

ウェーブレット最小自乗法による電流分布推定

高橋 広幸[○], 早野 誠治, 齋藤 兆古 (法政大学工学部)

堀井 清之 (白百合女子大学)

Currents Estimation By Wavelet Least Squares

Hiroyuki TAKAHASHI[○], Seiji HAYANO, Yoshifuru SAITO

Kiyoshi HORII

ABSTRACT

Modern electronics are always composed of the printed circuit board (PCB). When the currents on the PCB are visualized without decomposing the electronic devices, the testing and inspecting of the electronic devices are carried out in an extremely efficient manner.

We have proposed one of the methodologies to visualize a current distribution on the PCB from the locally measured magnetic fields. The current visualization from the magnetic fields is always reduced into a solution of the ill-posed inverse problems. This paper reveals that conventional least squares gives a reasonable solution of the inverse problem. However, we have to measure a lot of point of magnetic field to utilize our method practically. This paper proposes one of the methodologies to reduce the computational resource by wavelet transform. Thus, we have succeeded to improve the cognition speed with high reliability.

KEYWORD : Wavelet Transform, Printed Circuit Board, Least Squares, Inverse Problem

1. まえがき

プリント基板上の電流の可視化は電子デバイスのメンテナンスや検査、EMC問題を検討するにあたり、非常に重要かつ有用である。その電流情報を装置を解体せずに求めるためには逆問題を解かなければならない。

逆問題とは順問題的観点から解が一意的に求まらないか、解が存在しない。いわゆる不適切なシステム方程式を解く事に帰する^{1,2)}。我々は磁界の x -, y -, z -方向成分をカラー画像の構成要素である画素の赤、緑、青、3色対応させた、コンピューターグラフィックスの用法によるデータベース型逆問題解析法を提案している³⁾。電磁界のGreen関数をコンピューターグラフィックスに直接適用することが出来ないため、我々の手法はデータベース画像を用いてシステム方程式を導くものである。こ

の手法を磁界から電流分布推定に用いると、コンピューターグラフィックスでは背景が再現されるべき対象物にとってノイズの働きをするのに対し、電磁界においては背景が存在しない。これが単純な画像と電磁界ベクトル場画像の本質的な相違点である。我々の手法は単位ループ電流モデルよりシステム方程式を導き、不適切な線形システム方程式の近似解を得るために最小自乗法を適用している。

しかしながら我々の手法をより実用的に用いるには膨大な磁界分布要素データの処理が必要となる。本論文では最小自乗法による電流分布推定へウェーブレット変換を適用し計算規模の縮小化、すなわち可視化速度の向上に関する検討を行う。

2. 逆問題的電流分布推定

2. 1 単位ループ電流モデル

単位ループ電流モデルは電流が分布する測定対象導体を $m \times m$ 個の微小長方形に分割し、それぞれの微小長方形中にループ電流 $C_{m \times m}^{(k)}$ を仮定する。

$$C_{m \times m}^{(k)} \in u(x_i, y_j) \quad (1)$$

$$i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad k = 1, 2, \dots, m \times m$$

(1) 式の $u(x_i, y_j)$ 関数は仮定した対象導体表面の (x_i, y_j) 点においてのみ単位値 1 の値をとる。

2. 2 システム方程式

2. 2. 1 考え方

本稿における逆問題はプリント基板上を測定した磁界分布からその表面に流れる電流分布を推定することである。単位ループ電流モデルを仮定し、表面電流分布を微小ループ電流に離散化する。それぞれのループ電流に起因する磁界分布をベクトル化して構成されるシステム行列から線形システムを導く。推定される 2 次元の表面電流分布は線形システムの解を重み係数としたループ電流の線形結合で与えられる。

2. 2. 2 入力ベクトル

プリント基板上で測定した $n \times n$ 箇所の磁界分布 $H_{n \times n}$ は、

$$H_{n \times n} \in f_x(x_i, y_j), f_y(x_i, y_j), f_z(x_i, y_j) \quad (2)$$

$$i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

で与えられる。

(2) 式で、 f_x, f_y, f_z 関数は $x-y$ 座標軸の (x_i, y_j) 点における $x-, y-, z-$ 方向の磁界の 3 成分を表している。

この磁界を (3) 式のように列ベクトルに並び代えることにより $3 \times n \times n$ 次の入力ベクトル \mathbf{Y} を作成する。

$$\mathbf{Y} = [f_x(x_1, y_1), f_x(x_2, y_1), \dots, f_x(x_n, y_1), f_x(x_1, y_2), f_x(x_2, y_2), \dots, f_x(x_n, y_2), \dots, f_x(x_{n-1}, y_n), f_x(x_n, y_n), f_y(x_1, y_1), f_y(x_2, y_1), \dots, f_y(x_n, y_1), f_y(x_1, y_2), f_y(x_2, y_2), \dots, f_y(x_n, y_2), \dots, f_y(x_{n-1}, y_n), f_y(x_n, y_n), f_z(x_1, y_1), f_z(x_2, y_1), \dots, f_z(x_n, y_1), f_z(x_1, y_2), f_z(x_2, y_2), \dots, f_z(x_n, y_2), \dots, f_z(x_{n-1}, y_n), f_z(x_n, y_n)]^T \quad (3)$$

2. 2. 3 システム行列

単位ループ電流モデルをプリント基板上に仮定する。それぞれのループ電流 $C_{m \times m}^{(k)}$ に起因する $n \times n$ 個の磁界

分布 $D_{n \times n}^{(k)}$ は、

$$D_{n \times n}^{(k)} \in G_x^{(k)}(x_i, y_j), G_y^{(k)}(x_i, y_j), G_z^{(k)}(x_i, y_j) \quad (4)$$

$$i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad k = 1, 2, \dots, m \times m$$

で表される。 $G_x^{(k)}(x_i, y_j), G_y^{(k)}(x_i, y_j), G_z^{(k)}(x_i, y_j)$ は、 (x_i, y_j) 点におけるループ電流が与える $x-, y-, z-$ 3 方向の磁界成分のグリーン関数を示している⁴⁾。 k -番目のループ電流による磁界分布は (5) 式に示すようにシステム行列を構成する列ベクトルに並べ代えて、

$$\mathbf{d}^{(k)} = [G_x(x_1, y_1), G_x(x_2, y_1), \dots, G_x(x_n, y_1), G_x(x_1, y_2), G_x(x_2, y_2), \dots, G_x(x_n, y_2), \dots, G_x(x_{n-1}, y_n), G_x(x_n, y_n), G_y(x_1, y_1), G_y(x_2, y_1), \dots, G_y(x_n, y_1), G_y(x_1, y_2), G_y(x_2, y_2), \dots, G_y(x_n, y_2), \dots, G_y(x_{n-1}, y_n), G_y(x_n, y_n), G_z(x_1, y_1), G_z(x_2, y_1), \dots, G_z(x_n, y_1), G_z(x_1, y_2), G_z(x_2, y_2), \dots, G_z(x_n, y_2), \dots, G_z(x_{n-1}, y_n), G_z(x_n, y_n)]^T \quad (5)$$

$3 \times n \times n$ 行 $m \times m$ 列のシステム行列 D が得られる。

$$D = [d^{(1)}, d^{(2)}, \dots, d^{(m \times m)}] \quad (6)$$

2. 2. 4 システム方程式

システム方程式は (7) 式の形に書ける。

$$\mathbf{Y} = D\mathbf{X} \quad (7)$$

(3) 式による入力ベクトルと (6) 式によるシステム行列を代入したシステム方程式より導かれる解ベクトル \mathbf{X} は $m \times m$ 次の列ベクトルとなる。

(6) 式のシステム行列で式の数 $3 \times n \times n$ が、未知の数 $m \times m$ よりも常に多い場合、縦長の長方形行列になる。この場合、すべての式を満足する解が得られるとは限らない。このような不適切問題の近似式を与える方法として従来の最小自乗法が適用できる⁵⁾。

$$\mathbf{X} = [D^T D]^{-1} D^T \mathbf{Y} \quad (8)$$

2. 2. 5 電流分布の推定

(8) 式より導かれた解ベクトル \mathbf{X} を (1) 式で示す微小ループ電流のそれぞれの重み係数とすると、推定される電流分布 $V_{m \times m}$ は (9) 式で与えられる。

$$V_{m \times m} = \sum_{i=1}^p w_i C_{m \times m}^{(i)} \quad (9)$$

2. 3 ウェーブレット最小自乗法

我々の手法をより実用的に用いるためには膨大な磁界分布要素データの処理が必要となる。それらデータ処理の向上を図るには計算規模の縮小が求められる。この問題を解決するため、システム行列を構成する磁界の $x-, y-, z-$ 成分に対して、それぞれウェーブレット変換を適用して、システム方程式のコンパクト化を試みる。

ウェーブレット変換行列を $W_{n \times n}$ としたとき、(2)、(4)

式で示した磁界分布のウェーブレットスペクトラムは (10)、(11) 式で表される。

$$S_{I_{n \times n}} = W_{n \times n} \cdot H_{n \times n} \cdot W_{n \times n}^T \quad (10)$$

$$S_{D_{n \times n}}^{(k)} = W_{n \times n} \cdot D_{n \times n}^{(k)} \cdot W_{n \times n}^T \quad (11)$$

$i=1,2,\dots,n, \quad j=1,2,\dots,n, \quad k=1,2,\dots,m \times m$

これらのウェーブレットスペクトラム $S_{I_{n \times n}}$ $S_{D_{n \times n}}^{(k)}$ のマザーウェーブレット周辺から $l \times l$ 要素成分 ($l < n$) のみを抜き出した $S'_{I_{l \times l}}$ 、 $S'_{D_{l \times l}}^{(k)}$ を (3)、(5) 式と同様に、入力ベクトル、システム行列を構成する $3 \times l \times l$ 次の列ベクトルに再構成する。

以上の手法を用いて (8) 式と同様に最小自乗解を求め、(9) 式で電流分布が与えられる。よって、計算規模を縮小することが可能である。この方法をウェーブレット最小自乗法と呼ぶ。

3. 例題

3. 1. 最小自乗法

3. 1. 1. 単位ループ電流による磁界

単位ループ電流 $C_{m \times m}^{(k)}$ の $k=1,10,201,210,381,391$ に起因するプリント基板上の磁界分布 $D_{n \times n}^{(k)}$ の例を Fig. 1 に示す。

この例題においては $m=20$ 、 $n=16$ とおいた。従って $3 \times n \times n = 768$ 個の磁界分布要素から、 $m \times m = 400$ 個のループ電流を推定することになる。

3. 1. 2. 測定磁界分布

Fig. 2 にノートパソコンのキーボード表面を想定した磁界分布のモデルを示す。

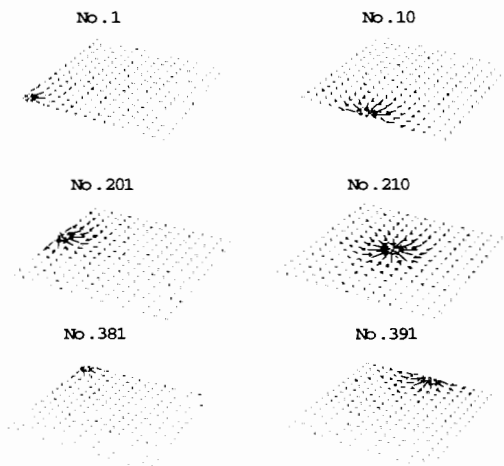


Fig. 1. Sample examples of the magnetic fields caused by the unit loop currents. $m=20$, $n=16$.

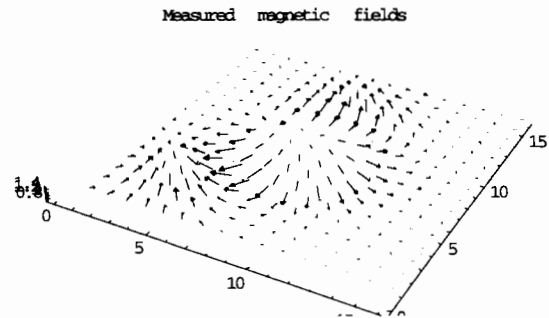


Fig. 2. Measured magnetic field at the keyboard of a notebook type personal computer.

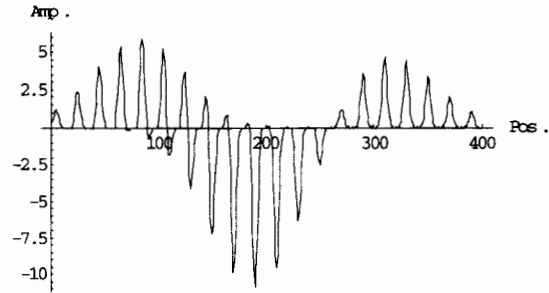


Fig. 3. Solution Vector

3. 1. 3. 最小自乗解

Fig. 2 の磁界分布から (3) 式による入力ベクトル Y と、Fig. 1 で示したループ電流による磁界分布 $D_{n \times n}^{(k)}$ から (5)、(6) 式を用い $3 \times n \times n = 768$ 行 $m \times m = 400$ 列のシステム行列から得られた最小自乗法の解ベクトル X を Fig. 3 に示す。

3. 1. 4. 電流分布推定

(9) 式より得られたプリント基板上のループ電流分布を、モデル分布と共に Fig. 4 に示す。

Fig. 5 には Fig. 4 で示すループ電流分布に回転演算を施すことにより得られる電流ベクトル分布の計算結果と正解の分布を示す。両者の電流ベクトルを比較するとわずかなが異なる箇所がある。しかし主要な電流ベクトルは計算結果と正解が一致している。

Fig. 6 では入力として与えた磁界分布と最小自乗法による計算結果の磁界分布との比較である。これからもわかるように最小自乗法による我々の推定方法は非常に良好な結果を与えていることが確認できる。

3. 2. ウェーブレット最小自乗法

3. 1 節で用いた問題に対するモデルを用い、ウェーブレット最小自乗法による電流分布の推定結果を Fig. 7 に示す。基底関数はドビッシェー 4 次を用いている。それぞれ磁界分布のウェーブレットスペクトラムのマザーウェーブレット近傍 12×12 、 13×13 、 14×14 、 15×15 、 16×16 要素成分から得られた結果である。 12×12 未満の領域ではシステム行列が横長の長方形行列になってしまい、最小自乗法が適用不可能になるため 12×12 要素が圧縮限界である。

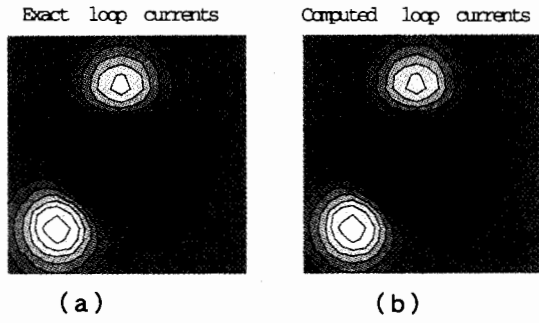


Fig. 4. (a) Exact and (b) computed loop current distributions

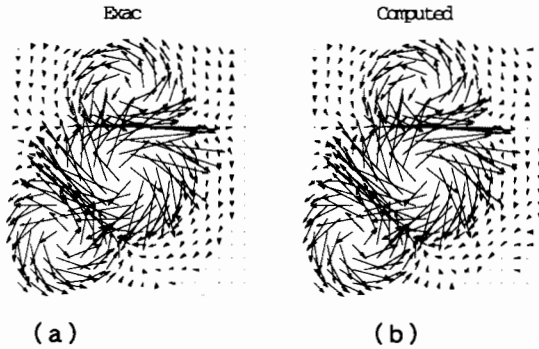
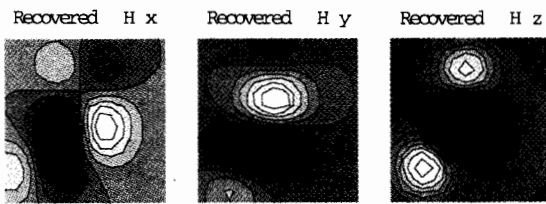
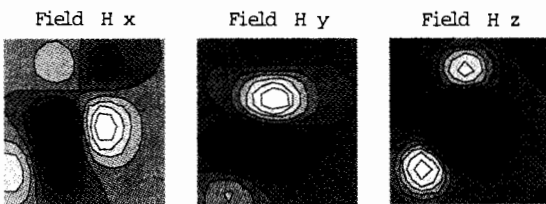


Fig. 5. (a) Exact and (b) computed current vector distribution.



(a)x-Comp. (b)y-Comp. (c)z-Comp.



(d)x-Comp. (e) y-Comp. (f) z-Comp.

Fig. 6. (a)-(c) Computed and (d)-(f) measured magnetic field distribution. The x-, y- and z-Comps refer to the x, y and z components, respectively.

また、Fig. 4 (a) に示す正解の電流分布との相関係数を Fig. 8 に示す。

Fig. 8 からこの計算結果からウェーブレット最小自乗法により計算規模を縮小しても良い結果を得ることができた。これにより本論文の手法である程度、計算速度の向上が可能であることが考えられる。

4. まとめ

本論文では電子デバイスの周辺磁界測定からプリント基板の表面電流を推定する方法として、最小自乗法を

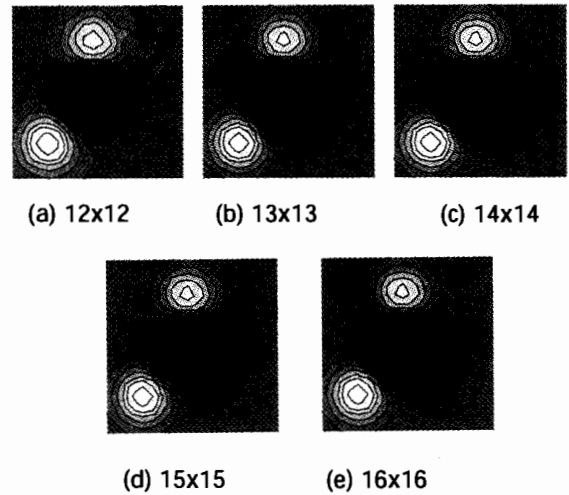


Fig. 7. (a) - (e) Computed loop current distribution by wavelet least squares.

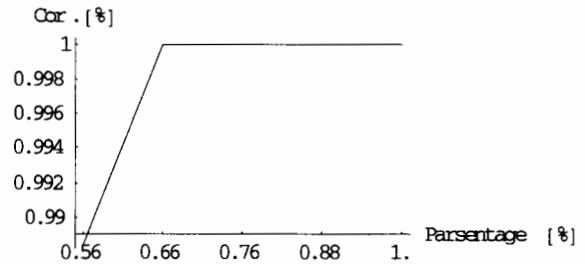


Fig. 8. Correlation between exact and loop current distribution computed by wavelet least squares.

用いた新しい逆問題的手法を提案した。またウェーブレット変換を用いることで計算規模の縮小化、すなわち計算速度の向上が可能であることが確認できた。その結果、電子デバイスの非破壊検査に本論文の手法が有用であると考えられる。

参考文献

- 1) T. Doi, S. Hayano and Y. Saito, "Magnetic field distribution caused by a notebook computer and its source searching", *Journal of Applied Physics* Vol. 79, No. 8, April, 1996, pp. 5214-5216
- 2) T. Doi, S. Hayano, I. Marinova, N. Ishida and Y. Saito, "Defect recognition in conductive materials by local magnetic field measurement", *Journal of Applied Physics* Vol. 75, No. 10, May, 1994, pp. 5907-5909
- 3) 高橋広幸, 早野誠治, 斎藤兆吉, 堀井清之, "データベース型逆問題解法へのウェーブレット変換応用", *可視化情報学会誌*, Vol. 19, Suppl. No. 1, July, 1999, pp. 187-199
- 4) Y. Midorikawa, J. Ogawa, T. Doi, S. Hayano and Y. Saito, "Inverse analysis for magnetic field source searching in thin film conductor", *IEEE Transaction on Magnetics*, Vol. MAG-33, No. 5, Sep., 1997, pp. 4008-4010
- 5) G. Strang, "Linear Algebra and its Applications", 1976, Academic Press, Inc.