

遠藤 久<sup>○</sup>, 早野 誠治, 齋藤 兆古(法政大学)

## Faster Animation Image Generation by Wavelets

Hisashi ENDO, Seiji HAYANO and Yoshifuru SAITO

## ABSTRACT

A method of image generation by means of partial differential equations has been proposed. It is possible to obtain any animations as the solutions of image Helmholtz equations introduced in this paper. The computer animations are always composed of several images as frames. Thereby, generating such an animation containing color information is essentially required too many memories to reduce the image construction time. We apply the wavelet transform to the system equation derived from image Helmholtz equation in order to compress the animation information. As a result, we have succeeded in reducing the data quantity for generating an animation. Thus, our method has capability of providing the information technology with a faster computer communication.

**Keywords:** Image Helmholtz equations, Wavelet transform, Animation data compression

## 1. 結論

パーソナルコンピュータ(PC)の一般家庭への普及に伴い、インターネットをベースとする情報技術(IT)開発が盛んである。近年では、PCの高速化および記録媒体の大容量化により、インターネット上であらゆる動画像が閲覧可能となった。映画、コンピュータグラフィックスアニメーションなどに代表される動画像は、コマまたは、フレームといわれる静止画像を一定の時間間隔で切り替えたものであり、必ず時間軸方向に離散値系であらなければならない。そのため、CCD(Charge Coupled Device)カメラなどを用いてリアルタイムでのコミュニケーションを実現するためには必然的に大きな送信バッファが必要となる<sup>1)</sup>。

筆者らは、画像データを構成する画素をスカラーポテンシャルあるいはベクトルポテンシャルの1方向成分とみなすことで画像における支配方程式を導出した<sup>2)</sup>。また、静止画像の解像度変更などがポアソン方程式の解で容易におこなえることを報告した<sup>3,4)</sup>。本論文は、この研究の延長線上にある動画像がヘルムホルツ方程式で生成可能であることを報告する。その結果として、動画像の推移情報が状態遷移行列として圧縮可能である。次に、ヘルムホルツ方程式は偏微分方程式の初期値問題であるから、この初期値問題へ線形変換である離散値系ウェーブレット変換<sup>5,6)</sup>を適用し、少ない送信バッファで動画像が生成可能であることを報告する。

## 2. 微分方程式による動画像生成

## 2.1 画像のヘルムホルツ方程式

動的システムの多くは、ヘルムホルツ型偏微分方程式で記述できる。1フレームの画像をスカラーフィールド  $U$  とみなし、動画像を(1)式のヘルムホルツ方程式で記述することを考える。

$$\nabla^2 U + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} U = -\sigma. \quad (1)$$

(1)式で、左辺第1項は1フレームにおける空間の広がりを表す。第2項は時間  $t$  方向の偏微分演算をおこなうため、時間方向のポテンシャル、すなわち、フレームの遷移状況を与える。そして、(1)式の右辺は最終フレーム  $U_{Final}$  に対するラプラシアン演算で得られる画像のソースデンシティである。よって、最終フレームは、(2)式のポアソン方程式の解として与えられる。

$$\nabla^2 U_{Final} = -\sigma. \quad (2)$$

これは、静止画像の方程式がポアソン方程式で記述できることを意味している。

## 2.2 画像のヘルムホルツ方程式の解

(1)式における初期値、すなわち初期フレームを  $U_{Start}$

とし, モーダルアナリシス法を用いて(1)式を解くと, 任意時刻  $t$  におけるフレーム  $U(t)$  は(3)式で与えられる<sup>9)</sup>.

$$U(t) = \exp(-\Lambda t)(U_{Start} - U_{Final}) + U_{Final}. \quad (3)$$

ここで,  $\Lambda$  は状態遷移行列である. (3)式は, 時刻  $t = 0$  で初期フレーム  $U_{Start}$ , 時刻が無限大  $t \rightarrow \infty$  で最終フレーム  $U_{Final}$  となる. しかしながら, 実際は時刻が無限大とならないから, 状態遷移行列  $\Lambda$  の値を与えられたフレームから決定する必要がある.

### 2.3 状態遷移行列 $\Lambda$ の決定

初期フレームと最終フレーム間の時刻  $t = \Delta t$  におけるフレーム  $U_{\Delta t}$  を定義すれば, (3)式を変形することで状態遷移行列を決定することができる.

$$\Lambda = -\frac{1}{\Delta t} \ln \left( \frac{U_{\Delta t} - U_{Final}}{U_{Start} - U_{Final}} \right). \quad (4)$$

(4)式を(3)式に代入することで任意時刻  $t$  におけるフレームを得ることができる. 逆に, (4)式による解は時刻  $t = \Delta t$  で必ずフレーム  $U_{\Delta t}$  を満足することを意味する.

## 3. ウェーブレット変換による動画像圧縮

### 3.1 ウェーブレット変換による線形変換

画像データに対する離散値系ウェーブレット変換の主な特徴は,

- ① ウェーブレットスペクトラムのマザーウェーブレット近傍の要素に画像データの圧縮が可能
- ② 線形変換であるので逆変換で原画像に復元可能である<sup>9)</sup>.

以上の特徴を利用して, 動画像データ圧縮する.

画像のヘルムホルツ方程式の解(3)式をウェーブレット変換する.

$$\bar{U}(t) = \exp(-\bar{\Lambda}t)(\bar{U}_{Start} - \bar{U}_{Final}) + \bar{U}_{Final}. \quad (5)$$

ここで, 上線はウェーブレットスペクトラムを表す. ウェーブレット変換は線形変換であるため状態遷移行列の固有値は変わらない<sup>9)</sup>. よって(4)式と同様にウェーブレット空間における状態遷移行列  $\bar{\Lambda}$  は(6)式で与えられる.

$$\bar{\Lambda} = -\frac{1}{\Delta t} \ln \left( \frac{\bar{U}_{\Delta t} - \bar{U}_{Final}}{\bar{U}_{Start} - \bar{U}_{Final}} \right). \quad (6)$$

### 3.2 動画像データ圧縮

離散値系ウェーブレット変換の特徴②より, (5), (6)

式における各ウェーブレットスペクトラムは, マザーウェーブレット近傍の要素にデータを集約させている. よって, マザーウェーブレット近傍だけのデータで近似的に動画像を生成することが可能である. 厳密に言えば, (5), (6)式における各ウェーブレットスペクトラムの共通要素, 特にマザーウェーブレット近傍の要素を残してその他の要素をすべてゼロとし, (5), (6)式を実行する. そのため, 実際に解くべき行列の次数が削減できる. 復元時は近似解  $\bar{U}(t)$  に対し見かけ上, 元のウェーブレットスペクトラムの要素数と等しくなるようにゼロ要素を追加し, ウェーブレット逆変換を実行する.

### 3.3 動画像生成例

Fig 1 に示す CCD カメラで撮影した転がる卓球ボール, 時刻  $t = 0.0, 0.05, 0.1$ [sec] の各フレームを(4)式における  $U_{Start}, U_{\Delta t}, U_{Final}$  として, 本手法を検証する.

また, 本論文で取りあげる動画像生成例はカラー画像であるが, カラー画像を構成する赤, 緑, 青各成分について独立に本手法を適用すればよいことはいうまでもない. Fig 2 に動画像生成手順をまとめる.

まず, Fig 1 に示した各フレームをウェーブレット変換する. Fig 3 は, Fig 1 に示した各フレームのウェーブレットスペクトラムである. 各フレームは, 縦横それぞれ  $240 \times 240$  画素の解像度であるため, ウェーブレット変換を実行する際見かけ上  $256 \times 256$  画素, すなわち

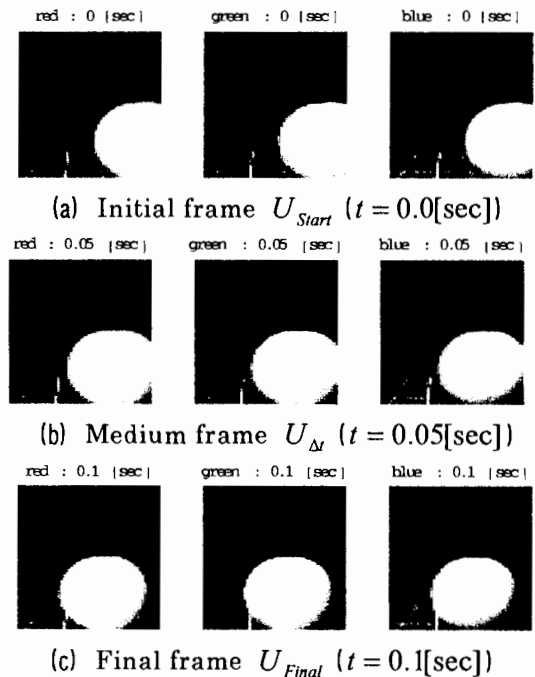


Fig 1 Sample frames (240x240 pixels). The left, middle and right columns are the red, green and blue components, respectively.

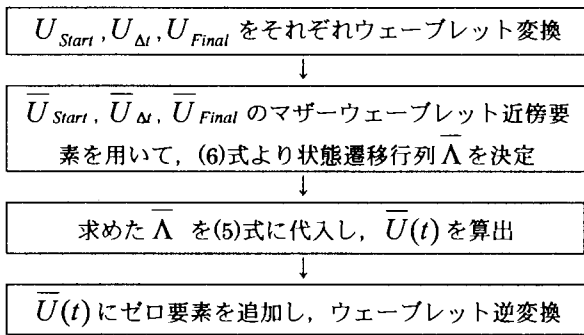


Fig. 2 Flow chart

2のべき乗の画素数になるようにゼロ要素を追加した。また、ウェーブレット基底関数は、高解像度の画像に対して比較的マザーウェーブレット近傍のスペクトラムに情報が圧縮されるコフマン30次基底を用いた。Fig. 3に示したスペクトラムのほとんどがマザーウェーブレット近傍に集約されていることがわかる。そこで各ウェーブレットスペクトラムのマザーウェーブレット近傍  $16 \times 16$  要素を用いて(6)式より状態遷移行列を求める。

Fig. 4は、(6)式より求めた状態遷移行列の要素である。Fig. 4を(5)式に代入して任意時刻におけるフレームのウェーブレットスペクトラムを生成する。生成されたスペクトラム  $\bar{U}(t)$  に対し、ウェーブレット逆変換を実行すれば、任意時刻におけるフレームが得られるが、その要素数は  $16 \times 16$  であるから、元のウェーブレットスペクトラムの要素数、 $256 \times 256$  要素にしなければならない。そこで、 $16 \times 16$  要素のウェーブレットスペクトラムにゼロ要素を追加して見かけ上、同要素数のウェーブレットスペクトラムを生成し、ウェーブレット逆変換を実行する。

Fig. 5は、Fig. 4の状態遷移行列を(5)式に代入し、ウェーブレット逆変換を実行して得られたアニメーションフレームである。同時刻のフレームである Fig. 1(a)と Fig. 5(a)間、Fig. 1(b)と Fig. 5(f)間で相関解析をおこなうとそれぞれ 0.90, 0.92であった。

#### 4. 結論

本論文では、画像のヘルムホルツ方程式の解で任意時刻におけるアニメーションフレームが生成可能であることを報告した。さらに、画像のヘルムホルツ方程式の解に対し、離散値系ウェーブレット変換を適応し、動画像データを圧縮する一手法を提案した。フレーム間の遷移情報を状態遷移行列、各フレーム自身はウェーブレット変換によって情報が圧縮される。したがって、本論文で提案した手法は、フレームそのもの、フレーム間の情報も圧縮可能とする。これは送受信リソースが有限な情報通信で、最も効果的に、アニメーションデータの品質低下を促すことなく高速な通信を可能とする決定的方法論

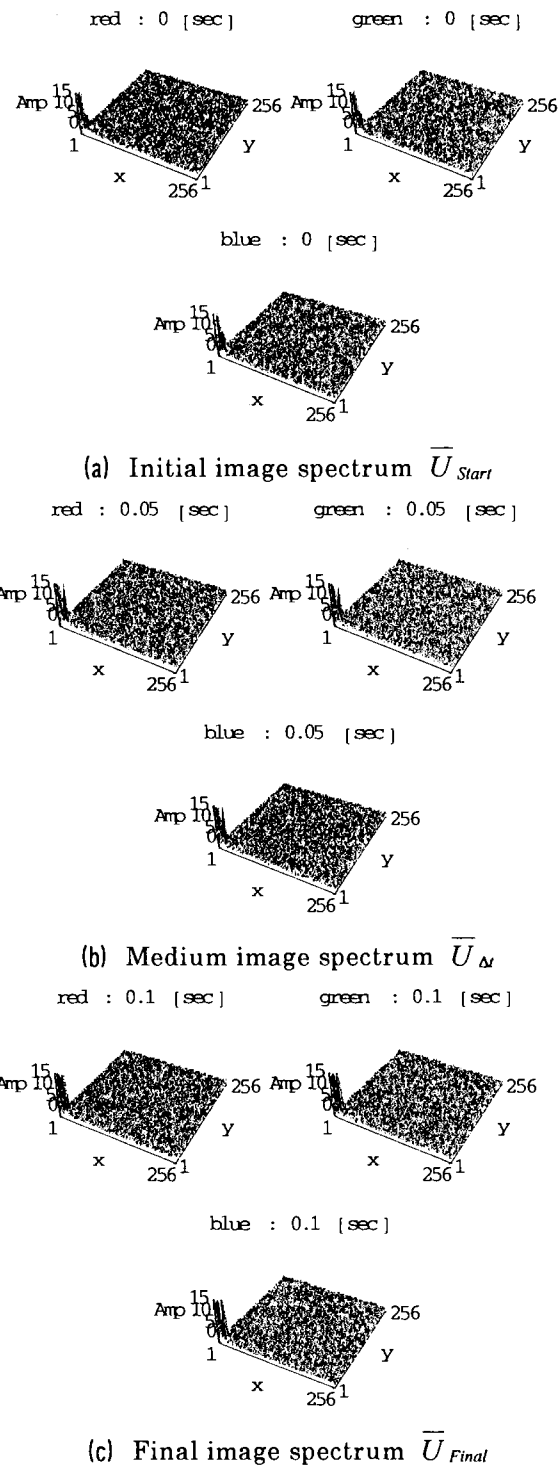


Fig. 3 Red, green and blue components wavelet spectrum by Coifman 30<sup>th</sup> order basis

と考えられる。

#### 参考文献

- 1) 松山佐和, 小口雄康, 齋藤兆古, 國井利泰: ウェーブレット変換による動的カラー画像のハンドリング, 可視化情報, Vol. 19, Suppl. No. 1 (1999), pp. 83-86.

- 2) 遠藤久, 早野誠治, 齋藤兆古, 國井利泰: ウェーブレット変換法と微積分方程式法によるカラー画像の圧縮および再現性について, 可視化情報, Vol. 19, Suppl. No. 1 (1999), pp. 79-82.
- 3) H. Endo, S. Hayano, Y. Saito and T. L. Kunii: Magnetic field imaging by differential equations, JSAEM Digests of the Joint Seminar '99, K-4 (1999).
- 4) 遠藤久, 早野誠治, 齋藤兆古, 國井利泰, 佐久間正剛, 堀井清之: 電磁界分布解析への画像処理の方法, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-99-141 (1999).
- 5) 齋藤兆古: *Mathematica* によるウェーブレット変換, 朝倉書店 (1996).
- 6) 齋藤兆古: ウェーブレット変換の基礎と応用, 朝倉書店 (1997).
- 7) 戸川隼人: 有限要素法による振動解析, サイエンス社 (1975).
- 8) 齋藤兆古: *Mathematica* による画像処理入門, 朝倉書店 (1998).
- 9) 須田信英: 制御工学, コロナ社 (1995).
- 10) P.P.Silvester and R.L.Ferrari: Finite elements for electrical engineers, Cambridge University Press (1990).
- 11) 赤坂隆: 数値計算, コロナ社 (1968).

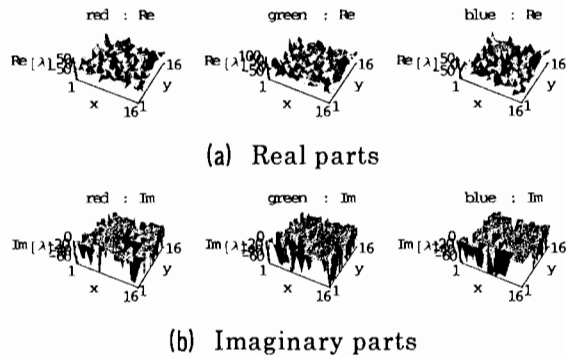


Fig. 4 The elements of state transition matrices on wavelet space. The left, middle and right columns are the red, green and blue components of state transition matrices, respectively.

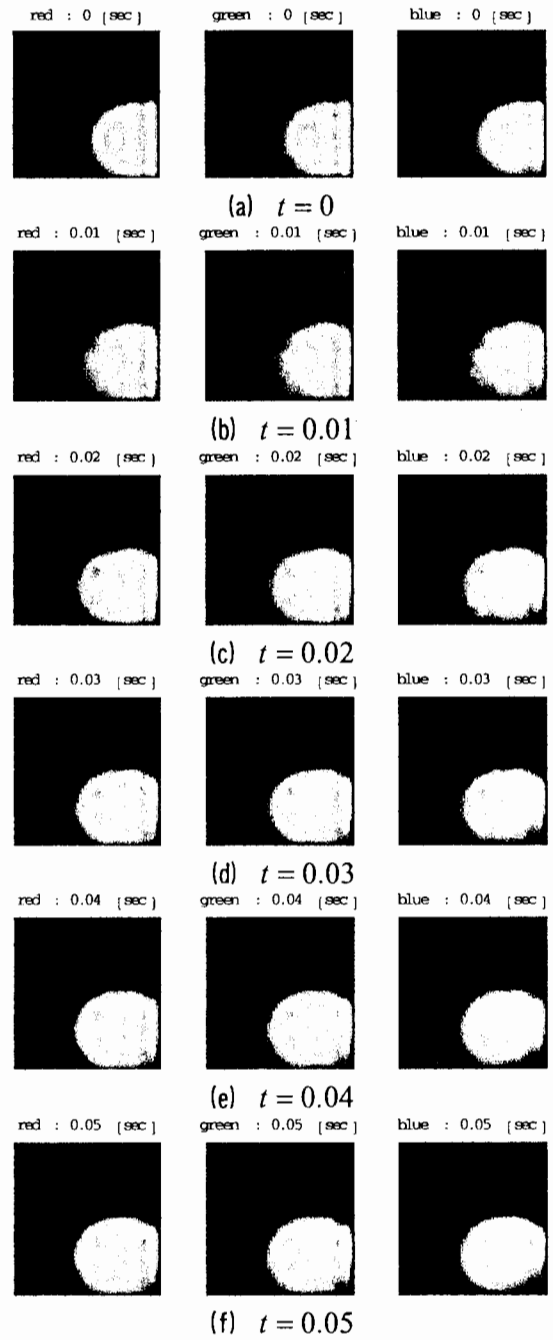


Fig. 5 Generated animation frames (240x240 pixels). The left, middle and right columns are the red, green and blue components of each frame, respectively.