

電界・磁界併用による金属中の欠損探査

Defect recognition in conductive materials
by combining the electric with the magnetic fields

土井 達也 早野 誠治 斎藤 兆古
T. Doi, S. Hayano and Y. Saito

法政大学 工学部
College of Engineering, Hosei University

1. まえがき

主として鉄などの導電性金属によって構成される鉄橋・航空機などで金属疲労に起因して生ずる亀裂または欠損は、大事故を引き起こす可能性がある。そのため、外部から亀裂または欠損の推定を行う非破壊検査技術は、これらの安全対策上、非常に重要な技術であり、渦電流探傷法・X線CT・超音波探傷法・電気ポテンシャル法のような多くの非破壊検査法が提案され、利用されてきた。しかし、測定に複雑な装置を必要としたり、また、亀裂や欠損の位置・形状等を推定する問題は本質的に逆問題を解くことに帰し、この逆問題を解く決定的な逆問題解析技術が開発されていない等の理由により、正確な欠損推定を行うためには何らかの経験的な技術を要するのが現状である。

これらの非破壊検査技術の中で、外部から電流を通電し、欠損によって被検査物体の表面に生じる電気ポテンシャルの変化を用いて欠損推定を行う電気ポテンシャル法は、比較的簡単な装置で測定を行うことができる利点がある。このため、この電気ポテンシャル法を用いて物体内部の欠損の位置・形状・大きさまで推定する方法が提唱されている。

従来から筆者等は、電気ポテンシャル法の原理を用いた欠損推定法を提唱し、その有用性を示してきた[8-12]。我々の方法のキーポイントは、欠損を等価電圧源に置き換え、等価電圧源の大きさを単位電圧源の空間的集中度合で表すことにある。この方法では、欠損を含む導体に対して外部から通電する電流の方向を変化させ、各通電方向に対して共通となる位置の等価電圧源を求めることにより欠損推定を行う。また、等価電圧源の位置推定を実行する方法として、筆者等が既に提唱したSampled Pattern Matching法（以後、SPM法と略記）を欠損推定問題に変形して適用する[5-12]。

しかし、電気ポテンシャル分布のみを測定して高精度な欠損推定を行うためには、外部から流す電流の方向を変化させて電気ポテンシャルを測定しなければならない。このため、本稿では、電気ポテンシャルだけでなく磁界の分布を測定することにより欠損推定を行う方法を提案する。この方法は、電気ポテンシャル・磁界の分布をそれぞれ測定し、個々の測定から得られた結果の相関を取ることにより欠損推定を行う方法である。本稿では、外部から通電する電流の方向を変化した場合の欠損探

査の精度改善を試み、さらに外部電流が一方向からのみ通電される場合の欠損探査を行った。その結果、外部から流す電流が一方向であっても比較的高精度な結果が得られたので報告する。

2. 電界・磁界併用法

2.1. 電界系の定式化

無限に広い導電率で支配される空間に静的な電流が分布している静電界系を考える。このような系では、電気ポテンシャル ϕ と導電率 κ さらに電流密度 J の関係は次式によって与えられる。

$$-\kappa \nabla \phi = J, \quad (1)$$

いま、導体に欠損があるとすれば、(1)式は、

$$-\kappa \nabla \phi_d = J + J_s, \quad (2)$$

と変形される。ここで、 ϕ_d は欠損があるときの電気ポテンシャルである。また、欠損部の導電率 κ は物理的に零であるが、 κ は導体全体で零でない一定値であると仮定し、 J_s を導電率の不連続性を代替する仮想電流密度とした。すなわち、導体中の欠損部には外部から通電される電流密度 J が流れないから、 J_s は欠損部で電流密度 J を打ち消す方向に流れる仮想電流密度である。

(2)式から(1)式を引くと、

$$-\kappa \nabla (\phi_d - \phi) = J_s, \quad (3a)$$

$$-\kappa \nabla \phi_s = J_s, \quad (3b)$$

と書ける。ここで、 ϕ_s は欠損がある場合と無い場合の電気ポテンシャルの差（以後、電気ポテンシャル差と略記）であり、

$$\phi_s = \phi_d - \phi, \quad (3c)$$

で与えられる。(3b)式の発散をとり、また欠損部の電界を E_s とすれば $J_s / \kappa = E_s$ であるから、

$$\begin{aligned} \nabla^2 \phi_s &= -\nabla \cdot (J_s / \kappa), \\ &= -\nabla \cdot E_s, \end{aligned} \quad (4)$$

なるポアソン型の支配方程式を得る。(4)式の支配方程式は、電気ポテンシャル差 ϕ_s が欠損部の電界 E_s によって生ずることを意味している。

(4)式の積分形は、次式で与えられる。

$$\phi_s = \int_U G (\nabla \cdot \mathbf{E}_s) dV. \quad (5)$$

ここで、 G はグリーン関数であり、全ての空間が一定値の導電率 κ で満たされていると仮定しているから、 r を電気ポテンシャル差 ϕ_s とポテンシャル源 $\nabla \cdot \mathbf{E}_s$ 間の距離として、 $G = 1 / (4\pi r)$ で与えられる。

いま、電気ポテンシャル差 ϕ_s を n 個の測定点で測定し、それぞれ $\phi_{s1}, \phi_{s2}, \dots, \phi_{sn}$ とする。さらに、対象領域 V を m 個の微小領域 ΔV_i ($i=1, \dots, m$)に分割し、個々の微小領域で $\nabla \cdot \mathbf{E}_s$ および $\nabla \cdot (\mathbf{J}_s / \kappa)$ がそれぞれ一定値、 $\nabla \cdot \mathbf{E}_{si}$ および $\nabla \cdot (\mathbf{J}_{si} / \kappa)$ であるとすれば、(5)式は次のように離散化される。

$$U = \sum_{i=1}^m \alpha_i \mathbf{d}_i. \quad (6)$$

ここで、 α_i は電圧双極子ベクトルの大きさであり、

$$\begin{aligned} \alpha_i &= |\Delta V_i (\nabla \cdot \mathbf{E}_{si})|, \\ &= |\Delta V_i [\nabla \cdot (\mathbf{J}_{si} / \kappa)]|, \\ &= |\Delta S_i (\mathbf{J}_{si} / \kappa)|, \end{aligned} \quad (7)$$

で与えられる。この電圧双極子ベクトル α_i [Vm]の物理的意味は、電流双極子ベクトルを導電率で除算したものと解釈できる。また、 ΔS_i は、 ΔV_i の表面積を示し、

$$\nabla \cdot = \lim_{\Delta V_i \rightarrow 0} [\Delta S_i / \Delta V_i], \quad (8)$$

の関係を ΔV_i が充分小さいとして使った。また、ベクトル U は、

$$U = [\phi_{s1}, \phi_{s2}, \dots, \phi_{sn}]^T, \quad (9)$$

である。さらに、ベクトル \mathbf{d}_i は、 i ($=1 \sim m$)点の電圧双極子ベクトルと j ($=1 \sim n$)点の電気ポテンシャル差の間のグリーン関数が、 r_{ji} を両者間の距離として、 $G_{ji} = 1 / (4\pi r_{ji})$ であるから、

$$\mathbf{d}_i = [G_{1i} \mathbf{a}_i \cdot \mathbf{a}_{r1i}, G_{2i} \mathbf{a}_i \cdot \mathbf{a}_{r2i}, \dots, G_{ni} \mathbf{a}_i \cdot \mathbf{a}_{rni}]^T, \quad (10)$$

で与えられる。ここで、 \mathbf{a}_i は電圧双極子ベクトル α_i の単位方向ベクトルであり、 \mathbf{a}_{rji} は i 点の電圧双極子から電気ポテンシャル差の測定点 j への単位方向ベクトルである。

2.2. 磁界系の定式化

無限に広い導体中に静的な電流が分布している静磁界系を考える。ベクトルポテンシャルを A 、透磁率を μ 、電流密度を J とし、Coulomb gauge $\nabla \cdot A = 0$ を仮定すると静磁界系の支配方程式は次式によって与えられる。

$$(1/\mu) \nabla^2 A = -J, \quad (11)$$

(11)式の積分形は、次式で与えられる。

$$A = \mu \int_V G J d v. \quad (12)$$

ここで、 G はグリーン関数である。三次元のグリーン関数は、電流密度 J とベクトルポテンシャル A との間の距離を r とすると、 $G = 1/(4\pi r)$ で与えられる。また、磁界 H と磁束密度 B の関係及びベクトルポテンシャル A と磁束密度 B の関係はそれぞれ、

$$\nabla \times A = B, \quad (13)$$

$$H = (1/\mu) B, \quad (14)$$

である。従って、(12)式に(13)式および(14)式を代入して、

$$\begin{aligned} H &= (1/\mu) \nabla \times A, \\ &= \nabla \times \int_V G J d v, \end{aligned} \quad (15)$$

となる。いま、導体に欠損があるとすれば、(15)式は、

$$H_d = \nabla \times \int_V G (J + J_s) d v, \quad (16)$$

と変形できる。ここで、 H_d は欠損があるときの磁界である。 J_s は導体中の欠損に起因する仮想電流密度である。

(16)式から(15)式を引くと、

$$\begin{aligned} H_s &= H_d - H, \\ &= \nabla \times \int_V G J_s d v, \end{aligned} \quad (17)$$

と書ける。ここで、 H_s は欠損がある場合と無い場合の磁界の差（以後、磁界差と略記）である。さらに、三次元空間において微小断面 ΔS で仮想電流密度 J_s が一定値であるとすれば、(17)式は、

$$H_s = \int G (J_s \Delta S \times a_r) d l, \quad (18)$$

となる。ここで、 \mathbf{a}_r , d_l はそれぞれ r 方向の単位ベクトル、仮想電流密度 \mathbf{J}_s の方向の微小距離である。

いま、磁界差 H_s が n 個の測定点で測定され、それぞれ $H_{s1}, H_{s2}, \dots, H_{sn}$ とする。さらに、対象領域 V を m 個の微小領域 ΔV_i ($i=1, \dots, m$) に分割し、個々の微小領域で \mathbf{J}_s が一定値 \mathbf{J}_{si} であるとすれば、システム方程式は(6)式と同じ形で表される。

$$\mathbf{U} = \sum_{i=1}^m \alpha_i \mathbf{d}_i \quad (6)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \alpha_i &= |\mathbf{J}_{si} \Delta V_i|, \\ \mathbf{U} &= [H_{s1}, H_{s2}, \dots, H_{sn}]^T, \\ \mathbf{d}_i &= [G_{i1} \mathbf{a}_i \mathbf{x} \mathbf{a}_{r1i}, G_{i2} \mathbf{a}_i \mathbf{x} \mathbf{a}_{r2i}, \dots, G_{in} \mathbf{a}_i \mathbf{x} \mathbf{a}_{rni}]^T, \end{aligned} \right\} (19)$$

である。(19)式において、 α_i は電流双極子ベクトルの大きさであり、 \mathbf{a}_i は電流双極子ベクトルの単位方向ベクトルであり、 \mathbf{a}_{rji} は i 点の電流双極子から測定点 j への単位方向ベクトルである。グリーン関数は i ($=1 \sim m$) 点の電流双極子ベクトルと測定点 j ($=1 \sim n$) の間の距離を r_{ji} として $G_{ji} = 1 / (4\pi r_{ji}^2)$ である。

2.3. Projective Sampled Pattern Matching (PSPM) method

媒質推定に関する逆問題 (Inverse Parameter Problems, 以後、I P 問題と略記) のシステム方程式は、一般に(6)式の形、

$$\mathbf{U} = \sum_{i=1}^n \alpha_i \mathbf{d}_i \quad (6)$$

で与えられる。電気ポテンシャル差または磁界差は全領域で測定されるのではなく、限られた点でしか測定されない。従って、次の条件、

$$n < m, \quad (20)$$

が成り立つ。I P 問題を解くことは双極子ベクトル α_i の位置と大きさを求めることに帰すが、(20)式は、式の数 n よりも未知数の数 m が多く、(6)式の解が単純な行列演算を用いて求められないことを意味している。

従来から筆者らが提唱している S P M 法は、対象内部に電磁界源が存在するフィールド源推定の逆問題 (Inverse Source problems, 以後、I S 問題と略記) を前提としている。しかし、本稿で取り扱う I P 問題は、内部に電磁界源を含まず、外部から通電することで生ずる等価電磁界源を推定することに帰する。この欠損部に起因する等価電磁界源は、電界系の場合には単位電圧双極子、磁界系の場合には単位電

流双極子の空間的な集中度合いで表される。電圧・電流双極子の方向は、外部からの通電方向に応じて変化する。このため、IS問題に対するSPM法のように双極子の角度をすべての方向にスキャンする必要がなく、外部から通電する電流の方向に応じて欠損部に起因する電圧・電流双極子の方向を仮定すればよい。欠損部に起因する電圧・電流双極子の方向は、欠損部に電流が流れないから、外部から通電される電流の方向に対して逆方向である。従って、SPM法で仮定する対象領域内の電圧・電流双極子の方向をすべて外部から通電する電流の逆方向に投影(Projection)して実行すればよい。この方法をProjective Sampled Pattern Matching法(以下、PSPM法と略記)と呼ぶ。換言すれば、PSPM法は外部電流と逆方向の電圧・電流双極子のみについてSPM法を実行する方法である。

さて、SPM法は、Cauchy-Schwarzの関係式に基づいて入力源の位置を探す方法であり、その第1ステップは、

$$\gamma_i = \mathbf{U}^T \cdot \mathbf{d}_i / (\|\mathbf{U}\| \|\mathbf{d}_i\|), \quad i=1 \sim n, \quad (21)$$

の計算を実行することである。明らかに、(21)式は、測定によって得られる既知ベクトル \mathbf{U} と i 点に位置する電圧(電流)双極子に起因するベクトル \mathbf{d}_i 間の角度、すなわち、既知ベクトル \mathbf{U} とベクトル \mathbf{d}_i 間の空間分布パターンの一致度合を与える。最初の等価入力源の位置を(21)式で γ_i が最大値を取る点 j (以後、この点をパイロット・ポイントと略記)として求めた後、2番目のパイロット・ポイントは、最初のパイロット・ポイント j 点のベクトル \mathbf{d}_j を用いて次式の γ_k が最大値を取る点とする。

$$\gamma_k = \mathbf{U}^T \cdot (\mathbf{d}_j + \mathbf{d}_k) / (\|\mathbf{U}\| \|\mathbf{d}_j + \mathbf{d}_k\|), \quad k=1 \sim n, \quad k \neq j. \quad (22)$$

従って、パイロット・ポイント解は、

$$\begin{cases} \text{パイロット・ポイントであれば} & 1, \\ \text{パイロット・ポイントでなければ} & 0, \end{cases} \quad (23)$$

で与えられる。

求めるべきパイロット・ポイントの個数は、欠損がある場合に測定される電気ポテンシャルと電気ポテンシャル差のノルムの比で決定する。すなわち、欠損がある場合の測定点における電気ポテンシャルを要素とする既知ベクトル \mathbf{U}_x のノルムを $\|\mathbf{U}_x\|$ として、(21)-(22)式と同様な過程でパイロット・ポイントを、

$$\frac{\|\mathbf{U}\|}{\|\mathbf{U}_x\|} \leq \frac{\|\sum_{j=1}^k \mathbf{d}_j\|}{\|\sum_{i=1}^n \mathbf{d}_i - \sum_{j=1}^k \mathbf{d}_j\|}, \quad (24)$$

に達する k 個まで求める。

2.4. 数値実験

充分広い2次元の導体に欠損を含む円形状の測定領域があるとする。さらに、測定領域を取り囲む線に沿って等間隔で72点の電気ポテンシャル差・磁界差が測定されるとする。

図1は、定領域の外部から通電する電流の方向を5度おきに72回変化させたときの数値実験結果である。図1(a)で、三角形メッシュで示されている部分が正解の欠損部である。図1(b)に電気ポテンシャル差を測定したときのPSPM法による推定結果を示す。図1(c)に導体表面から5mm離れた点での導体に対して垂直方向の磁界差を測定したときのPSPM法による推定結果を示す。図1(b)、(c)の両方の結果の相関を取った結果を示す。

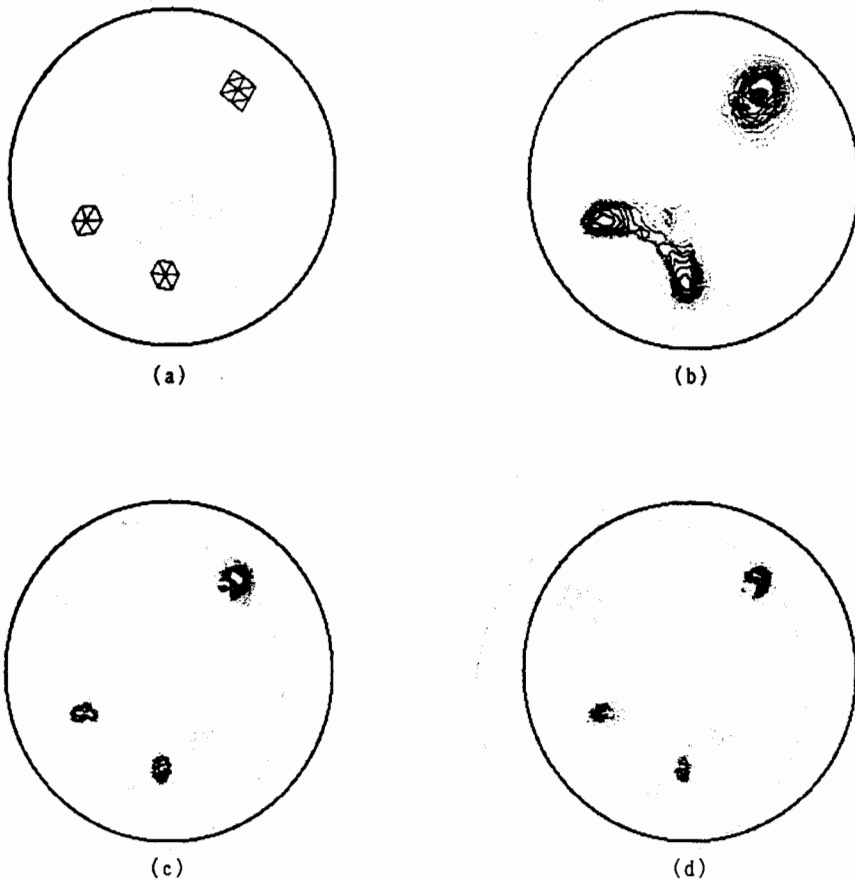


図1. 通電方向を変化させたときの欠損推定結果。(a)正解の欠損、(b)電気ポテンシャルを測定した場合の推定結果、(c)磁界分布を測定した場合の推定結果、(d)両方の結果の相関を取った場合。

図1(b)、(c)の結果は、電気ポテンシャル差を測定した場合には正解の欠損に対して大きめの推定結果を示し、磁界差を測定した場合には小さめの推定結果を示している。さらに、図1(d)の結果は両方の結果の相関を取ることで欠損推定の精度がさらに向上することを示している。

図2は、外部から通電する電流が一方方向の場合のときの数値実験結果である。図2(a)で、三角形メッシュで示されている部分が欠損部である。図2(b)に電気ポテンシャル差を測定したときのPSPM法による推定結果を示す。図2(c)に導体表面から5mm離れた点での導体に対して垂直方向の磁界差を測定したときのPSPM法による推定結果を示す。図2(d)に図2(b)、(c)の両方の共通点を取った結果を示す。

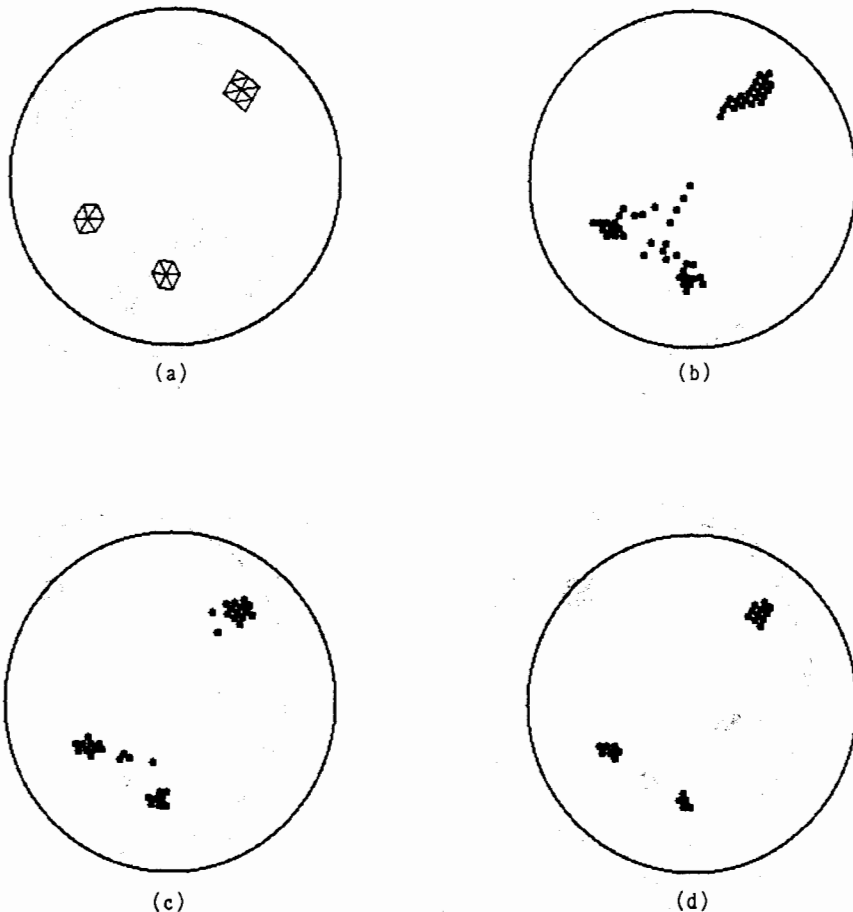


図2. 一方向から通電方向したときの欠損推定結果。(a)正解の欠損、(b)電気ポテンシャルを測定した場合の推定結果、(c)磁界分布を測定した場合の推定結果、(d)両方の結果の共通点を取った場合。

図2(b)、(c)の結果は、複数個の欠損推定が一方向からの通電のみでは困難である
示している。しかし、図2(d)の結果が示すように、両方の結果の共通点を取ること
で、一方向からの通電した場合であっても精度良く欠損が推定されていることがわ
かる。

3. まとめ

以上のように本稿では、電気ポテンシャル・磁界の分布をそれぞれ測定し、個々
の測定から得られた結果の相関を取ることにより欠損推定を行う方法を提案した。
その結果、外部から流す電流が一方向であっても高精度に欠損推定を行うことがで
きる事が判明した。

4. 参考文献

- [1] S.Kubo, K.Ohji and T.Sakagami, Int.J.Appl.Electmag.Maters., Vol.2,
(1991)81-90.
- [2] Y.Iwamura and K.Miya, IEEE Trans. Magn., MAG-26(1990)618-620.
- [3] 阪上、久保、大路、山本、中塚、機論A、56巻521号、平成2年、pp.27-32.
- [4] 三好、中野、機論A、52巻476号、昭和61年、pp.1097-1102.
- [5] Y.Saito, E.Itagaki and S.Hayano, J.Appl.Phys., 67(9)(1990)5830-5832.
- [6] H.Saotome, K.Kitsuta, S.Hayano and Y.Saito, IEEE Trans.Magn., MAG-29
(1993)1389-1394.
- [7] H.Saotome, K.Kitsuta, S.Hayano and Y.Saito, Int.J.Appl.Electmag.
Maters., Vol.3, (1993)297-306.
- [8] H.Saotome, T.Doi, S.Hayano and Y.Saito, IEEE Trans.Magn., MAG-29
(1993)1861-1864.
- [9] T.Doi, H.Saotome, S.Hayano and Y.Saito, Procs. 2nd Japan-Hungary
Joint Seminar, Ed. T.Honma et al., Hokkaido Univ. Press (1992)61-66.
- [10] T.Doi et al, Elsevier Studies in Applied Electmag. Maters series, to
appear.
- [11] T.Doi et al., J.Appl.Phys., to appear in April 1994.
- [12] 土井、早乙女、早野、斎藤、電学論A、114巻4号、平成6年、掲載予定.

原稿受付日

平成6年2月8日
