

逆問題的手法による励磁コイルの設計

Exciting Coil Design by Inverse Problem Approach

加藤俊行 早野誠治 斎藤兆古
T. Katoh, S. Hayano and Y. Saito

法政大学 工学部
College of Engineering, Hosei University

1. はじめに

高性能・高機能デジタル計算機のダウンサイジングとその広汎な普及に伴ない、有限要素法や境界要素法等の数値解析法が多くの電磁界解析に用いられるようになり、複雑な境界の幾何学的形状や材料の非線形性等の解析的な取扱の困難さに起因して、従来、解析的な解が期待できなかった問題の解析が可能となりつつある。電磁界系における有限要素法や境界要素法等の数値解析技術の大部分は、既知媒質で構成される空間に既知入力に加えられた場合、その応答であるポテンシャルやフィールド分布などを求める、いわゆる順問題を前提にして開発されている。しかし、局所的に既知の電磁界フィールド分布からフィールド源を推定する問題や外部から既知フィールドを対象空間に加え、その応答であるフィールド分布から対象空間の媒質推定等を行う、いわゆる逆問題に対する数値解析技術は、従来の解析的理論の基礎が順問題を前提として定式化、展開されているため、本格的な研究・開発は比較的多くなされていない。しかしながら、多くの電子・電気機器の設計はこの逆問題を解くことに帰し、逆問題解析の成果はCT (Computed Tomography) や核医学等に使われているが [1]、依然としてその実用化例は少なく、21世紀の科学技術は逆問題の解析を可能とし、実用的な製品を開発することにあると言っても過言でない。本稿では、最初に逆問題の基礎、次に筆者らの提唱している逆問題解析の一方法であるSampled Pattern Matching法を紹介する [2-2.3]。さらに、ハイパーサーミア技術や電磁鑄造技術などへの応用を前提とした、二次元円筒断面に任意の磁界分布を与える励磁コイルの最適設計問題を逆問題の具体的例題として取り上げる。

2. 逆問題の基礎

2.1 逆問題の概念

自然科学は、自然界で起こるさまざまな現象を単純な個々の現象に分解し観察することで特定の事物間の規則性を見だし、見いだされた規則性の中で普遍的に成り立つ規則を抽出しその因果関係を明確にすることで法則化することである。また、特定の事物間で成り立つ法則を数式で表現し、個々の数式を組み合わせてより複雑な現象全体の因果関係を明らかにすることも自然科学の重要な役割である。単純な事物間の法則の一例として、ある直線状の導線に電流が流れている場合、導線の周囲を磁界が円周状に取り囲む現象が知られている。いわゆるAmpereの法則である。さて、導線が直線ではなく複雑なループや変曲点を有する形状であるとき、導線中の電流と導線の周辺磁界間の関係はどのような形で表されるであろうか？ この問題を、まず最初に導線の形状とそれを流れる電流が既知情報として与えられることを前提として、導線の周辺磁界分布を電流の関数として求めることに帰するのが従来からの解析である。何故、まず最初に導線の周辺磁界分布を既知情報として仮定し、電流を磁界の関数として求める解析がなされなかったのでしょうか？ 答えは簡単である。電流は導線から漏れること無く容易に測定や制御が可能であるのに対して、導線の周辺磁界は無限遠点にまで広がりが容易に全ての磁界分布が測定出来ないことに起因する。この例から明らかのように、自然科学の方法論は全て測定と制御が容易な変数を既知情報とし、測定と制御が困難な変数を未知情報として

求めるべく定式化して支配方程式を導き、与えられた既知情報から決まる境界条件や初期条件で支配方程式を解くことに帰する形式で展開されてきた。このような従来の考え方で、定式化される問題を順問題 (Regular or Forward Problems) と呼ぶ。この順問題解析は、既に出来上がった機器や装置等の特性を吟味する場合、極めて有効な手段として活用されるが、機器や装置の設計に適用する場合は多くの試行錯誤的な反復が必要となり、極めて非能率的手段となる。もし、前述の例で仮に磁界が容易に測定・制御可能であればおそらく電流が磁界の関数として表現されることとなるであろう。しかし、実際は空間中に分布する全磁界を測定することが不可能であるため、局所的な磁界分布から一意的な電流やコイル形状を求めることは困難であろう。このように局所的フィールド分布等からフィールド源やパラメータを求める問題を逆問題と呼ぶとすれば、この逆問題的手法は、解が一意的に決まりにくい欠点を有するが、電磁石や電動機等の電気機器内の所望の磁界分布からどのように電流を通電するコイルや磁路を構成すればよいかを決める設計問題に対しては極めて有効であろう。

2. 2 逆問題の分類とシステム方程式

逆問題は 100 年以上の歴史を持つにも拘らず、未だに明確な分類はなされていないようである。これはおそらく、理想的な条件で入出力が測定された場合に解析的な解が期待できる CT のような媒質推定に関する IP (Inverse Parameter) 問題と、局所的なフィールド分布からフィールド源を推定する IS (Inverse Source) 問題の明確な区別をせず、結果から原因を求める問題を逆問題と総称していることに起因すると考えられる。ここでは、逆問題を従来の順問題と本質的に異なる問題であること、理想的に既知情報が得られれば解析解が期待できる IP 問題と解析解が期待できない IS 問題のシステム方程式と分類を述べる [24]。

< a > 順問題 電磁界系だけでなく多くの場の解析問題は、微分または積分形の支配方程式を解くことに帰する。デジタル計算機を前提とする数値解析では、有限要素法、有限差分法、境界要素法等で代表される離散化法を用いて、支配方程式が連立方程式または行列形のシステム方程式に帰することができる。いま、 C 、 X 、 Y をそれぞれシステム方程式の係数行列、出力さらに入力ベクトルとすれば、システム方程式は、

$$CX = Y \quad (1)$$

の形に書くことができる。一般に、適切に導かれた (1) 式の係数行列 C は正方行列であり逆行列を持つ非特異行列である。順問題は、(1) 式の両辺に係数行列 C の逆行列を乗算し、出力ベクトル X を求める問題である。

< b > 直接問題 (1) 式で出力ベクトル X が与えられ、入力ベクトル Y を求める問題を考える。この問題は、出力が与えられ入力を求める問題であるため逆問題と解釈されがちであるが、単に出力ベクトル X を (1) 式に代入して入力ベクトル Y を求める問題であり、解は一意的に求められることから直接問題と分類される。

< c > 逆問題 直接問題では出力ベクトル X の全てが与えられるとしたが、出力ベクトル X の一部からなる部分出力ベクトル X_p が与えられて入力ベクトル Y を求める問題を考える。(1) 式から出力ベクトル X は、

$$X = C^{-1}Y \quad (2)$$

で与えられる。いま、出力ベクトル X は m 個の要素からなり、この中の n 個の要素からなる部分出力ベクトル X_p に対して (2) 式は、

$$\begin{aligned} X_p &= DY \\ &= \sum_{i=1}^m y_i d_i \end{aligned} \quad (3a)$$

または、

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1m} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & \cdots & d_{nm} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} \quad (3b)$$

と変形される。ここで、行列Dは(2)式の逆行列 C^{-1} のn行m列からなる行列であり、 d_i はn個の要素からなる列ベクトル、さらに y_i は入力ベクトルYの要素である。また、部分出力ベクトル X_p はm次の出力ベクトルXのn個の要素からなるから、

$$m > n \quad (4)$$

の条件が成り立つ。(3)、(4)式でmは未知数の数、nは式の数に対応し、既知入力ベクトル Y_s の関数でない。すなわち、

$$Y \neq f(Y_s) \quad (5)$$

である。ここで、明らかに(5)式から一意的な入力ベクトルYを求めることは不可能である。このため、(3)、(4)および(5)式の関係式が成り立つシステム方程式で記述される問題をIS問題または強形式の逆問題(Strongly Ill-posed Inverse Problems)と分類する。(1)式でベクトルXとYが与えられ、係数行列Cを求める問題を考える。すなわち、対象空間の媒質パラメータを求めるIP問題である。(1)式で既知入力ベクトル Y_s を与えた場合のシステム方程式を、

$$CX = Y_s \quad (6)$$

と書けるとする。(6)式で係数行列Cの要素が求めるべき未知数である。いま、対象空間が、例えば空気などの既知媒質で満たされている場合の係数行列を C_0 とすれば、(6)式は、

$$\begin{aligned} C_0 X &= (C_0 - C)X + Y_s \\ &= Y + Y_s \end{aligned} \quad (7)$$

と変形できる。これは、未知媒質からなる係数行列Cを求める問題が、等価入力ベクトル $Y [= (C_0 - C)X]$ を求める問題に帰することを意味する。この入力ベクトルYは明らかに出力ベクトルXの関数であり、出力ベクトルXは既知入力ベクトル Y_s の関数であるから、結局、

$$Y = (C_0 - C)X = f(Y_s) \quad (8)$$

が成り立つ。この関係から、出力ベクトルXのすべてが既知でなくても、各種の既知入力ベクトル Y_s とその応答の部分出力ベクトル X_p を測定することで、未知媒質からなる係数行列Cを求めることが可能である。特に、X線CTではフーリエ変換を用いて解析的に媒質推定が可能であることが証明されている。このことから、既知入力 Y_s に対する部分出力ベクトル X_p から媒質などのスカラー量を求める問題はIP問題または弱形式逆問題(Weakly Ill-posed Inverse Problems)と分類される。IS問題にならって、IP問題に対するシステム方程式を導く。いま、(3a)式と同様にして対象空間が既知媒質で占められている場合のシステム方程式は、 X_{p0} を既知入力ベクトル Y_s に対する出力ベクトル X_0 の部分ベクトルとすれば、

$$X_{p0} = \sum_{i=1}^m y_i d_i \quad (9)$$

の形に書くことができる。対象空間が未知媒質を含む場合のシステム方程式も同様に(7)式から

$$X_p = \sum_{i=1}^m (y_i + y_{is}) d_i \quad (10)$$

の形で書くことができる。ここで y_{is} は既知入力ベクトル Y_s の要素であり、 y_i は(8)式の媒質の違いに起因する等価入力ベクトル Y の要素である。(10)式から(9)式を引算することで次式のIP問題に対するシステム方程式が導かれる。

$$X_p - X_{p0} = \sum_{i=1}^m y_i d_i \quad (11a)$$

または、 $\Delta X_p = X_p - X_{p0}$ とすれば

$$\Delta X_p = \sum_{i=1}^m y_i d_i \quad (11b)$$

(11b)式で、ベクトル X_p と X_{p0} さらに等価フィールド源 y_i は既知入力ベクトル Y_s によって異なる。しかし、ベクトル d_i は、(7)式の行列 C_0 の逆行列で決まるため、(9)式と(10)式で共通である。(11b)式から(8)式の間数関係を満足する y_i , $i = 1 \sim m$, を求めれば、媒質の異なる部分が求められることとなる。

以上の定義と分類は図2のように整理される。

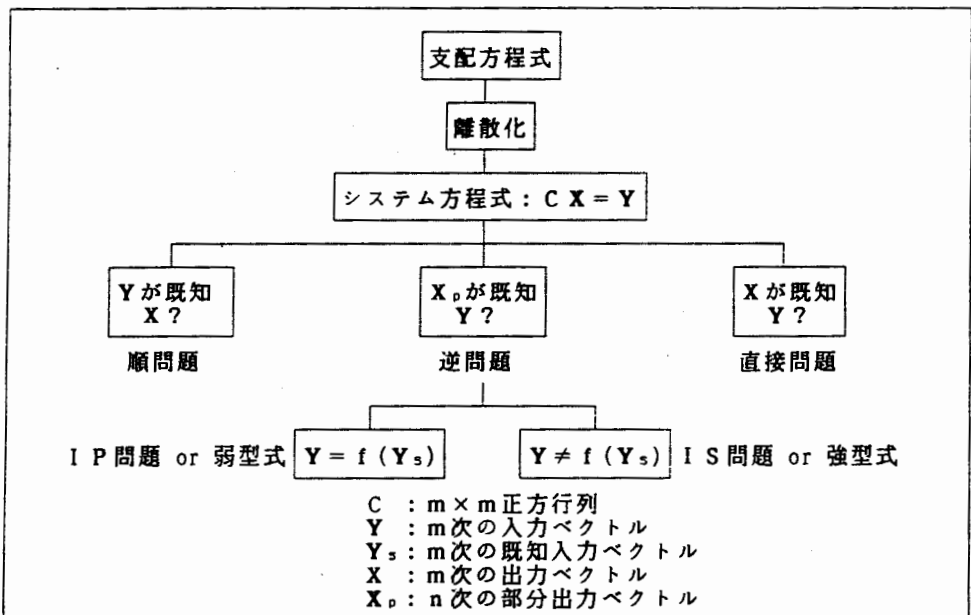


図1 逆問題の定義と分類。

3. 逆問題の解析

3.1 逆問題の解析法

逆問題は式の数と未知数の数が一致しない連立方程式を解くことに帰する。このような問題を解く代表的な方法は、大きく分けて三個のグループに分類される。第一のグル

ープは、従来の線形空間理論に基づくQR分解、Gram-Schmidtの直交化、フーリエ級数法、さらに疑似逆行列法等があり、いずれの方法もベクトルの直交化法に基づいている。他方、残り二グループの方法は必ずしもベクトルの直交化法に基づいていない。第二のグループは統計的方法であり、用いる統計的手法によってバリエーションがあり、単純な統計的一方法を用いるか、幾つかの統計的手法を併用する方法である。第三の方法は反復的な方法であり、例えば最小自乗誤差等の目標関数を目標値に到達するまで順問題を反復して解く反復法であり、如何に目標値に早く到達するかの技法で多くのバリエーションがある。例えば、目標関数の微分を用いる最小自乗法やNeural Networks（以下NNと略記）を利用する方法等である。前者の最小自乗法は、単純な最小自乗法と測定値の誤差を考慮したチコノフのアルゴリズム等がある。後者のNNによる方法は、単純にNNの学習・認識を利用する方法、ホップフィールド型のNNでローカルミニマムを選択するためにGAを利用する方法、さらに両者のNNを併用する方法等が提案されている。本稿で述べる方法は、上記の方法を包含した方法である。すなわち、単純な反復法でなく反復毎に解に近づく前進型の方法であり、その理論的根拠が統計的方法の一種である因子分析の理論、NNの理論、フーリエ解析の理論等で説明できる方法である。この方法をSampled Pattern Matching（以後、SPM法と略記）法と呼ぶ。SPM法の特徴は、単に計算を進めるつど解に近づく点にあるだけでなく、従来の最小自乗型の反復解法が線形空間を張るベクトル間の距離を最小にする概念に基づくのに対して、線形空間のベクトル間の角度を最小にする概念に基づいている点にある。

3.2 Sampled Pattern Matching法

<a>パイロット・ポイント解 与えられた空間の一部分で観測されるフィールド量からそのフィールド源を求める逆問題は、空間の一部分で得られた有限個のデータから無限の可能性を吟味することである。これは、式の数すなわちデータの個数が未知数の数すなわちフィールド源の数より圧倒的に少ない方程式を解く事となる。従って、いわゆる順問題（与えられたフィールド源からフィールドを求める問題）とは基本的に異なる。このため、SPM法は、離散化した数が無限大になった時自然なフィールド源分布となることとフィールドが測定される部分に近い程正確なフィールド源分布が得られることを目標とした次の仮定を行う。

- (1) フィールド源密度は離散化された微小空間の一点当たり一定の密度で存在するものとす。これは、離散化された対象空間の任意の一点では単位フィールド源しか存在しないことを意味する。
- (2) フィールド源そのものを直接求めるのではなく、フィールド源の巨視的な分布を求める。
- (3) フィールド源の大きさは、角度も空間座標とした単位フィールド源の空間的集中度合いで表される。
- (4) 測定部分で得られる既知フィールド分布パターンは、空間に存在する単位フィールド源が測定部分に与えるフィールド分布パターンの和として求められる。

アルゴリズム いま、強型式逆問題のシステム方程式は、

$$X_p = \sum_{i=1}^m y_i d_i, \quad (3a)$$

与えられる。但し、 y_i 、 $i=1\sim m$ 、は未知入力ベクトル Y_s を構成する要素である。

SPM法の第1ステップは、(3a)式で最も支配的な入力を次式のCauchy-Schwarzの関係式、

$$y_i = \frac{X_p^T \cdot d_i}{|X_p| |d_i|}, \quad i=1\sim m \quad (12)$$

で最大値 y_h をとる点 h とすることである。この点をパイロット・ポイントと呼び、 d_h をパイロット・パターンと呼ぶ。

第2ステップは、(3a)式を、

$$\mathbf{X}_P = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq h}}^m y_{hi} (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_i), \quad i=1 \sim m, \quad i \neq h, \quad (13)$$

と変形し、第2番目に支配的な入力を、

$$y_{hi} = \frac{\mathbf{X}_P^T \cdot (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_i)}{|\mathbf{X}_P| |\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_i|}, \quad i=1 \sim m, \quad i \neq h, \quad (14)$$

で最大値 y_{hg} をとる点 g とすることである。この点 g を第二パイロット・ポイント、 \mathbf{d}_g を第二パイロット・パターンと呼ぶ。以後、同様な手順で問題に応じて必要な数のパイロット・ポイントを求める。従って、第 i 点の解は

$$y_i = \begin{cases} \text{パイロット・ポイントであれば} & 1, \\ \text{パイロット・ポイントでなければ} & 0, \end{cases} \quad (15)$$

で与えられることとなる。このように単位入力の分布による解パターンをパイロット・ポイント解 (Pilot Point Solution) と呼ぶ。また、(3a)式は

$$\frac{\mathbf{X}_P}{|\mathbf{X}_P|} = \sum_{i=1}^m (y_i \frac{|\mathbf{d}_i|}{|\mathbf{X}_P|}) \frac{\mathbf{d}_i}{|\mathbf{d}_i|}, \quad (16)$$

と変形できるから、(15)式の解は、 $y_i |\mathbf{d}_i| / |\mathbf{X}_P|$, $i=1 \sim m$, と正規化されて求められるため、フィールド源 y_i の大きさだけでなくベクトル \mathbf{d}_i のノルムに依存する。換言すれば、フィールド源 y_i の値が大きくてもベクトル \mathbf{d}_i のノルムが小さいと正確に求められない。しかし、フィールド源 y_i の値が小さくてもベクトル \mathbf{d}_i のノルムが大きければ正確に求められることを意味する。一般に、電磁界系におけるベクトル \mathbf{d}_i は、多くの場合、Green関数の空間微分によって決まり、電磁界源が電磁界フィールドの測定部に近接している程そのノルムは大きい。このため、電磁界系では、フィールドの測定部に近接したフィールド源分布ほど正確に推定されることとなる。

<c>理論的背景 SPM法は従来の線形代数で解決できない問題を解析可能にしている。これは何等かの新しい理論の存在を示唆していることにほかならない。この理論的根拠を最近進歩の著しい神経回路網の連想記憶の原理を用いて考える。いま、(3a)式を構成する列ベクトル \mathbf{d}_i , $i=1 \sim m$, を正規化したベクトル $\mathbf{d}_i' = \mathbf{d}_i / |\mathbf{d}_i|$, $i=1 \sim m$, と対応する出力 Γ_i 、

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_1' \text{ と } \Gamma_1 &= [1, 0, 0, \dots, 0]^T \\ \mathbf{d}_2' \text{ と } \Gamma_2 &= [0, 1, 0, \dots, 0]^T \\ &\dots\dots\dots \\ \mathbf{d}_m' \text{ と } \Gamma_m &= [0, 0, 0, \dots, 1]^T \end{aligned}$$

を用いて、シナプス結合を次式

$$\mathbf{W} = \sum_{i=1}^m \Gamma_i (\mathbf{d}_i')^T, \quad (17)$$

で決定するとすれば、(17)式は m 個の入力点に単位入力がある場合のベクトル \mathbf{d}_i' , $i=1 \sim m$, を教師信号 Γ_i , $i=1 \sim m$, で学習させた NN であることを意味する。従って、正規化された既知ベクトル $\mathbf{X}_P' = \mathbf{X}_P / |\mathbf{X}_P|$ がこの NN に入力された場合の出力は、

$$\Gamma = \mathbf{W} \cdot \mathbf{X}_P', \quad (18)$$

となる。(18)式の出力ベクトル Γ は(12)式の y_i , $i=1 \sim m$, を要素とする列行列となる。

いま、このNNの閾値を単純なマツカーロピッツ型のように一定値とせず、 Γ を構成する要素の最大値とすれば、SPM法の第1ステップの出力と一致する。この第1パーセプトロンの出力を第h点とすれば、 $\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_i$, $i = 1 \sim m$, $i \neq h$, を正規化したベクトル $(\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_i)^\cdot = (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_i) / |\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_i|$ と対応する出力 Γ_{hi} 、

$$\begin{aligned} (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_1)^\cdot & \text{ と } \Gamma_{h1} = [1, 0, 0, \dots, 0]^\top \\ (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_2)^\cdot & \text{ と } \Gamma_{h2} = [0, 1, 0, \dots, 0]^\top \\ & \dots \dots \dots \\ (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_m)^\cdot & \text{ と } \Gamma_{hm} = [0, 0, 0, \dots, 1]^\top \end{aligned}$$

を用いて、シナプス結合を次式

$$\mathbf{W}^\cdot = \sum_{i \neq h}^m \Gamma_{hi} (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_i)^\cdot \quad (19)$$

で決定するとすれば、(19)式は第h点とm-1個の入力点に単位入力がある場合のベクトル $(\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_i)^\cdot$, $i = 1 \sim m$, $i \neq h$, を教師信号 Γ_{hi} , $i = 1 \sim m$, $i \neq h$, で学習させたNNであることを意味する。従って、正規化させた既知ベクトル \mathbf{X}_p^\cdot がこのNNに入力された場合の出力は、

$$\Gamma^\cdot = \mathbf{W}^\cdot \cdot \mathbf{X}_p^\cdot \quad (20)$$

となる。(20)式の出力ベクトル Γ^\cdot は(14)式の γ_{hi} , $i = 1 \sim m$, $i \neq h$, を要素とするm-1次の行列となる。いま、このNNのしきい値を一定値とせず、 Γ^\cdot を構成する要素の最大値とすれば、SPM法の第2ステップの出力と一致する。以上のことから、SPM法は、以下の演算を行うNNの一種であることがわかる。

- (1) 教師付き学習を解析的に行う。
- (2) しきい値を一定値とせず出力の最大値とする。

4. 励磁コイルの設計への応用

4.1 目標磁界分布

目標とする磁界分布は、二次元円形領域で以下の磁界分布とする。

- 1) 中央部にピークがある富士山型分布とする。
- 2) 周辺部にピークがある褶鉢型分布とする。
- 3) 領域全体で均一なフラット型分布とする。

4.2 拘束条件

励磁コイルおよび電流に関する拘束条件は、以下のとおりである。

- 1) コイル形状は円形領域に沿った矩形。
- 2) 配置は円形領域の中心点に対して点対称に矩形コイル対を設ける。
- 3) コイルの存在する範囲は図2に示す領域とする。
- 4) 変数はコイルの寸法の長さとおよび位置とする。
- 5) コイルの位置は内側(対象領域に近い方)から決定する。
- 6) 円形対象領域の中心点とする同一軌道上で、コイル対が重ならない限り、複数のコイル対が存在し得る。
- 7) 電流の大きさは単位値とする。
- 8) 磁界計算はビオサバールの式でおこなう。
- 9) SPM法の実行アルゴリズムはSPM法のパイロット・ポイント解を採用する。また、求めるパイロット・ポイントの数はパターン的一致指数 γ の最大値までとする。

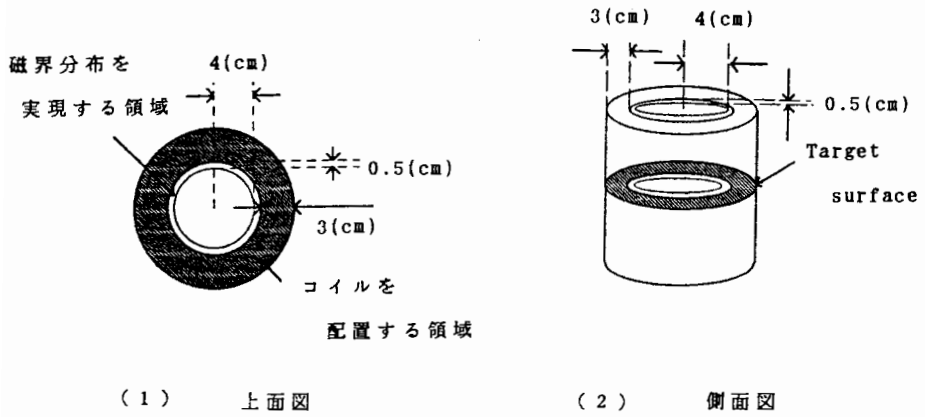


図2 磁界の分布する対象領域とコイルの配置範囲

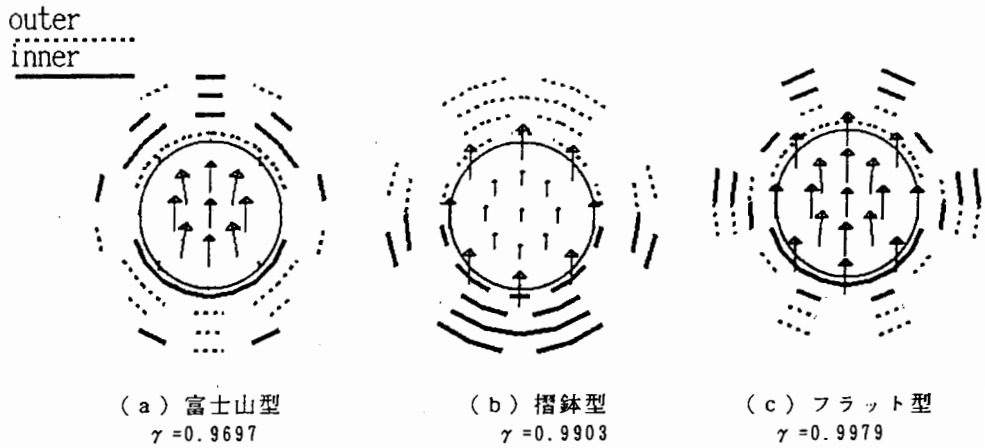


図3 コイル対の拘束条件を採用した場合の励磁コイル設計結果と磁界分布

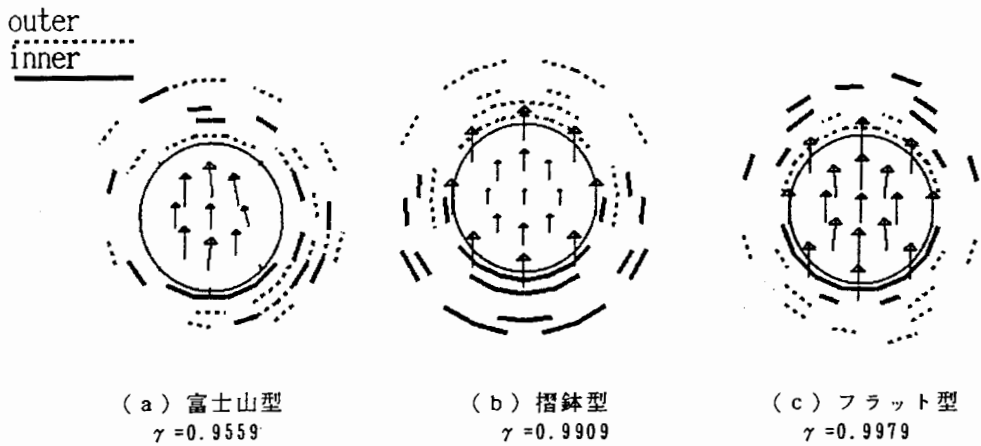


図4 1個ずつコイルを追加して求めた場合の励磁コイル設計結果と磁界分布

図3に求められた励磁コイルの配置とその結果による磁界分布を示す。図4にコイルに関する拘束条件の2)をはずし、コイルを1個ずつ追加するアルゴリズムで得られた励磁コイルの配置とその結果による磁界分布を示す。図3と図4の結果から、所望の磁界分布を満足するコイルの大きさと配置は複数存在し、拘束条件2)を果たすことにより、実現可能なコイル配置が選択できることがわかる。また、電流値を単位値に限定しているため、完全に所望の磁界分布を得ることはできないが、かなりの精度で設計できるため、初期設計には十分な精度と考えられる。

5. まとめ

本稿では、現時点で未だに完成していない未来の学問である逆問題の概要について述べた。その主な内容は、逆問題の概念、逆問題の定義と分類、逆問題の基礎方程式とシステム方程式、逆問題解析の一方法であるSPM法の基礎理論、さらに逆問題の具体的な応用例として、二次元円形空間に任意の磁界分布を与える励磁コイルの最適配置問題を取り上げ、電気機器の設計が逆問題的方法で可能であることを示した。

参考文献

- [1] 岩井 他, 編著 "医用画像診断装置-C T, M R Iを中心として-", コロナ社、1991年7月。
- [2] Y.Saito et al., "A Formulation of the Inverse Problems in Magnetostatic Fields and Its Application to a Source Position Searching of the Human Eye Fields." *Journal of Applied Physics*, Vol.67, No.9, Mar.(1990) pp.5830-5832.
- [3] H.Saotome, K.Kitsuta, S.Hayano and Y.Saito, "Electromagnetic Field Source Searching from the Local Field Measurement," *Int.J.Appl.Electromag. Materials*, Elsevier, Vol.3, No.4, April (1993), pp.297-306.
- [4] 早乙女英夫、橋田和泰、早野誠治、斎藤兆古, "生体磁界における逆問題," *電気学会論文誌A*, 第112巻4号 (1992) pp.279-286.
- [5] 早乙女英夫、橋田和泰、早野誠治、斎藤兆古, "Sampled Pattern Matching法による生体内電流分布推定," *電気学会論文誌C*, 第113巻1号(1993) pp.69-76.
- [6] 橋田和泰、早乙女英夫、早野誠治、斎藤兆古, "心磁図・心電図併用による電磁界源分布の推定," *日本生体磁気学会誌 特別号*, Vol.5, No.1, June (1992), pp.100-103.
- [7] H.Saotome, T.Doi, S.Hayano and Y.Saito, "Crack Identification in Metallic Materials," *IEEE Trans. Magn.* MAG-29, No.2, March (1993)pp.1861-1864.
- [8] Y.Saito, H.Saotome, K.Kitsuta and S.Hayano, "Electromagnetic Field Source Searching by the Local Field Measurements," *Elsevier Studies in Applied Electromagnetics in Materials* Vol.3, Jan. (1993), pp.185-188.
- [9] H.Saotome, K.Kitsuta, S.Hayano and Y.Saito, "An Application of the Cauchy-Schwarz Relation to the Two Dimensional Inverse Problems," *the Proceedings of the 1st Japan-CIS Joint Seminar on Electromagnetomechanics in Structures*, Jan. (1992), pp.81-84.
- [10] 早乙女英夫、橋田和泰、早野誠治、斎藤兆古, "生体中の電流分布推定 - 理論的基礎 -," *電気学会マグネティックス研究会資料*, MAG-91-219, 1991年10月。
- [11] 早乙女英夫、橋田和泰、早野誠治、斎藤兆古, "静的電磁界系における逆問題," *電気学会マグネティックス研究会資料*, MAG-92-71, 1992年2月。
- [12] 早乙女英夫、橋田和泰、早野誠治、斎藤兆古, "生体中の電流分布推定法の一考察" *電気学会マグネティックス研究会資料*, MAG-92-79, 1992年3月。
- [13] 土井達也、早野誠治、斎藤兆古, "電気ポテンシャル法を用いた欠損推定に関する一方法," *電気学会マグネティックス研究会資料* MAG-92-136, 1992年7月

- [14] T. Doi, H. Saotome, S. Hayano and Y. Saito, "Inverse Analysis of Defect Identification Based on the Electric Potential Method," Proceedings of the Second Japan-Hungary Joint Seminar on Applied Electromagnetics in Materials and Computational Technology, Hokkaido Univ. Press, (1992), Sapporo, pp. 61-66.
- [15] H. Saotome, K. Kitsuta, S. Hayano and Y. Saito, "An Estimation of the Current Distributions in Human Hearts by the Factor Analysis," Elsevier Studies in Applied Electromagnetics in Materials Vol. 3, Jan. (1993), pp. 73-76.
- [16] K. Kitsuta, H. Saotome, S. Hayano and Y. Saito, "An Estimation of the Neural Behavior in the Human Brain by Correlative Analysis," Elsevier Studies in Applied Electromagnetics in Materials Vol. 3, Jan. (1993), pp. 77-80.
- [17] 橋田和泰、早乙女英夫、早野誠治、斎藤兆古, "脳内電流双極子分布について," 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-92-80, 1992年3月。
- [18] H. Saotome, K. Kitsuta, S. Hayano and Y. Saito, "A Neural Behavior Estimation by the Generalized Correlative Analysis," IEEE Trans. Magn. MAG-29, No. 2, Mar. (1993), pp. 1389-1394.
- [19] K. Kitsuta, H. Saotome, S. Hayano and Y. Saito, "Human Heart Diagnosis by the Space Power Distribution Method," Proceedings of the Second Japan- Hungary Joint Seminar on Applied Electromagnetics in Materials and Computational Technology, Hokkaido Univ. Press, (1992), Sapporo, pp. 17-23.
- [20] 橋田和泰、早野誠治、斎藤兆古, "発散系・回転系電磁界併用による逆問題解析," 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-92-134, 1992年7月。
- [21] K. Kitsuta, H. Saotome, S. Hayano and Y. Saito, "The Inverse Source Current Problems - Current or Voltage Dipole ? -," the Proceedings of the 1st Japan-CIS Joint Seminar on Electromagnetomechanics in Structures, Jan. (1992), pp. 89-92.
- [22] 板垣英美 法政大学大学院工学研究科修士論文、1991年3月。
- [23] 橋田和泰 法政大学大学院工学研究科修士論文、1993年3月。
- [24] G. Anger, "Inverse Problems in Differential Equations," (Plenum Press, New York and London 1990).

原稿受付日

平成5年8月2日