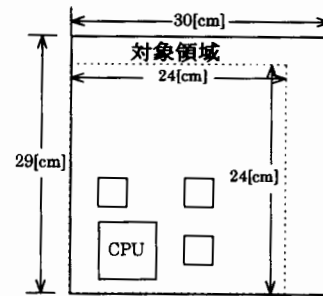
3.2. 電流ベクトルの回転・発散成分同定

最小ノルム解による回転・発散成分同定法を用いて、漏洩磁界源となるループ状の電流成分を推定電流分布[図 4(c)]から抽出する。

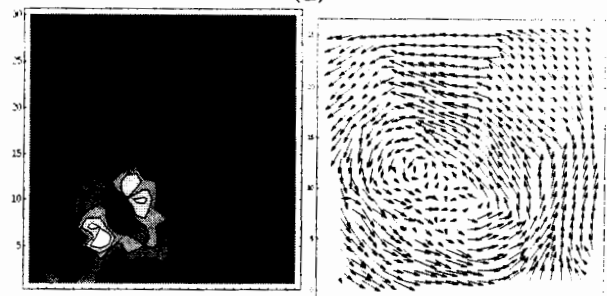
図 5(a)および 5(b)に、それぞれ、ベクトルポテンシャルとスカラーポテンシャル分布を示す。

図 6(a)および 6(b)に、それぞれ、電流分布の回転成分と発散成分のベクトル分布を示す。図 6(c)に、回転成分ベクトルと発散成分ベクトルの和を取ることによって再合成された電流分布を示す。図 6(c)の再合成された電流分布は、図 4(c)の元の電流分布にほぼ等しい。

明らかに、図 6(a)の回転成分電流ベクトル分布はループ状になっている。これは、電流の回転成分が、ループアンテナと同様の働きをする漏洩磁界源として機能していることを意味する。



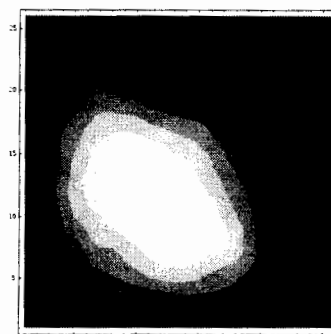
(a)



(c)

(b)

図 4. (a) コンピュータのマザーボード基板の概略図, (b) 基板上の測定磁界分布, (c) 電流分布推定結果。



(a)



(b)

図 5. (a) 推定電流分布[図 4(b)]のベクトルポテンシャル分布, (b) 推定電流分布[図 4(b)]のスカラーポテンシャル分布。

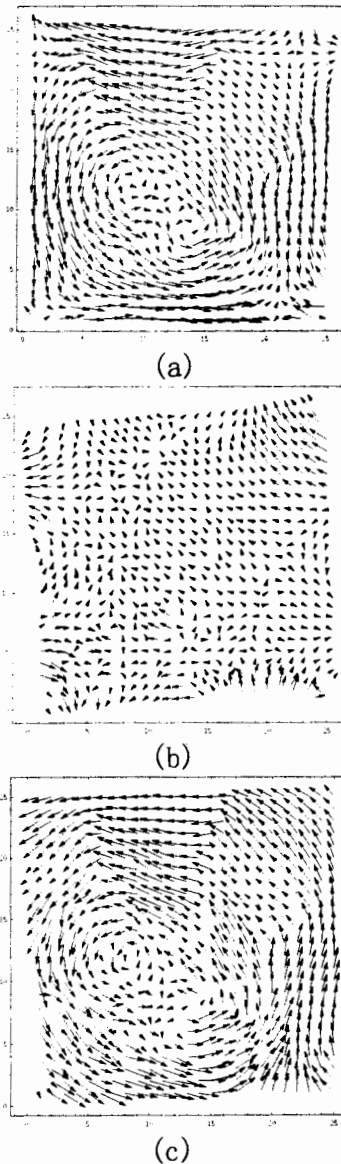


図6. (a)回転成分ベクトル分布, (b)発散成分ベクトル分布, (c)再合成されたベクトル分布。

4. 結 言

本稿では、電流ベクトルの回転成分と発散成分を最小ノルム法を用いて抽出する方法を提案した。

二次元例題を用いて、ベクトル分布の回転成分および発散成分が最小ノルム解として得られることを示した。

さらに、実際のコンピュータのマザーボード基板上の推定電流ベクトル分布へ本方法を適用し、漏洩磁界源となるループアンテナ状の電流分布が抽出可能であることを示した。

参考文献

- [1] T.Doi, S.Hayano, and Y.Saito, "Magnetic field distribution caused by a notebook computer and its source searching", J. Appl. Phys., Vol. 79, No.8, pp.5214-5216, 1996.
- [2] H.Saotome, K.Kitsuta, S.Hayano, and Y.Saito, "A neural behavior estimation by the generalized correlative analysis", IEEE Trans. on Magn., Vol. 29, No. 2, pp.1389-1394, 1993.
- [3] 巽友正, 「流体力学」培風館, 初版, 1982年, 東京.
- [4] G・ストラング著, 山口昌哉監訳, 井上昭訳, 「線形代数とその応用」産業図書, 第15版, 平成6年, 東京.