

立方体内の準3次元電流分布推定

関島 大志郎*、早野 誠治、斎藤 兆古
(法政大学)

Estimation of Quasi-3D Current Distributions in a Square Cubic Box

Daishiro Sekijima, Seiji Hayano, and Yoshifuru Saito (Hosei University)

Abstract

We have studied the visualization of the current distributions from the locally measured magnetic fields. In order to visualize the current distributions, it is intrinsically reduced into solving an ill-posed inverse problem. In most cases, the solutions of the ill-posed inverse problems tend to increase the noise. In this paper, we propose one of the methodologies of the noise processing. At first, we apply the generalized vector sampled pattern matching (GVSPM in short) method to visualizing the quasi-three dimensional current vector distributions. Second, in order to extract the major current vector distributions, we apply the 3D wavelets multi-resolution analysis to the noisy current vectors. Consequently, we have succeeded in visualizing the quasi-3D current vector distributions in a square cubic box.

キーワード：準3次元、電流分布推定、多重解像度解析、ウェーブレット、逆問題
(quasi-3D, estimation of current distributions, multi-resolution analysis, wavelets, inverse problem)

1. はじめに

立方体内の電流分布を推定することは、現代の電気・電子機器内の欠損部分を探索することや、EMC問題の検査をする上で最も重要なことである⁽¹⁾⁽²⁾。また、現代の電気・電子機器はほぼ完全な密閉構造をしており、その内部を調べるには機器そのものを破壊、分解しなくてはならない。機器を分解せずに、立方体内の電流分布を推定するためには、本質的には逆問題を解くことになる。なぜならば、電気・電子機器周辺から放射される磁界の全てを測定することは不可能であり、これらの局所的に測定された磁界からこれらの磁界源である電流分布を計算しなければならないからである。

多くの逆問題は、 $Y = CX$ という不適切な線形システム方程式の解として解かれる。ここで、 Y は n 次の測定された電磁界ベクトル、 X は m 次の電磁界源ベクトル、そして C は n 行 m 列のシステム行列であり、電磁界と電磁界源の関係を表すグリーン関数で構成されている。多くの場合、未知数の数 m の方が既知である数 n よりもはるかに多い。このように、立方体内の電流分布を推定することは、不適切な線形システム方程式 $Y = CX$ を解くことに帰する。

本論文では、立方体の6面で局所的に測定された2次元平面上の磁界分布から一般化ベクトルサンプルドパターンマッチング法 (Generalized Vector Sampled Pattern Matching Method, 以下GVSPM法と略記) を用いて2次元の電流分布推定を行い、得られた局所2次元電流分布をベクトル的に合成して立方体内の準3次元電流分布を推定する⁽³⁾。そして、推定された準3次元電流分布に3次元ウェ

ーブレット多重解像度解析を適用し、最高次 Level のみを削除することでノイズ処理を行った結果、良好な結果が得られたのでここに報告する。

2. 逆問題解析法

2.1. 不適切な線形システム方程式

(1)式で与えられる一般的な線形システム方程式を考える。

$$Y = CX \quad (1)$$

ここで、 Y は n 次の入力ベクトル、 X は m 次の解ベクトル、そして C は n 行 m 列のシステム行列であり、多くの場合 $m > n$ である。(1)式は

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix}, \quad C = [C_1 \quad C_2 \quad \dots \quad C_m] \quad (2)$$

とすると、(3)式のように書き直すことが可能である。

$$Y = \sum_{i=1}^m x_i C_i \quad (3)$$

さらに(3)式の両辺を入力ベクトル \mathbf{Y} と列ベクトル \mathbf{C}_i , それぞれのノルムで正規化して(4)式を得る。

$$\frac{\mathbf{Y}}{|\mathbf{Y}|} = \sum_{i=1}^m \left(x_i \frac{|\mathbf{C}_i|}{|\mathbf{Y}|} \right) \frac{\mathbf{C}_i}{|\mathbf{C}_i|} \quad (4)$$

ここで,

$$\begin{aligned} \mathbf{X}' &= \left[x_1 \frac{\mathbf{C}_1}{|\mathbf{Y}|} \quad x_2 \frac{\mathbf{C}_2}{|\mathbf{Y}|} \quad \dots \quad x_m \frac{\mathbf{C}_m}{|\mathbf{Y}|} \right]^T, \\ \mathbf{C}' &= \left[\frac{\mathbf{C}_1}{|\mathbf{C}_1|} \quad \frac{\mathbf{C}_2}{|\mathbf{C}_2|} \quad \frac{\mathbf{C}_m}{|\mathbf{C}_m|} \right], \\ \mathbf{Y}' &= \frac{\mathbf{Y}}{|\mathbf{Y}|} \end{aligned} \quad (5)$$

とすると, (4)式は

$$\mathbf{Y}' = \mathbf{C}' \mathbf{X}' \quad (6)$$

となる。

2.2. 評価関数

(3)式は入力ベクトル \mathbf{Y} が必ずシステム行列の列ベクトル \mathbf{C}_i の線形結合で与えられることを意味する。ここで, 反復解法であるGVSPM法の評価関数を考える。 k 回目の反復解 $\mathbf{X}^{(k)}$ と入力ベクトル \mathbf{Y} 間の角度の余弦成分

$$\begin{aligned} f(\mathbf{X}^{(k)}) &= \frac{\mathbf{Y} \cdot \mathbf{C}\mathbf{X}^{(k)}}{|\mathbf{Y}| |\mathbf{C}\mathbf{X}^{(k)}|} \\ &= \frac{\mathbf{Y} \cdot |\mathbf{Y}| \mathbf{C}' \mathbf{X}'^{(k)}}{|\mathbf{Y}| |\mathbf{Y}| |\mathbf{C}' \mathbf{X}'^{(k)}|} \\ &= \mathbf{Y}' \cdot \frac{\mathbf{C}' \mathbf{X}'^{(k)}}{|\mathbf{C}' \mathbf{X}'^{(k)}|} \end{aligned} \quad (7)$$

を解の評価関数とし,

$$f(\mathbf{X}^{(k)}) \rightarrow 1 \quad (8)$$

となる解ベクトル $\mathbf{X}^{(k)}$ がGVSPM法の解である。まず, 第一近似解ベクトル $\mathbf{X}^{(1)}$ を求めることを考える。反復計算の初期値を $\mathbf{X}^{(0)}$ とすると(6)式は,

$$\mathbf{C}' \mathbf{X}'^{(0)} = \mathbf{Y}'^{(0)} \quad (9)$$

となる。両辺に \mathbf{C}'^T を掛けると,

$$\mathbf{C}'^T \mathbf{C}' \mathbf{X}'^{(0)} = \mathbf{C}'^T \mathbf{Y}'^{(0)} \quad (10)$$

となり,

$$\mathbf{C}'^T \mathbf{C}' \equiv \mathbf{I} \quad (11)$$

が成り立つから,

$$\mathbf{X}'^{(0)} = \mathbf{C}'^T \mathbf{Y}'^{(0)} \quad (12)$$

となる。反復計算の初期値 $\mathbf{X}^{(0)}$ が(12)式で与えられるとすると, 正規化された入力ベクトル \mathbf{Y}' の第一次偏差 $\Delta \mathbf{Y}'$ は

$$\Delta \mathbf{Y}'^{(1)} = \mathbf{Y}' - \frac{\mathbf{C}' \mathbf{X}'^{(0)}}{|\mathbf{C}' \mathbf{X}'^{(0)}|} \quad (13)$$

となる。(13)式が意味するところは, (7)式の, 解の評価関数 f と等価な正規化ベクトルの差 $\Delta \mathbf{Y}'$ を用いて,

$$\Delta \mathbf{Y}' \rightarrow 0 \quad (14)$$

となる解ベクトル $\mathbf{X}^{(1)}$ を求めることである。したがって, I_m を m 次の単位正方行列, $\Delta \mathbf{X}^{(1)}$ を解の誤差ベクトルとすると, 第一近似解ベクトル $\mathbf{X}^{(1)}$ は(15)式の形で書ける。

$$\begin{aligned} \mathbf{X}'^{(1)} &= \mathbf{X}'^{(0)} + \Delta \mathbf{X}'^{(1)} \\ &= \mathbf{X}'^{(0)} + \mathbf{C}'^T \Delta \mathbf{Y}'^{(1)} \\ &= \mathbf{X}'^{(0)} + \mathbf{C}'^T \left(\mathbf{Y}' - \frac{\mathbf{C}' \mathbf{X}'^{(0)}}{|\mathbf{C}' \mathbf{X}'^{(0)}|} \right) \\ &= \mathbf{C}'^T \mathbf{Y}' + \left(I_m - \frac{\mathbf{C}'^T \mathbf{C}'}{|\mathbf{C}' \mathbf{X}'^{(0)}|} \right) \mathbf{X}'^{(0)} \end{aligned} \quad (15)$$

最終的に, k 回目の解ベクトル $\mathbf{X}^{(k)}$ は(16)式で与えられる。

$$\begin{aligned} \mathbf{X}'^{(k)} &= \mathbf{X}'^{(k-1)} + \mathbf{C}'^T \Delta \mathbf{Y}'^{(k-1)} \\ &= \mathbf{C}'^T \mathbf{Y}' + \left(I_m - \frac{\mathbf{C}'^T \mathbf{C}'}{|\mathbf{C}' \mathbf{X}'^{(k-1)}|} \right) \mathbf{X}'^{(k-1)} \end{aligned} \quad (16)$$

2.3. 収束条件

次に、解の収束条件について考えてみる。(16)式で解が収束する条件は状態遷移行列 S

$$S = I_m - \frac{C^T C'}{C' X^{(k-1)}} \quad (17)$$

$$= I_m - \frac{C^T C'}{Y^{(k-1)}}$$

の最大固有値が1より小さいことである。ここで、プライムの付いたベクトル $Y^{(k-1)}$ は、ノルムが1となるように正規化されているから、 $\|Y^{(k-1)}\|=1$ より(17)式は、

$$S = I_m - C^T C' \quad (18)$$

となる。行列 S の固有値を λ とすると(19)式を得る。

$$|\lambda I_m - S| = \begin{vmatrix} \lambda & \varepsilon_{12} & \dots & \varepsilon_{1m} \\ \varepsilon_{21} & \lambda & \dots & \varepsilon_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varepsilon_{m1} & \varepsilon_{m2} & \dots & \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (19)$$

ここで ε_{ij} は $C^T C'$ の性質から必ず大きさが1未満である。

$$|\varepsilon_{ij}| < 1 \quad (20)$$

固有値 λ は(19)式を満たすが、仮に $|\lambda| \geq 1$ とすれば $|\varepsilon_{ij}| < 1$ からこの行列式の各列ベクトルは必ず1次独立になり行列式は零になり得ない。これは矛盾なので $|\lambda| < 1$ となる。このため、(19)式の条件は常に成り立ち(16)式は絶対に安定な反復解を与える。これは、状態遷移行列 S の最大絶対値を持つ対角要素が近似的に最大固有値に等しいためである。以上の反復型不適切問題の解法をGVSPM法と呼ぶ。

3. 準3次元電流分布推定

ここで、立方体の6面で、各面に垂直方向の2次元磁界分布を測定する。GVSPM法を用いて、測定された2次元磁界分布から2次元平行多平面上の電流分布推定を行う。得られた平行多平面上の電流分布をベクトルの的に合成することで立方体内の準3次元電流分布を推定する。

3.1. 実験

縦16cm、横16cmの同心円状の励磁コイルを作製し、電流を0.1A通電し、周波数は100kHzとした。立方体の大きさは縦16cm、横16cm、高さ16cmとし、立方体1面あたり

の磁界測定点数はX、Y方向共に、8点とした。したがって、1面あたりの磁界測定点数の合計は64点となり、立方体6面での総磁界測定点数は384点である。なお、磁界の測定は立方体の各面に0.9cmの間隔を持つ平行面上で行った。

3.2. GVSPM法による準3次元電流分布推定

立方体内の励磁コイル位置をX-Y平面に対して45度、Y-Z平面に対して垂直方向に配置して測定を行った。図1は実験で使用した励磁コイル、図2は測定された立方体各面の磁界分布である。立方体各面へ距離の異なる平行面上に分布する2次元電流分布をGVSPM法で計算し、異なる高さを仮定して得られた平行多平面上の2次元電流分布を、立方体の6面について計算した。さらに、6面全体から得られた電流をベクトルの的に合成して準3次元電流分布を得た。図3は得られた準3次元電流分布である。電流分布の推定点数は縦、横、高さとも15点とし、合計で3375点とした。

4. 3次元ウェーブレット多重解像度解析

不適切問題の解は、一般にノイズを拡大する傾向を持っており、図3の準3次元電流分布にもノイズ成分が含まれている。ここでは、このノイズ成分を削減する一方法として3次元ウェーブレット多重解像度解析を適用する。図3の準3次元電流分布のデータ数は $15 \times 15 \times 15$ であるので、離散値系直交ウェーブレット変換を適用するために零を追加して、 $16 \times 16 \times 16$ のデータとした。図4(a)に、3次元ベクトルウェーブレット変換によって得られた3次元ベクトルウェーブレットスペクトラムを示す⁽⁴⁾。ウェーブレット基底関数にはドビッシーの8次を採用した。ドビッシーの8次を用いることにより、ウェーブレットスペクトラムを3 Levelに分けることができ、各々のLevelを逆ウェーブレット変換して得られた準3次元電流分布を図4(b)、(c)、(d)に示す。

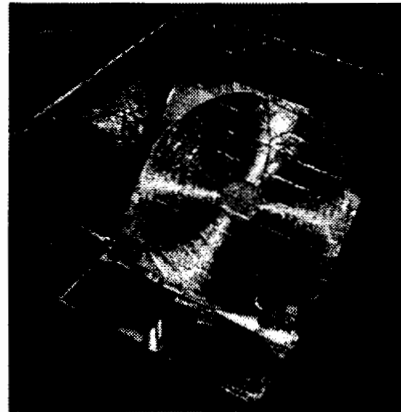


図1 実験で使用した励磁コイル

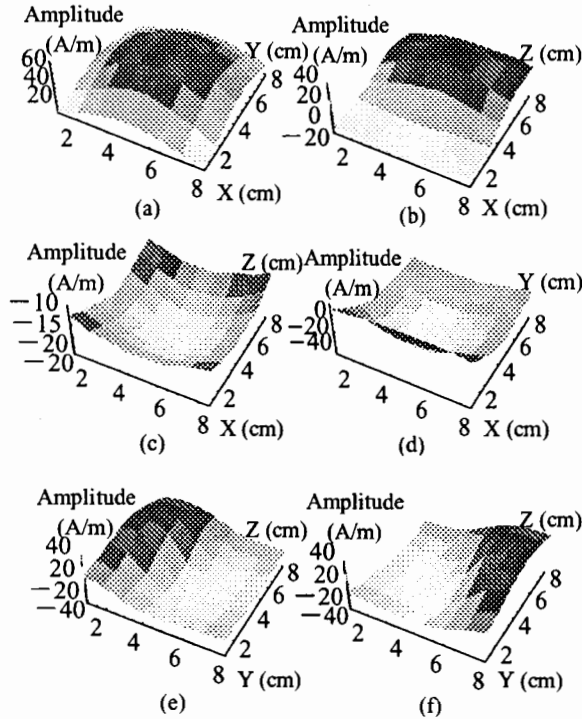


図2 測定された磁界分布
(a)上面, (b)前面, (c)底面,
(d)背面, (e)左面, (f)右面

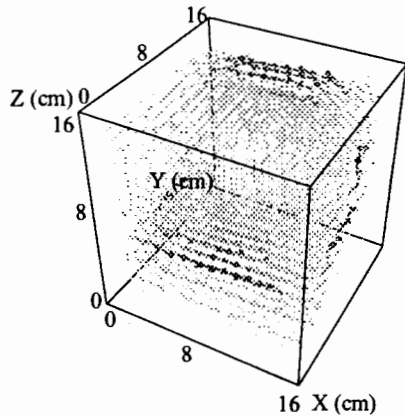


図3 GVSPM法による準3次元電流分布

さらに、図4(d)に示す最も高次のLevelであるLevel 3, すなわち高周波成分を含む準3次元電流分布を取り除き、残りのLevelであるLevel 1, Level 2を合成することにより準3次元電流分布のノイズ処理を行う。これは、拡大されたノイズ成分は比較的空間変化率が大きいと仮定することを意味し、空間変化率の比較的小さい平均的な電流ベクトル分布を抽出することを意味する。図5はノイズ処理された準3次元電流分布である。図5の結果は図3と比較すると、同心円状の励磁コイル形状をある程度再現している。

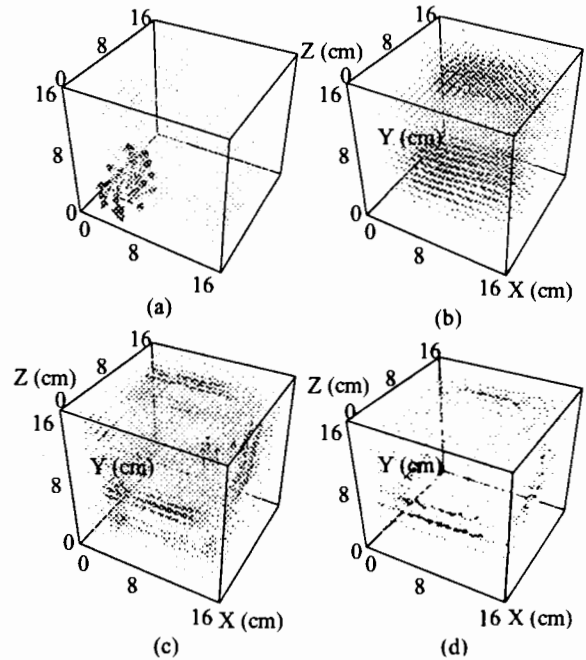


図4 3次元ウェーブレット多重解像度解析
(a)3次元ベクトルウェーブレットスペクトラム,
(b)Level 1, (c)Level 2, (d)Level 3

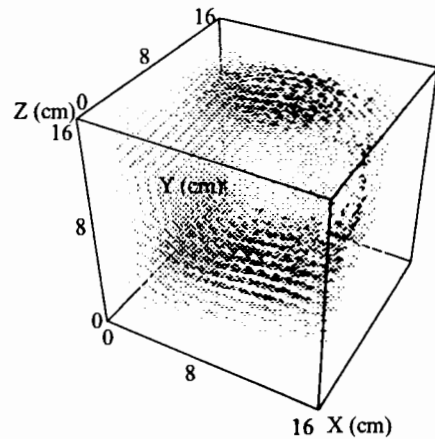


図5 ノイズ処理された準3次元電流分布

5. まとめ

本論文では、立方体の6面で局所的に測定された2次元の磁界分布からGVSPM法を用いて2次元の電流分布推定を行い、得られた局所2次元電流分布を組み合わせることで立方体内の準3次元電流分布を推定した。そして、推定された準3次元電流分布に3次元ウェーブレット多重解像度解析を適用し、最高次レベルが与える空間周波数の高い電流ベク

トル成分をノイズとみなして、削除した。その結果、比較的良好に正しい電流分布経路，すなわち，コイル形状を推定できた。

参考文献

- (1) T.Do, S.Hayano and Y.Saito," Magnetic field distribution caused by a notebook computer and its source searching ," Journal of Applied Physics,Vol.79, No.8, April, (1996),pp.5214-5216.
- (2) Y.Midorikawa, J.Ogawa, T.Do, S.Hayano and Y.Saito," Inverse analysis for magnetic field source searching in thin film conductor," IEEE Transaction on Magnetics, Vol.MAG-33, No.5, Sep.(1997), pp.4008-4010.
- (3) 関島大志郎, 宮原晋一郎, 早野誠治, 斎藤兆古:「準3次元電流分布推定法に関する研究」, 電気学会論文誌 A, 120-A, 907 (2000).
- (4) 松山佐和, 小口雄康, 宮原晋一郎, 斎藤兆古:「3次元ウェーブレット変換の応用」, 日本シミュレーション学会第19回計算電気・電子工学シンポジウム論文集, 211 (1998).

原稿受付日	平成12年10月17日
-------	-------------