

# 電磁界可視化手法の電流源推定および材料評価への応用

土井達也 (足利工業大学)\*, 開道力 (新日鐵), 斎藤兆古 (法政大学)

Magnetic field source identification and its application of material evaluation  
by visualization techniques of electromagnetic fields

T. Doi (Ashikaga Institute of Technology), C. Kaido(Nippon Steel Corporation), Y. Saito(Hosei University)

## Abstract

This paper describes, at first, the image Helmholtz equation methodology makes it possible to draw the continuous magnetization curve from a series of the distinct scanning electron microscope (SEM) images of magnetic domains. Second, it is described that the state transition matrix of the equation makes it possible to visualize the iron loss generation mechanism and to approximate the Preisach function. Third, dynamic magnetic domain images generated from solutions of the Helmholtz equation have been demonstrated. Further, it is described that an approach for identifying currents in signal lines on a PCB, which is applied to simulations for identifying 10 to 100MHz currents in parallel lines on a PCB.

キーワード： 画像の Helmholtz 方程式, 磁区, B-H 曲線, 方向性電磁鋼板, 電流同定  
(Image Helmholtz Equations, magnetic domain, magnetization curve, grain-oriented electrical steel sheet, current identification)

## 1. はじめに

磁性材料の磁化特性評価法には磁気センシングの面で2方法に大別できる。一方は、振動試料型磁束計(VSM)などのようにサーチコイルの誘起電圧を利用した古典的方法。他方は、光学効果などを利用して材料の磁化状態を直接観察する方法である。前者は、測定対象の形状に起因する反磁界を勘案する必要がある反面、マクロな磁化特性をB-H曲線として得ることができる。後者は、マクロなB-H曲線を得ることが困難である反面、材料のミクロな詳細情報を映像形態として得ることが可能である。事実、磁性材料の磁区観察は、磁区・磁壁挙動を把握することを可能とし、材料使用法の最適化へ繋がる重要な鍵となっている<sup>(1),(2)</sup>。さらに、磁区観察により得られた磁区画像を計算機に取り込み、デジタル画像処理手法を適用する新しい磁性物理研究手法が勃興しつつある<sup>(3),(4)</sup>。このような背景を鑑み、磁区画像データからミクロのみならずマクロな磁化特性を把握する動画処理手法に関する研究が進められている。

本稿では最初に、方向性電磁鋼板磁区の走査型電子顕微鏡(SEM)画像を用いて、画像の Helmholtz 方程式法<sup>(5)</sup>によるB-H曲線推定法について述べる。まず、画像の Helmholtz 方程式法について述べ、次に、磁区 SEM 画像から算出された状態遷移行列の固有値を用いて方向性電磁鋼板の鉄損分布可視化をおこない、さらに、Preisach 型磁化特性モデルとの関係を与える<sup>(6)-(8)</sup>。最後に、任意の励磁状態における磁区パターンを画像の Helmholtz 方程式の解から生成する。また、磁区 SEM 画像の濃淡の平均値を磁束密度と対応させることで局所的な磁化曲線が計算可能であることを示す。

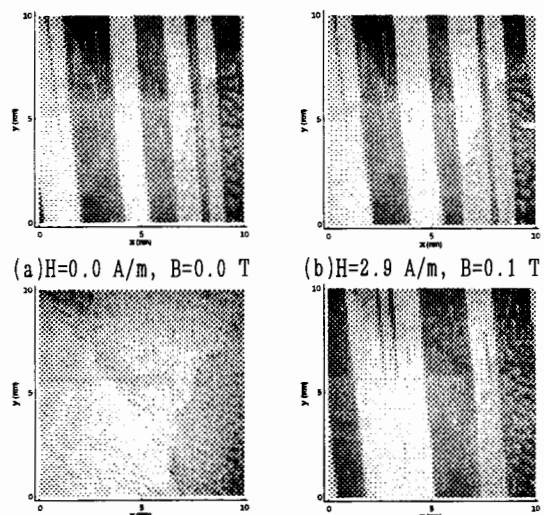
また、プリント基板配線中の高周波動作電流の可視化の一例として、磁界プローブの空間特性のみを利用したプリント基板上配線の MHz 以上の高周波電流の同定について述べる。

## 2. 画像処理技術を拡張した電磁界可視化手法

### <2.1> 材料評価への応用

SEM を用いた電磁鋼板の磁区観察は、①鋼板に研磨などの

特殊な加工を特に必要としない。②実用となる板厚の鋼板のまま観察できる。すなわち、実装状態と同等な鋼板の磁区構造を維持して観察可能とする。③電子線の加速電圧を変化させることで、鋼板表面のみならず内部状態もある程度可視化する。という利点がある。このため、磁区・磁壁挙動を解明する場合、SEM 画像法は有効な磁区観察の1手法である。図1は各磁化状態における新日鐵製方向性電磁鋼板 ORIENTCORE HI-B の SEM 画像である<sup>(1),(3),(6)</sup>。使用した電磁鋼板の板厚は0.23mm。SEM 観察条件は、加速電圧160 kVである。図1の白色部と黒色部はそれぞれN極とS極に着磁した部分に対応し、そのパターンは印加磁界Hによって変化する。よって、一連の磁化状態を時間軸と見なせば、SEM 画像法は磁区動画像を与える。



(a)  $H=0.0$  A/m,  $B=0.0$  T (b)  $H=2.9$  A/m,  $B=0.1$  T  
(c)  $H=236.3$  A/m,  $B=1.9$  T (d)  $H=0.0$  A/m,  $B=1.73$  T  
図1 SEMによるシリコン・スチール(新日本製鐵社商品名 ORIENTCORE HI-B)の磁区画像(100 x 100 pixels, 0.1 mm/pixel)

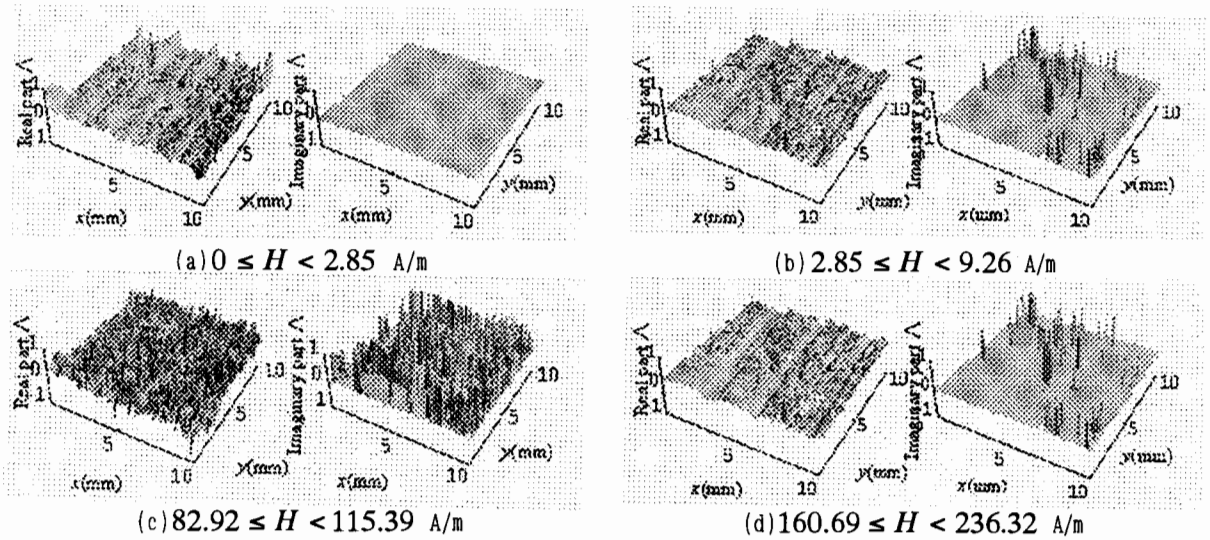


図2 固有値分布の実部(左図)と虚部(右図)

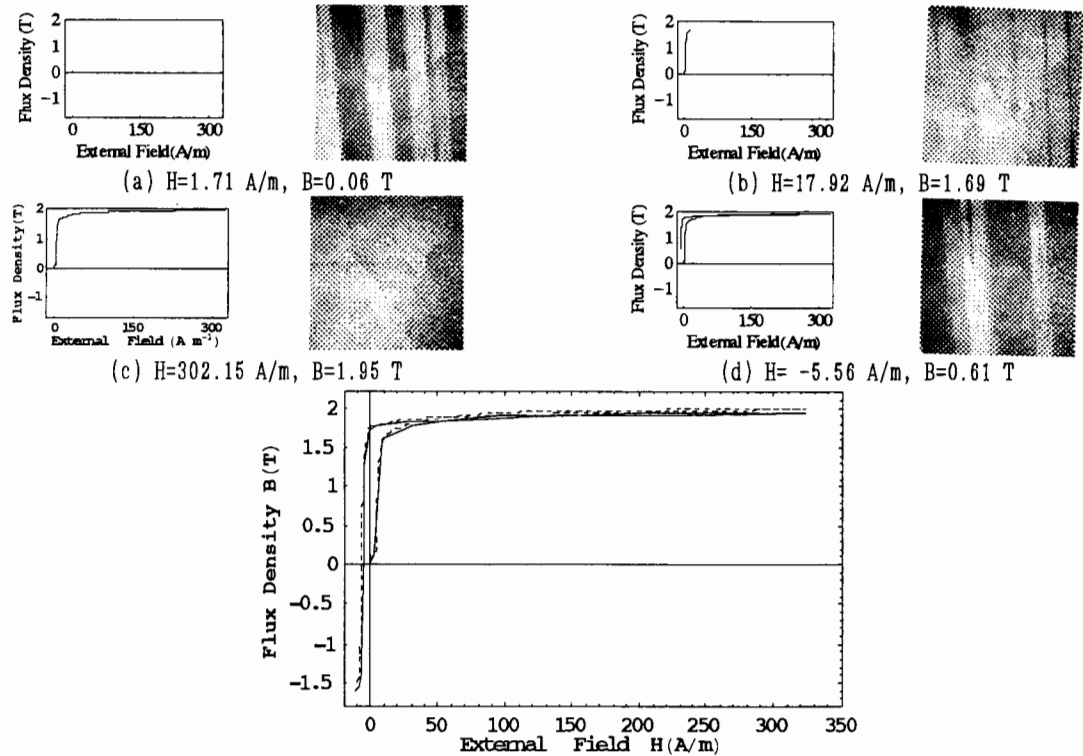


図3 生成された磁区画像と磁化曲線 (100 x 100 pixels, 0.1 mm/pixel)

電磁界や量子力学における Schrödinger 方程式のように、多くのダイナミクスは Helmholtz 型偏微分方程式で記述される。画像の Helmholtz 方程式法は、離散化された Helmholtz 型偏微分方程式をベースにした動画解析法である<sup>(5)</sup>。複数枚の静止画像(フレーム)で構成される動画から Helmholtz 型方程式における状態遷移行列の固有値を算出し、時間軸方向に対して離散的である動画から連続量への変換を可能とする<sup>(6)-(8)</sup>。

画像の Helmholtz 方程式法は、動画、いわゆるアニメーションの1フレームの画像をスカラー場  $U$  とみなすことで、動画を(1)式の Helmholtz 型偏微分方程式で記述することから出発する。

$$\nabla^2 U + \varepsilon \frac{\partial}{\partial \alpha} U = -\sigma \quad (1)$$

(1)式で、左辺第1項は1フレームにおける空間の広がり

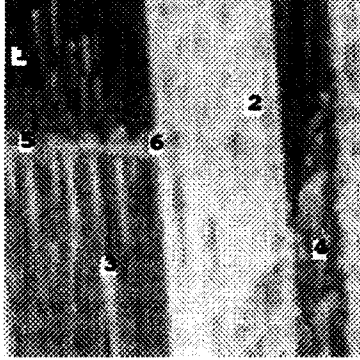


図5 ミクロな磁化曲線を描くために選択された画素位置

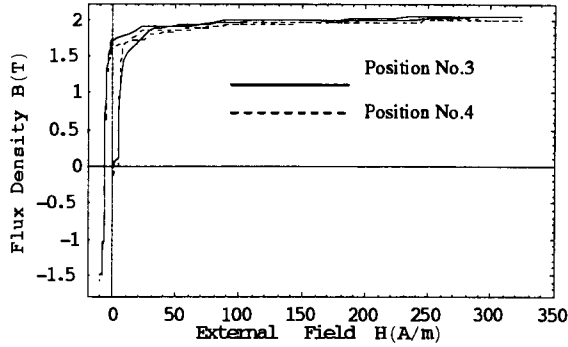


図7 図5でランセット磁区部分の磁化曲線

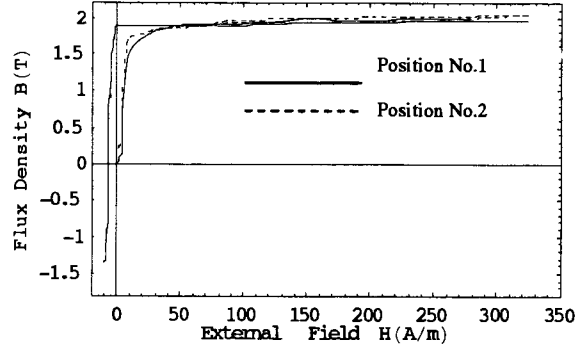


図6 図5で180°磁区部分の磁化曲線

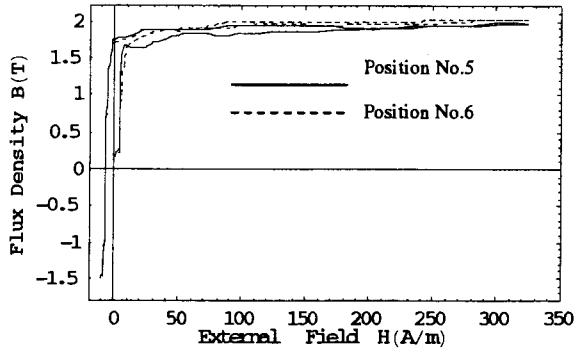


図8 図5で物理的歪磁区部分の磁化曲線

を表す。第2項は遷移変数 $\alpha$ の偏微分演算をおこなうため、フレームの遷移情報を与える。さらに、(1)式の右辺 $\sigma$ は、最終フレームに対するラプラシアン演算で得られる画像のソースデンシティである。本稿で取り挙げる磁区動画像解析における画像の Helmholtz 方程式は、磁区画像を  $U$ 、遷移変数を印加磁界  $H$  とするため、(1)式は(2)式となる。

$$\nabla^2 U + \epsilon \frac{\partial}{\partial H} U = -\sigma \quad (2)$$

(2)式で、 $\epsilon$  は磁区・磁壁移動速度に関するパラメタとなるが、未知であることに注意していただきたい。画素を節点として有限要素または有限差分などで離散化した(2)式について、モーダルアナリシス法で解くことを考える<sup>(9)</sup>。磁区動画像の初期フレームと最終フレームをそれぞれ  $U_{Start}$ 、 $U_{Final}$  とすると、任意の印加磁界  $H$  における磁区画像  $U_H$  は、(5)式で与えられる。

$$U_H = \exp(-\Lambda H)(U_{Start} - U_{Final}) + U_{Final} \quad (3)$$

ここで、 $\exp(-\Lambda H)$  は対角化された状態遷移行列である<sup>(5)</sup>。(3)式は、 $H=0$  で初期フレーム  $U_{Start}$ 、 $H \rightarrow \infty$  で最終フレーム  $U_{Final}$  となる。しかしながら、(2)式におけるパラメタ  $\epsilon$  が未知であるため、行列  $\Lambda$  も未知である。そのため、与えられた動画像フレームから行列  $\Lambda$  の要素を決定しなければならない。

磁区画像  $U_H$  が初期フレームと最終フレーム間に存在する動画像の1フレームとみなすと、(5)式を変形し、行列  $\Lambda$  の

要素を(6)式で決定することができる。

$$\Lambda = -\frac{1}{H} \ln \left( \frac{U_H - U_{Final}}{U_{Start} - U_{Final}} \right) \quad (4)$$

ここで、行列  $\Lambda$  は対角行列であるから、(4)式はすべての画素について独立に計算される。磁区動画像の行列  $\Lambda$  は、連続する3フレームの異なる磁化状態のSEM画像を用いて、各磁化区間の行列  $\Lambda_i$ 、 $i=1, 2, \dots, n-2$  で表現される。

$$\Lambda_i = -\frac{1}{H_{i+1} - H_i} \ln \left( \frac{U_{i+1} - U_{i+2}}{U_i - U_{i+2}} \right), i=1, 2, \dots, n-2 \quad (5)$$

(7)式で、 $n$  は総フレーム数、 $U_i$  は第  $i$  番目のSEM画像を表す。また、 $U_i$ 、 $U_{i+1}$ 、 $U_{i+2}$  はそれぞれ(4)式における  $U_{Start}$ 、 $U_H$ 、 $U_{Final}$  に対応する。よって、(5)式を(3)式に代入することで任意の磁化状態における磁区画像が生成可能である。逆に、(5)式による解は、印加磁界  $H=H_{i+1}$  で必ず  $U_{i+1}$  を与えることを意味する。図2は、(7)式から求めた各区間における行列  $\Lambda$  の実部(左)と虚部(右)を図1の画素配置に対応させて示している。図2で、行列  $\Lambda$  の実部と虚部の物理的意味を考えると、あらゆる動的系の状態方程式と同様に、行列  $\Lambda$  の実部と虚部は、遷移変数である印加磁界  $H$  に対して同位相成分と90度位相が異なる成分に対応するパラメタとなる。ゆえに、虚部に非ゼロの値が現れる部分では磁区・磁壁移動の遅れあるいは進みが生じていると考えられる。換言すれば、

鉄損発生部が可視化されているものと考えられる。

行列 $\Lambda$ と磁化特性モデルとの関係について考える。早野らによって提案された動的磁化特性モデルである Chua 型モデルの構成方程式は(4)式で与えられる<sup>(10),(11)</sup>。

$$\frac{1}{\mu} B + \frac{1}{s} \frac{dB}{dt} = H + \frac{\mu_r}{s} \frac{dH}{dt} \quad (6)$$

ここで、 $s$ 、 $\mu$ 、 $\mu_r$ はそれぞれヒステリシス係数( $\Omega/m$ )、理想磁化曲線から得られる透磁率、可逆透磁率である。また、ヒステリシス係数  $s$  と Preisach の分布関数  $\Psi$  との関係は(7)式で与えられる<sup>(12)</sup>。

$$s = \Psi \frac{dH}{dt} \quad (7)$$

(6)式を(7)式に代入し、 $\mu_r/\Psi$ を保持力 $H_c$ とすると(8)式を得る。

$$\frac{1}{\mu} B + \frac{1}{\Psi} \frac{dt}{dH} \frac{dB}{dt} = H + \frac{\mu_r}{\Psi} \frac{dt}{dH} \frac{dH}{dt}$$

$$B + \frac{\mu}{\Psi} \frac{\partial B}{\partial H} = \mu(H - H_c) \quad (8)$$

(8)式の左辺第1項が材料全体の磁束密度をあらわすとすれば、(2)式におけるパラメタ  $\varepsilon$  は、Preisach 分布関数の逆数に関係することがわかる。すなわち、(5)式で求められる行列 $\Lambda$ の各磁化区間で理想磁化曲線による透磁率  $\mu$  が一定値で近似可能ならば、磁区画像から Preisach の分布関数を求めることが可能であることを意味する。Preisach の分布関数  $\Psi$  は、磁気履歴を含む透磁率の磁界に対する変化率であるから、複素透磁率で考えれば<sup>(13)</sup>、行列 $\Lambda$ の実部は、実部の複素透磁率の逆数に対応し、虚部は、損失に関する虚部の複素透磁率の逆数に対応する。

(5)式によって求めた各区間の行列 $\Lambda$ を(3)式に代入し、任意の印加磁界  $H$  時の磁区画像を動画のフレームとして生成する。さらに、生成された各フレーム画像の濃淡の平均値から鋼板全体としての磁束密度を計算する。図6は、(3)式により生成した磁区画像(右)と画像の濃淡の平均値から計算した磁化曲線(左)である。また、図6は、実験と計算それぞれで得られた磁化曲線を示す。結果として複数枚の異なる磁化状態の磁区画像から任意の磁化状態の磁区画像が生成可能であることがわかる。図1に示した磁区画像を構成する任意の1画素について注目すれば、局所的な磁化曲線が生成可能である。図5で番号づけされている個所の磁化曲線を図6~8に示す。また、図5は、図1(a)の画像の一部を10倍に拡大したものである。図5において、番号1, 2は、純粋な180度磁区部分、番号3, 4は、ランセット磁区部分、番号5, 6は、物理的な歪が存在する部分である。

まず、残留磁束密度について注目すると、純粋な180度磁区部分(図6)の残留磁束密度は、ランセット磁区部分(図7)と物理的な歪が存在する部分(図8)の残留磁束密度に比べて高くなっている。しかしながら、純粋な180度磁区部分では、残留磁束密度付近でのヒステリシスループ幅が広がっていることがわかる。これは、180度磁区付近では高い静磁エネルギーを保つために磁区が動きにくくなっていることに起因していると考えられる。次に、ランセット磁区部分について注目すると、ランセット磁区の発生活動が頻繁となる非

可逆的磁壁移動から回転磁化領域へ遷移する部分で不連続な磁化曲線が生成されている。最後に、図8は、電磁鋼板に対する物理的な歪はランセット磁区部分と同様な不連続な磁化曲線を生成することがわかる。

以上、SEM 画像を構成する画素について注目すれば、磁区の物理的な状態に依存した磁化曲線が生成可能である。逆に磁化曲線を生成すれば、ランセットや物理的な歪部分が抽出される。

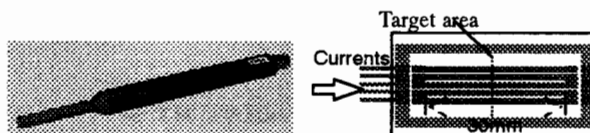
### 3. プリント基板配線の動作電流同定

ここでは、磁界測定に用いたセンサーの空間特性のみを利用し、測定された磁界から配線中の電流を計測する方法について述べる<sup>(14)</sup>。実際のプリント基板の磁界測定による非接触電流計測への応用を考慮し、(1)磁界測定位置と電流位置は既知、(2)測定点数と電流離散化点数は同数、(3)磁界測定点は各配線の直上、(4)磁界プローブの空間特性は既知、であるとすると、ここで、磁界プローブの空間特性は、問題と同じオフセット及び測定間隔で測定された配線1本の場合の正規化した磁界分布である。換言すれば、空間特性は一定の測定条件下での磁界の測定可能な範囲を示す。

電流同定法として、磁界プローブの空間特性を利用した方法を述べる。測定された磁界分布  $\mathbf{X}$ 、測定点直下の配線の電流に起因する磁界を要素とするベクトル  $\mathbf{X}'$  を

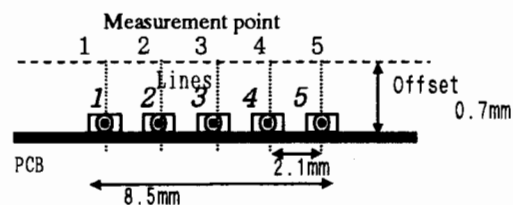
表2 測定条件及び入力電流

|        |               |  |
|--------|---------------|--|
| 測定点    | 5点, 2.1mm間隔   |  |
| Offset | 0.7mm         |  |
| 入力電流   | Lines 1, 2, 4 | 10MHz, 20% Duty Pulse, Input power 0dBm, |
|        | Line 3        | Delay 10.6ns(measured)                   |
|        | Line 5        | Open                                     |



(a)磁界プローブ<sup>(15)</sup>

(b)簡略化基板モデル



(c)対象領域断面図

図9 密集した並行配線の非接触電流計測

$$\mathbf{X} = [H_1 \ H_2 \ \dots \ H_n]^T \quad (9)$$

$$\mathbf{X}' = [H'_1 \ H'_2 \ \dots \ H'_n]^T \quad (10)$$

とすると、システム方程式は

$$\begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \vdots \\ H_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & \dots & \dots & C_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H'_1 \\ H'_2 \\ \vdots \\ H'_n \end{pmatrix} \quad (11a)$$

または

$$\mathbf{X} = \mathbf{C}\mathbf{X}' \quad (11b)$$

となる。ここで、下添え字  $n$  は磁界測定点数である。(11b) 式のシステム行列  $\mathbf{C}$  の要素は、各点での測定された磁界に各配線の電流に起因する磁界が、磁界プローブで測定された磁界にどの程度の割合で含まれているかを意味する。例えば、測定された磁界  $H_1$  は

$$H_1 = C_{11}H'_1 + C_{12}H'_2 + \dots + C_{1n}H'_n \quad (12)$$

であり、係数  $C_{11}$  は磁界  $H_1$  の測定点で各配線の電流に起因する磁界が含まれる割合となる。これは、システム行列  $\mathbf{C}$  の各行がプローブの空間特性から得られることを意味する。また、 $X$  方向磁界を測定する場合は測定点直下の配線による磁界  $H'_1$  の含まれる割合が最大となり、測定点直下の配線による磁界の係数が最大となる。プローブの空間特性は最大値 1 で正規化した値とすると、システム行列  $\mathbf{C}$  の対角要素は全て 1 である。従って、(11) 式中のシステム行列  $\mathbf{C}$  は正則行列となるため、求めるべき解ベクトル  $\mathbf{X}'$  は

$$\mathbf{X}' = \mathbf{C}^{-1}\mathbf{X} \quad (13)$$

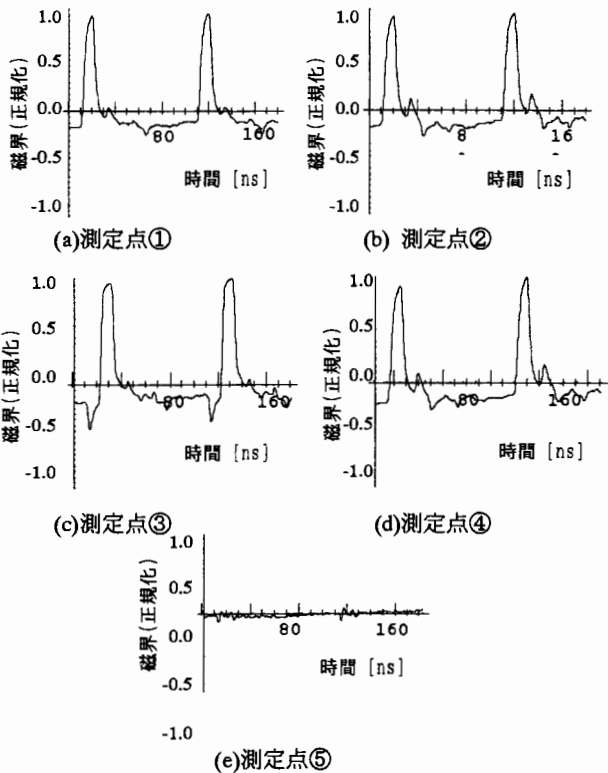
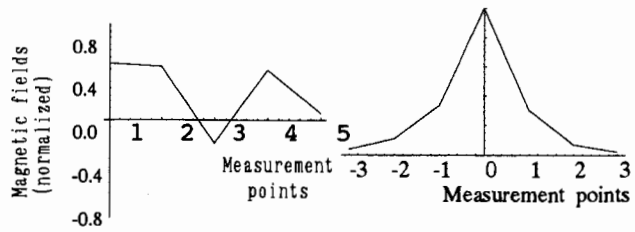
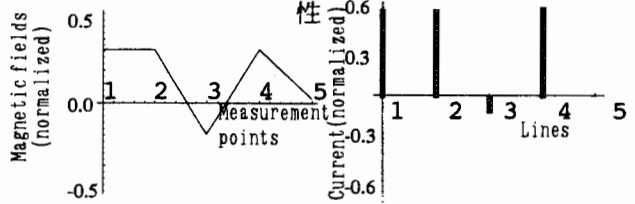


図10 各測定点で測定された磁界プローブ出力波形



(a)測定された磁界分布 (b)磁界プローブの空間特性



(c)計算された磁界分布 (d)電流同定結果

図11 磁界プローブ空間特性を用いた電流同定

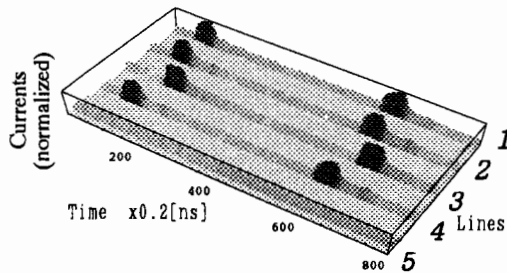


図12 電流同定結果

で一意的に解が得られる。得られた解  $\mathbf{X}'$  の要素は、各配線の電流のみに起因する磁界である。電流と磁界測定点の位置関係が既知であるという前提から、各配線の電流はアンペアの係数を単純に適用するだけで得られる。

LSI・IC 等のリード線や基板配線を主な測定対象としたプリント基板の並行配線モデルを用いて、数 mm 間隔の並行配線中の電流同定を行った例を示す。

図 9-12 に、0.21mm 間隔の並行配線に流れている 10MHz パルス電流同定の検証実験を示す。入力電流および測定条件を表 2 に示す。入力電流は 5 配線中の 3 配線に同位相、それ以外の 1 配線は位相遅れのパルス電流が流れ、さらに 1 配線はオープン状態であるとした。

図 9(a)-(c)に、それぞれ磁界プローブ、簡略化基板モデル、対象領域断面図を示す。

図 10(a)-(e)は、それぞれ、各配線上の磁界プローブ出力波形を示す。図 11(a)-(d)に、それぞれ、測定された磁界分布、磁界プローブの空間特性、計算された磁界分布、電流分布計算結果を示す。図 11 は、時間 116ns における測定及び計算結果である。

図 12 に、同定された各配線中の電流分布を可視化した結果を示す。図 12 の結果は、電流波形がパルス状であること、配線 5 が Open 状態であること、配線 3 の位相遅れ

が約 10ns と実測値 10.6ns とほぼ等しいことから入力電流がほぼ同定されていることがわかる。

#### 4. まとめ

最初に、磁性材料の新しい評価法として、可視化された磁区画像を用いた動画解析手法を提案した。離散的に与えられる一連の磁区画像を Helmholtz 型偏微分方程式で記述し、磁区動画を連続的に生成する方法について述べた。その結果として、電磁鋼板の全体的・局所的な磁化曲線の算出を可能とした。また、磁区画像フレーム間の遷移情報は状態遷移行列の固有値として表現され、その虚部が鉄損分布を可視化し、さらに Preisach の分布関数に関係していることを述べた。状態遷移行列の固有値を考察することは複雑な現象を有する磁性材料の磁区構造並びに鉄損解析などの物性評価に有効であることが自明である。

また、磁界測定に用いたセンサーの空間特性のみを利用し、測定された磁界から配線中の電流を計測する方法について述べた。結果として、プリント基板の動作信号が基本周波数 10MHz で、2mm 程度の間隔の配線であれば、高周波成分を含むパルス状電流やマイクロストリップラインであっても、配線個々の電流が同定可能であることを示した。

#### 参考文献

- (1) 山本孝明, 野沢忠生, 松尾征夫, 日本応用磁気学研究資料, 16-4, (1980).
- (2) 開道 力, 他, 電気学会マグネティックス研究会資料,

- MAG-99-173 (1999).
- (3) A. Hubert and R. Schäfer, *Magnetic Domains*, Springer, Berlin, (2000).
- (4) 例えば, S.-B. Choe and S. C. Shin, Phys. Rev. 62, 8684 (2000).
- (5) 遠藤 久, 早野誠治, 齋藤兆古, 國井利泰, 電学論 120-A, 913 (2000).
- (6) 遠藤 久, 早野誠治, 齋藤兆古, 國井利泰, 可視化情報学会誌, 20, Suppl. 1, 141 (2000).
- (7) 茂田幸康, 早野誠治, 齋藤兆古, 電気学会マグネティックス研究会試料, MAG-00-116 (2000).
- (8) 遠藤 久, 他, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-00-257 (2000).
- (9) 齋藤兆古, 他, 電気学会静止器回転機合同研究会資料, SA-90-20, RM-90-32, (1990).
- (10) 齋藤兆古, 早野誠治, 日本応用磁気学会誌, 13, 5, 594, (1989).
- (11) 早野誠治, 法政大学学位論文 (1995).
- (12) Y. Saito, S. Hayano, and Y. Sakaki, J. Appl. Phys., 64, 1, 5684 (1988).
- (13) Y. Saito, K. Fukushima, S. Hayano and N. Tsuya, IEEE Trans. Magn., 23, 5, 2227 (1987).
- (14) 土井達也, 増田則夫, 電学論, Vol.122-A, No.3, pp.351-357 (2002)
- (15) 増田, 玉置, 平成 13 年電気学会全国大会シンポジウム, S8-7 (2001)

原稿受付日

平成 15 年 3 月 3 日