

## 電磁界の可視化手法に関する考察

遠藤 久, 早野 誠治, 齋藤 兆古  
(法政大学)

### Consideration on the Electromagnetic Field Visualization Methodologies

Hisashi Endo, Seiji Hayano, and Yoshifuru Saito (Hosei University)

#### Abstract

This paper deals with visualization in electromagnetism. At first, visualization of current is taken up as the inverse source problems. The GVSPM (Generalized Vector Sampled Pattern Matching), WIM (Weighted Inverse Matrix) schemes achieve to identify the current distribution in the electric and electronic devices from measured magnetic field distribution. Second, visualization of electromagnetic phenomena is discussed. The image differential equation approach makes it possible to analyze the electromagnetic fields like an image processing methodology. Particularly, the image Helmholtz equation enables us to carry out the inverse parameter problems.

キーワード：電磁界可視化, 逆問題, 電流分布推定, 画像の微分方程式,

(Electromagnetic field visualization, Inverse problems, Current estimation, Image differential equations)

#### 1 まえがき

電磁界の可視化は、有限要素法などに代表されるいわゆる CAD による電気・電子機器の設計や教育現場、EMC 問題などにおける電気・電子デバイスの評価において重要な役割を果たしている [1]。近年の電気・電子機器は高機能化・高集積化によって、引き起こされる装置周辺へ放射する磁界ノイズ評価の一つとして、装置内電流分布可視化技術の社会的意義は大きい [2]。近年の電気・電子機器はほぼ完全な密閉構造をしており、破壊、分解なしに電気的な内部構造調べるには、機器周辺に分布する電磁界分布情報から、その情報源となる電流、電荷分布を推定するいわゆる逆問題に帰する。一方、X 線、電子顕微鏡といったさまざまな可視化デバイスが有効である現在、さまざまな電磁現象をわれわれは可視化画像より把握することができる。可視化された電磁界画像から電磁現象を支配するパラメータを抽出することは、電気機器解析の歴史的にもおおきなブレイクスルーになることは明らかであり、これも逆問題的なアプローチの一つである。

本論文では、逆問題的観点からの電磁界可視化手法として、電流分布の可視化、電磁現象の可視化について述べる。

第 2 節では、電流分布の可視化、すなわち電気・電子機器周辺に分布する磁界情報から情報源である電流を推定方法について述べる。この場合、一般に不適切な線形システムを解くことに帰することが知られている [3]。不適切な線形システムを解く方法として、ベクトル型サンプルドパターンマッチング法(GVSPM) [4] と重みつき逆行列法(WIM) [5] について記述する。GVSPM 法

の例として、立方体内に分布する電流ベクトル分布を可視化する。また、重みつき逆行列法の例として、プリント基板を想定し、ある平面状に分布する電流分布を可視化する。求められた解から、測定磁界データの精度について考察する。

第 3 章では、電磁現象の可視化、特に方向性電磁鋼板の磁区画像から磁化過程、鉄損発生部を可視化する方法について述べる [6]。電磁界解析でよく知られる Poisson 方程式、Helmholtz 方程式で可視化画像を表現し、解析する [7, 8]。磁区画像を用いた解析の結果が、磁気ヒステリシス表現法の一つである Preisach モデルと一致することを示す。

#### 2 電流分布の可視化

##### <2.1> システム方程式と微小ループ電流モデル

測定磁界分布から電流分布を推定する逆問題は、IS (Inverse Source) 問題と呼ばれている。この場合、(1)式のシステム方程式を解くことに帰する。

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{X} \quad (1)$$

(1)式の  $\mathbf{Y}$ ,  $\mathbf{X}$  はそれぞれ  $p$  次の測定磁界分布に対応する入力ベクトル、 $q$  次の電流分布に対応する解ベクトル。(1)式の入力ベクトル  $\mathbf{Y}$  の次数  $p$  と解ベクトル  $\mathbf{X}$  の次数  $q$  が等しくない。また、 $\mathbf{C}$  は  $p$  行  $q$  列の磁界分布と電流分布との関係を繋ぐ長方形行列になる。システム行列  $\mathbf{C}$  を作成する方法として本論文では、図 1 に示すような微小ループ電流モデルを採用する [9]。図 2 のループ電

流  $I$  が与える  $z$  軸方向の磁界  $H$  は(2), (3)式で与えられる.

$$H = \frac{I}{2\pi} \left[ \frac{1}{\sqrt{(a+r)^2 + z^2}} \right] \left[ \frac{a^2 - r^2 - z^2}{(a-r)^2 + z^2} E(\kappa) + K(\kappa) \right] \quad (2)$$

$$\kappa^2 = \frac{4ra}{(r+a)^2 + z^2} \quad (3)$$

ここで,  $K(\kappa)$ ,  $E(\kappa)$  はそれぞれ第1種, 第2種楕円積分である. 図2のループ電流を図1のように配列し, (1), (2)式の関係を用いてシステム行列  $C$  を作成する.

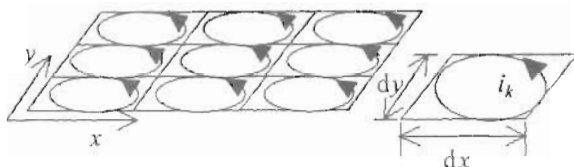


図1 微小ループ電流モデル

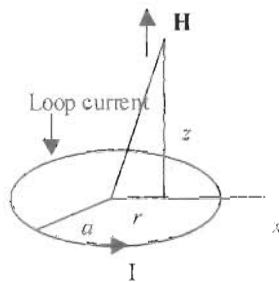


図2 微小ループ電流モデルの1要素

### <2.2> ベクトル型サンプルドパターンマッチング法 (GVSPM)—準3次元電流ベクトル分布可視化システム—

(1)式は入力ベクトル  $\mathbf{Y}$  が必ずシステム行列  $C$  の列ベクトル  $C^k$  の線形結合で与えられることを意味する.  $k$  回目の反復解  $C\mathbf{X}^{(k)}$  と入力ベクトル  $\mathbf{Y}$  間の角度の余弦成分

$$\begin{aligned} f(\mathbf{X}^{(k)}) &= \frac{\mathbf{Y} \cdot C\mathbf{X}^{(k)}}{|\mathbf{Y}| |C\mathbf{X}^{(k)}|} \\ &= \frac{\mathbf{Y} \cdot \mathbf{Y}}{|\mathbf{Y}| |\mathbf{Y}|} \frac{C^k \cdot \mathbf{X}^{(k)}}{|C^k \cdot \mathbf{X}^{(k)}|} \\ &= \mathbf{Y}' \frac{C^k \cdot \mathbf{X}^{(k)}}{|C^k \cdot \mathbf{X}^{(k)}|} \end{aligned} \quad (4)$$

を解の評価関数とし,

$$f(\mathbf{X}^{(k)}) \rightarrow 1 \quad (5)$$

とする(1)式の反復解法をベクトル型サンプルドパターンマッチング法(以下GVSPMと略記)と呼ぶ [4].

GVSPM による電流分布可視化の一例として, 図3に示す立方体の6面で, 各面に垂直方向の2次元磁界分布を測定する(図4). GVSPM を用いて, 測定された2次元磁界分布から2次元平行多

平面上の電流分布推定を行う. 得られた平行多平面上の電流分布をベクトル的に合成することで立方体内の準3次元電流ベクトル分布を可視化する. 図5は可視化結果である. 逆問題特有の空間高調波が結果に反映しているが, GVSPM で電流の通電方向, コイルの形状が可視化可能であることが判明した.

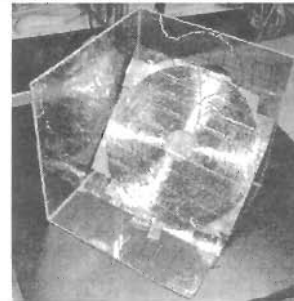


図3 準3次元電流ベクトル分布推定対象の励磁コイル

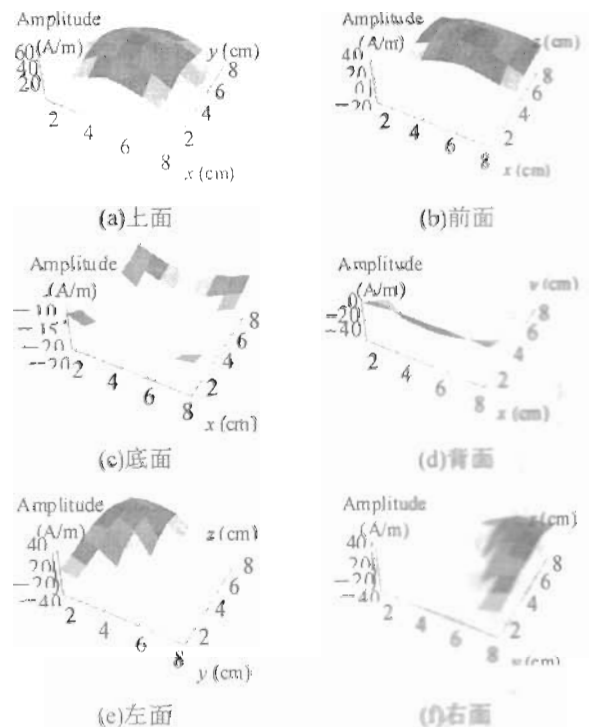


図4 測定された各立方体面に垂直な磁界分布

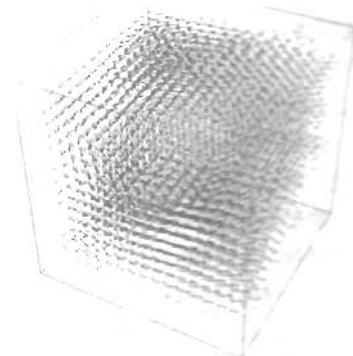


図5 GVSPM による準3次元電流ベクトル分布

<2.3> 重みつき逆行列法—逆問題解の評価—

重みつき逆行列法(以下 WIM と略記)は、最小自乗法をはじめとする一般化逆行列法概念を拡張した方法であり、(1)式の解ベクトル  $\mathbf{X}$  が級数展開可能であると仮定し、解を得る方法である [10]。 (6)式の入力ベクトル  $\mathbf{Y}$  を(7)式のように仮定する。

$$\mathbf{Y} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{s} \quad (6)$$

$$\mathbf{s} = [\mathbf{W}^T \mathbf{W}]^{-1} \mathbf{W}^T \mathbf{Y} \quad (7)$$

ここで  $\mathbf{W}$  は重み行列である。重み行列は仮定した関数系で決定する  $p$  行  $q$  列の長方形行列であり、 $\mathbf{s}$  は  $q$  次の係数ベクトルである。結果として WIM 解は、(8)式で与えられる。

$$\mathbf{X} = [\mathbf{W}^T \mathbf{D}]^{-1} \mathbf{W}^T \mathbf{Y} \quad (8)$$

WIM による電流分布可視化の一例として、図 6(a)に示すプリント基板を想定した励磁コイルの直上をサーチコイルで  $x, y, z$  各成分について測定する(図 6(b))。WIM を用いて、電流分布推定を行う。図 7(a), (b)はそれぞれ推定された電流分布とその回転演算で得られる電流ベクトル分布である。電流の通電方向、コイルの形状が可視化可能であることが判明した。また、図 8 に(7)式より得られる重み係数  $\mathbf{s}$  の要素を示す。本例では、(6)式における重み係数  $\mathbf{W}$  は、2 次元のフーリエ級数を用いた。重み係数  $\mathbf{s}$  の要素数は、225 であり、これは解がフーリエ級数の第 225 項までで表現可能な関数であると仮定していることを意味する。フーリエ係数は振動的であるが、第 90 項以降は完全に収束している。従って、得られた WIM 解は物理的に正しい解であると考えられる。このように WIM は係数の収束性を調べることで、得られた解の物理的妥当性を客観的に評価することが可能である [5]。

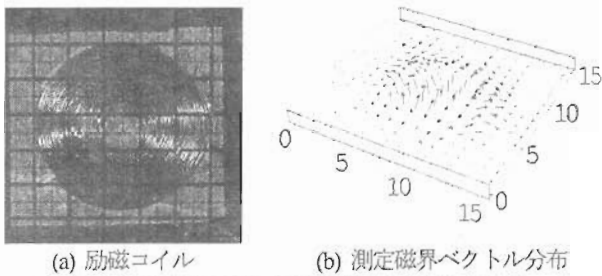
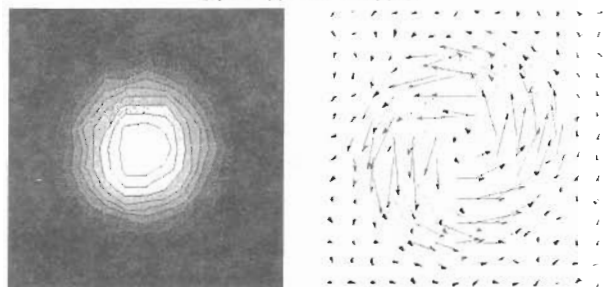


図 6 プリント基板を想定した電流分布推定対象の励磁コイルと測定磁界ベクトル分布



(a)推定された電流分布 (b)電流ベクトル分布  
図 7 WIM による電流分布可視化

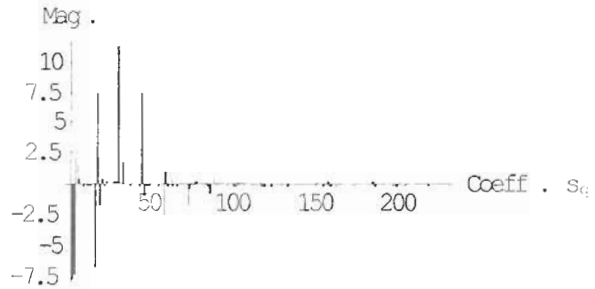
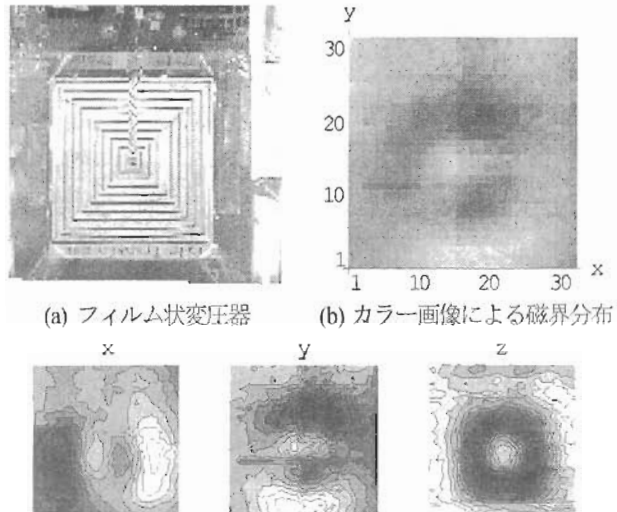


図 8 WIM 解のフーリエ係数

3 電磁界分布の可視化

<3.1> 電磁界分布の可視化画像—磁界の固有パターン—

電磁界磁界はベクトル量であるから、互いに直交する  $x, y, z$  成分で表される。電磁界を可視化するため、電磁界の  $x, y, z$  方向成分をそれぞれ色の 3 原色、赤(以下、R と略記)、緑(以下、G と略記)、青(以下、B と略記)に対応させて可視化する [7]。図 9 はサーチコイルを用いて測定されたフィルム状変圧器直上の磁界分布である。図 9(b) は磁界をカラー画像で可視化したものである。このようにして可視化された磁界は既にベクトル量ではないため、カラー画像として取り扱いが可能となる。すなわち、このような画像を素子固有のパターンとすることで素子認識に応用できる [12]。



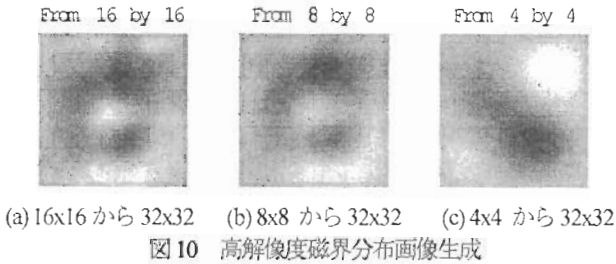
(a)フィルム状変圧器 (b)カラー画像による磁界分布  
(c)磁界の  $x$  成分 (d)磁界の  $y$  成分 (e)磁界の  $z$  成分  
図 9 フィルム状変圧器直上の磁界分布

<3.2> 画像の Poisson 方程式—高解像度磁界分布生成—

画像データは、数値をマトリックス状に配置した画素 (pixel) と呼ばれるもので構成されている。その画素値をスカラーポテンシャル  $U$  みなし、画像の偏微分方程式を導入する。静的な画像の支配方程式は(9)式の Poisson 方程式となる。

$$\nabla^2 U = -\sigma \quad (9)$$

ここで、 $\sigma$ は画像のソースデンシティである。画像のソースデンシティを入力として(9)式を解くと、画像が完全に再現できることが報告されている[7]。また、微分方程式で記述することは画像の解像度が自由に変更できることを意味する。図10は図9で示した磁界分布(測定点数 32x32)画像を一定間隔で間引きし、各RGB要素に対して独立に(9)式を解き、図9(b)の画像と同解像度に復元したものである。図9(b)と図10(a), (b), (c)との相関係数はそれぞれ、0.91, 0.80, 0.50 となり、高解像度磁界分布生成が高精度でおこなうことが可能である。



### <3.3> 画像の Helmholtz 方程式—磁区挙動解析—

動的画像、いわゆるアニメーションの支配方程式は、(10)式のように画像の遷移情報 $\alpha$ に対する微分項を含んだ Helmholtz 方程式となる [8]。

$$\nabla^2 U + \varepsilon \frac{\partial}{\partial \alpha} U = -\sigma \quad (10)$$

また、初期値と最終値の画像をそれぞれ  $U_{Start}$ ,  $U_{Final}$  とすれば、(10)式の基本解は(11)式となる。

$$U(\alpha) = \exp(-\Lambda \alpha) (U_{Start} - U_{Final}) + U_{Final} \quad (11)$$

ここで、(10)式における係数  $\varepsilon$  が与えられていないことから(11)式の状態遷移行列  $\exp(-\Lambda \alpha)$  が決定できない。しかしながら、解の画像  $U(\alpha)$  をアニメーション画像の 1 フレームとして考えれば、(12)式を用いて行列  $\Lambda$  の要素が決定できる。

$$\Lambda = -\frac{1}{\Delta \alpha} \ln \left[ \frac{U(\alpha) - U_{Final}}{U_{Start} - U_{Final}} \right] \quad (12)$$

(12)式で得られる行列  $\Lambda$  を(11)式に代入すれば、離散的に与えられるアニメーションフレームが解析的に生成可能となる。また、行列  $\Lambda$  は、(10)式における係数  $\varepsilon$  に対応するから、電磁界可視化画像に応用すれば、画像から系が支配するパラメタが抽出可能である。

画像の Helmholtz 方程式の一応用例として、図11に示す各磁化状態における方向性電磁鋼板の SEM 画像を用いて磁区挙動解析をおこなう。本例において、磁区画像は外部磁界  $H$  によって変化するため、遷移情報  $\alpha$  は外部磁界  $H$  となる。すなわち(10), (11)式はそれぞれ

$$\nabla^2 U + \varepsilon \frac{\partial}{\partial H} U = -\sigma \quad (13)$$

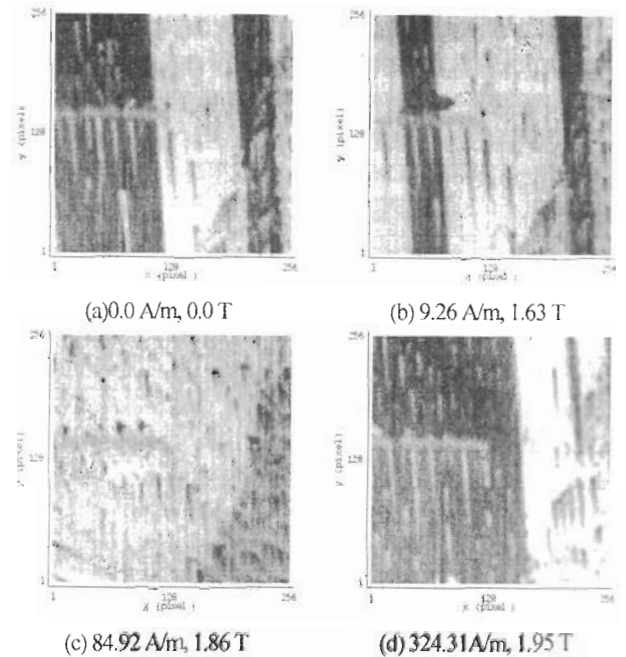


図11 各磁化状態における方向性電磁鋼板の SEM 画像

試料: 新日鐵製 ORIENTCORE HI-B,

板厚: 0.23 mm, 解像度: 100x100 pixel, 0.1 mm/pixel

$$U(H) = \exp(-\Lambda H) (U_{Start} - U_{Final}) + U_{Final} \quad (14)$$

となり、また、行列  $\Lambda$  の決定は、 $U_i$  を  $i$  番目アニメーションフレームとして(15)式のように3枚の SEM 画像より逐次決定する。

$$\Lambda_i = -\frac{1}{\Delta H} \ln \left( \frac{U_{i+1} - U_{i+2}}{U_i - U_{i+2}} \right) \quad (15)$$

図12は、(15)式から求めた行列  $\Lambda$  の要素を図11の画像配置に対応させて示したものである。図12を見ると行列  $\Lambda$  は、実部と虚部にわかれる。これは、遷移情報である外部磁界に対して同位相成分と 90 度位相がずれた成分を画像情報から抽出可能であることを意味している。換言すれば、複数の磁化状態における磁区画像から、鉄損発生部の可視化が可能であることを意味する。

まず、 $\Lambda$  の実部の挙動について考えると、低磁界では、S 極(図11の黒色部)と N 極(図11の白色部)に着磁している部分で、S 極部分の移動部分の値がゼロに近く、主磁化過程が磁壁移動であることがわかる。磁界を高くしていくと、実部は、全体的に大きな値を示すが、微視的にはランセット等の発生消滅に対応して、大きな値を示している。さらに磁界を大きくすると、全体的にかつ平均的に大きな値を示すが、これは磁化回転が生じていることに対応する。次に、 $\Lambda$  の虚部の挙動について考えると、低磁界では、実部が磁壁移動に対応した部分が大きな値をとるが、虚部は小さい値である。これは、磁壁が磁界に対応して、あまりピンニングされずに動いていることを示している。しかし、磁界が高くなり、ランセットなどの発生消滅が生じると、ランセット発生消滅部分で、虚部の値が大きくなり、鉄損発生に影響していることがわかる。

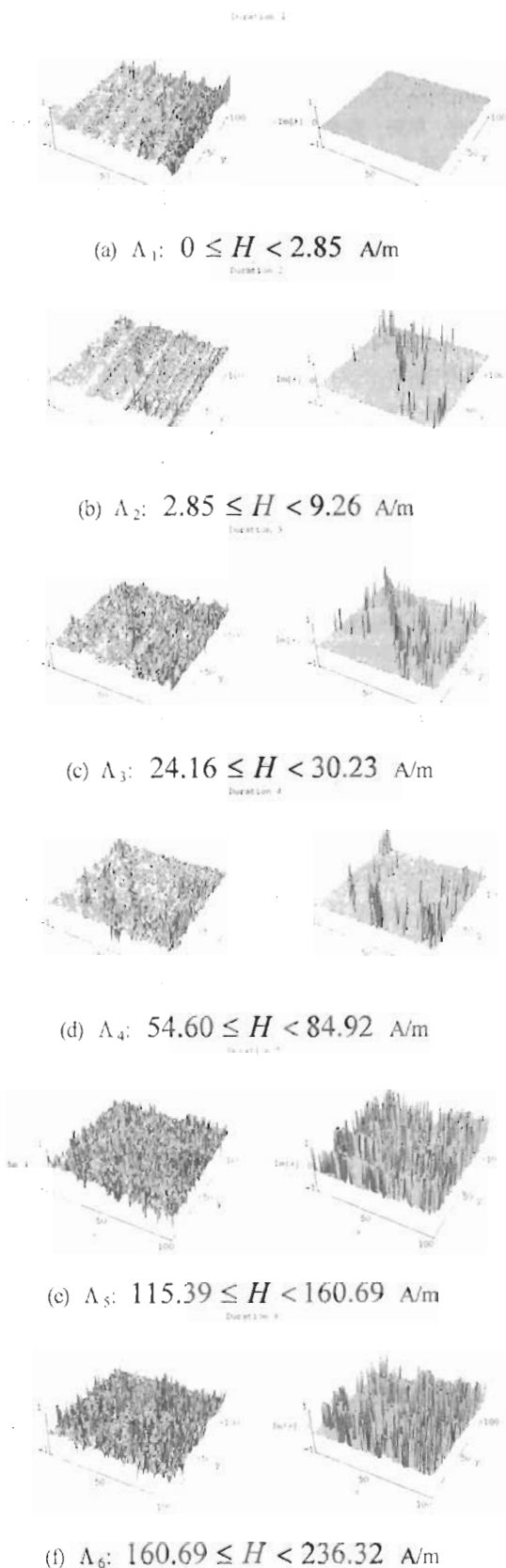


図12 各区間における固有値 $\Lambda$ の分布  
(左列：実部，右列：虚部)

(15)式によって求めた各区間の行列 $\Lambda$ を(14)式に代入し，任意の磁界 $H$ 時の磁区画像を動画のフレームとして生成する．また，画像の濃淡の平均値から $B-H$ 曲線を計算する．図13は(14)式により生成した磁区画像(右列)と画像の濃淡の平均値から計算した $B-H$ 曲線(左列)である．結果として複数枚の磁区画像から任意の磁界 $H$ 時の磁区画像が生成可能であることがわかる．

最後に(15)式より求めた行列 $\Lambda$ の物理的意味を考えてみる．Chua型磁化特性モデルとPreisachモデルの複合方程式から，

$$B + \frac{\mu}{\Psi} \frac{\partial B}{\partial H} = \mu(H - H_c) \quad (16)$$

の関係をj得る[13]．ここで， $\mu, \Psi, H_c$ はそれぞれ透磁率，Preisachの分布関数，保磁力である．(13)式左辺第1項が材料全体の磁束密度をあらわすとすれば，(13)式における係数 $\epsilon$ は，Preisach分布関数の逆数に対応することがわかる．すなわち，微視的に捕らえられた磁区画像からPreisachの分布関数を求めることが可能であることを意味する．結果として，アニメーションをHelmholtz方程式で記述することによって，可視化された画像情報から，物理的に意味のあるパラメタを決定するいわゆるIP (Inverse Parameter)問題を可能とする．

#### 4 まとめ

本論文では，電磁界の可視化技術を逆問題的観点からまとめた．第1に，IS問題として，電流分布可視化技術についてGVSPMによる電流ベクトル分布推定法とWIMによる電流分布推定解の評価法について述べた．電流分布可視化技術の1つの課題としては，いかにして周辺の電磁界情報を得るか，すなわち近傍電磁界のセンシング技術という点が挙げられる．第2に，IP問題として，画像の微分方程式法による方向性電磁鋼板の磁区挙動解析法について述べた．画像解析による電磁現象可視化技術の1つの課題も同様に，いかにして電磁現象を画像化するか，また，複雑な現象からいかにして解析すべき情報を抽出するかということが挙げられる．

#### 参考文献

- [1] 山下，"電磁現象の可視化，"電学誌，Vol.119，No. 3，pp.169-172，1999．
- [2] 高橋，早野，齋藤，"最小自乗法による2次元電流分布推定，"電学論，Vol.120-A，No.10，pp.919-923，2000．
- [3] 齋藤，"不適切な線形システムと逆問題，"日本シミュレーション学会第19回電気・電子シンポジウム，1998．
- [4] 関島，宮原，早野，齋藤，"準3次元電流分布推定法に関する研究，"電学論，Vol.120-A，No.10，pp.907-912，2000．

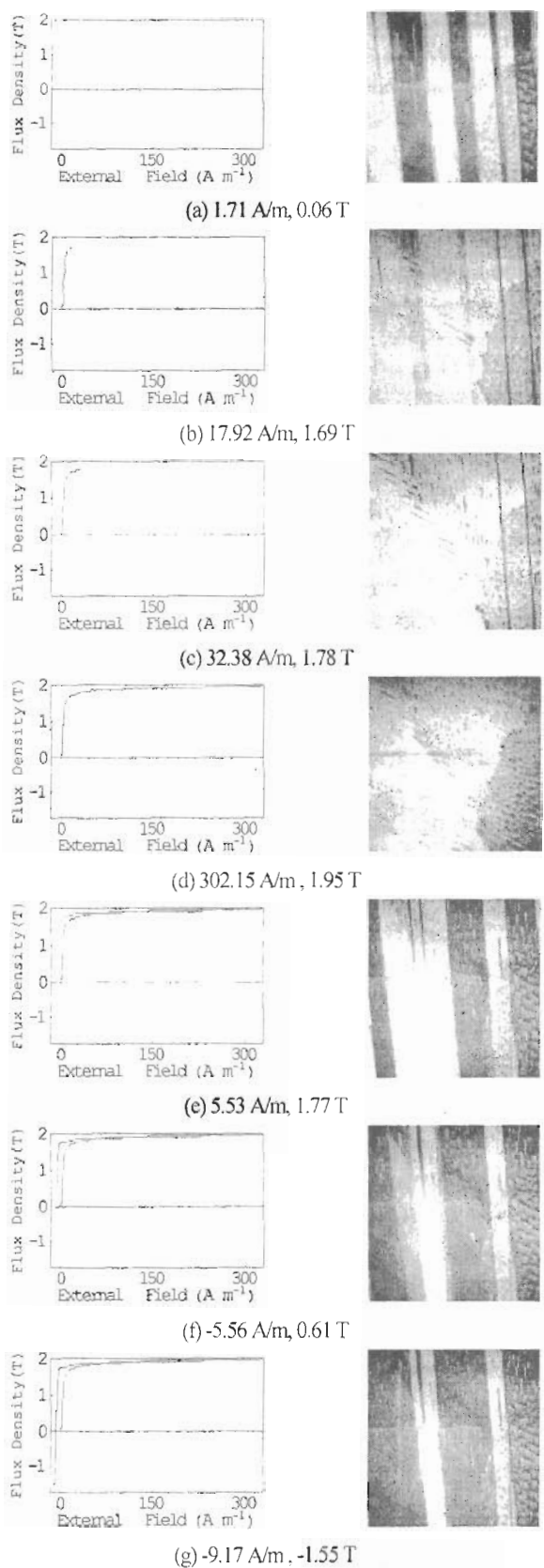


図 13 画像の Helmholtz 方程式による磁区画像の再構成(右列)と磁化曲線(左列)(100x100 pixel, 0.1 mm/pixel)

[5] 高橋, 早野, 齋藤, "重みつき逆行列法による電流分布の可視化," 電気学会マグネティックス研究会, MAG-00-259, 2000.

[6] 遠藤, 早野, 藤倉, 開道, 齋藤, "磁区動画画像生成法に関する考察," 電気学会マグネティックス研究会, MAG-00-257, 2000.

[7] 遠藤, 早野, 齋藤, 國井, "画像の支配方程式とベクトル場への応用," 電学論, Vol.120-A, No.12, pp.1089-1093, 2000.

[8] 遠藤, 早野, 齋藤, 國井, "画像処理の一方法とその動磁界解析への応用," 電学論, Vol.120-A, No.10, pp.913-918, 2000.

[9] 増田, 緑川, 齋藤, 遠矢, "電子回路基板中の電流分布推定に関する研究," 電学論, Vol.119-A, No.7, pp.997-1004, 1999.

[10] A.Takei, S.Hayano, and Y.Saito, "A Weighted Inverse Matrix Approach to Searching for the Electric Field Sources," IEEE Trans. Magn., Vol.36, No.4, pp1031-1034, 2000.

[11] 武居, 早野, 齋藤, "電界源探査に関する逆解析," 電学論, Vol.121-A, No.2, pp.99-105, 2001.

[12] 若林, 早野, 齋藤, "画像の固有パターンと磁界認識への応用," 電学論, Vol.120-A, No.10, pp.902-912, 2000.

[13] 早野誠治, "磁性材料の構成方程式に関する研究," 法政大学学位論文, 1995.

原稿受付日	平成13年2月28日
-------	------------