

新しい電流分布推定法とその応用

A novel estimation method of current distribution
and its application to biomagnetics

斎藤 兆古

Y. Saito

早乙女 英夫

H. Saotome

法政大学 工学部

College of Engineering, Hosei University

1. まえがき

逆問題は、同定問題、最適化問題、計算機による自動設計、非破壊検査および医療診断などと深い関わり合いを持ち、逆問題解析技術の確立が、近未来に要求される技術、ビジネスおよびマーケットの開発に大きく貢献するものと期待されている。著者らは、この逆問題解析手段として、Sampled Pattern Matching (SPM) 法を提唱し、これを眼磁図(Magneto-oculogram, MOG)、心磁図(Magnetocardiogram, MCG)および脳磁図(Magnetoencephalogram, MEG)解析などの生体磁気応用、さらに産業応用として金属材料の非破壊検査(Nondestructive Testing, NDT)へ適用してきた[1-6]。SPM法は、例えば磁界源推定問題においては、測定された磁界の空間分布波形と磁界源推定領域内部の電流が与える磁界分布波形との相関をCauchy-Schwarzの不等式を用いて吟味する方法である。

本稿では、生体磁気応用問題に焦点を置き、ここで用いられる静磁界系逆問題の支配方程式を導き、この支配方程式を離散化して得られるシステム方程式を、磁界源である電流双極子(電流素片)について解くSPM法のアルゴリズムについて述べる。当初、このSPM演算は図1に示すx-y-zデカルト座標系において行われた(以後、これを従来型SPM法と記す。)が、電流双極子の同定に過大な演算時間を要した。これは、電流双極子は、電界を与える電荷分布を推定する場合と異なり、それ自身が空間ベクトル量であるので、磁界源の位置のみの推定ではなく、その空間的角度の推定も必要となるためである。そこで、逆問題解析におけるひとつの課題であるこの演算時間の短縮に対し、信号処理的な視点からではなく、電流双極子ベクトルの2成分の作る磁界パターン間の直交性の成立する局所直交座標系、すなわち図2および3に示す円筒および球座標系の導入によってシステム方程式を定式化することでこの問題を解決した、新しい高速SPM法について最後に述べる。

2. 静磁界系逆問題の支配方程式

Helmholtzの定理より、任意のベクトル関数 \mathbf{H} は、あるベクトルポテンシャル \mathbf{C} の回転とある

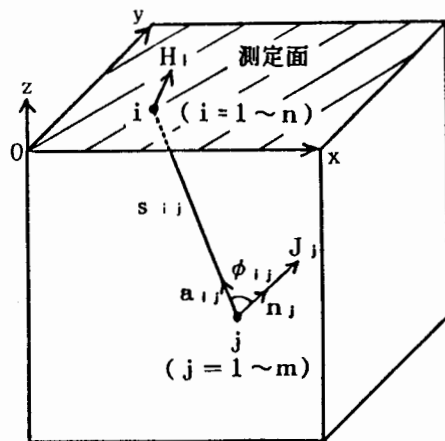


図1. x-y-zデカルト座標系

スカラーポテンシャルUの勾配から成る。

$$\mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{C} - \nabla U \quad (1)$$

上式の回転をとると、任意のスカラーポテンシャルUについて $\nabla \times \nabla U = 0$ となることから、

$$\nabla \times \mathbf{H} = \nabla \times \nabla \times \mathbf{C} \quad (2)$$

が成立する。開領域条件下では、Green関数Gにより(2)式のベクトルCは、

$$\mathbf{C} = \int G \nabla \times \mathbf{H} \, dv \quad (3)$$

と書ける。Hを磁界ベクトルとし、その同じ点の電流密度をJとすると、 $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$ より、

$$\mathbf{C} = \int G \mathbf{J} \, dv \quad (4)$$

を得る。任意のベクトルHに対し、 $\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{H} = 0$ であるから、(4)式の電流密度Jについての連続条件、

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (5)$$

は成立している。

(1)式は、(4)式より、磁界が電流密度Jに起因するものと磁位Uによるものとから成ることを示しており、電流密度のみを逆問題として求める磁界源の対象とすると、これら両式より(5)式を満足する静磁界系逆問題の支配方程式を得る。

$$\mathbf{H} = \nabla \times \int G \mathbf{J} \, dv \quad (6)$$

ここで、体積積分は磁界源の推定領域Vについて行う。また、電流密度Jと微小体積dvとの積 $\mathbf{J} \, dv$ は、電流とその経路との積、すなわち、電流双極子ベクトルとなる。また、逆問題の支配方程式が(6)式の如く積分型となるのは、磁界測定が磁界源の存在しない領域でしかも局所的に行われるので、HとJが同一点にある場合の $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$ の関係式は適用できず、測定磁界Hとその源、すなわち、電流密度Jとの距離に依存するGreen関数Gによって表されるためである。

3. 従来型SPM法

3.1. システム方程式

(6)式の積分領域Vをm個の微小体積 ΔV に分割し、その各微小領域において電流密度が一定値をとるものとする、図1の解析モデルを用いて(6)式を離散化することができる[3]。

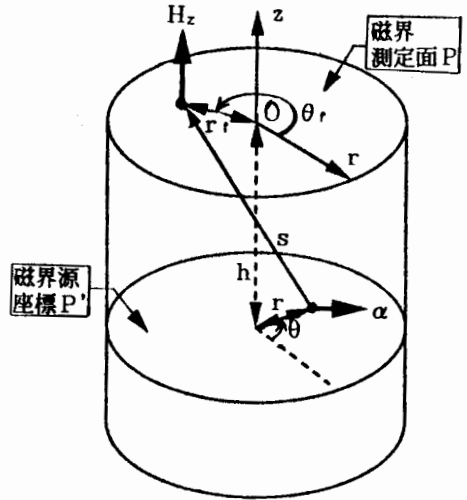


図2. 心磁図解析用円筒座標系

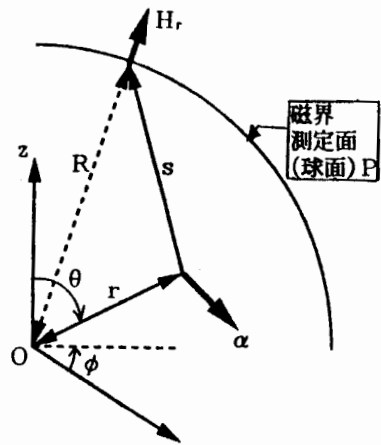


図3. 脳磁図解析用球座標系

$$\mathbf{H}_i = \sum_{j=1}^n \frac{\mathbf{J}_j \times \mathbf{a}_{ij} \Delta V}{4\pi s_{ij}^2} \quad (7)$$

ただし、磁界測定点 $i = 1, 2, \dots, n$ までであるものとし、 s_{ij} は磁界測定点 i と分割した j 番目の微小体積の電流密度 \mathbf{J}_j との距離を示し、また、その方向の空間単位ベクトルを \mathbf{a}_{ij} とした。

(7)式において、 $\mathbf{J}_j \Delta V$ は j 点における電流双極子ベクトルであり、その大きさを

$$\alpha_j = |\mathbf{J}_j \Delta V| \quad (8)$$

と書くと、(7)式は、次式の如くなる。

$$\mathbf{u} = \sum_{j=1}^n \alpha_j \mathbf{d}_j \quad (9a)$$

ただし、 \mathbf{u} は測定磁界 \mathbf{H}_i ($i = 1, 2, \dots, n$) を要素とする n 次の列ベクトル

$$\mathbf{u} = [\mathbf{H}_1 \quad \mathbf{H}_2 \quad \dots \quad \mathbf{H}_n]^T \quad (9b)$$

であり、また、 \mathbf{d}_j ($j = 1, 2, \dots, m$) は、 j 点の電流双極子が測定面に与える磁界パターンを示し、 \mathbf{n}_j を \mathbf{J}_j 方向の空間単位ベクトルとすると次式の如くなる。

$$\mathbf{d}_j = \{1/(4\pi)\} [\mathbf{n}_j \times \mathbf{a}_{1j}/s_{1j}^2 \quad \mathbf{n}_j \times \mathbf{a}_{2j}/s_{2j}^2 \quad \dots \quad \mathbf{n}_j \times \mathbf{a}_{nj}/s_{nj}^2]^T \quad (9c)$$

3.2. SPM法のアルゴリズム

(9a)式において、 \mathbf{u} は測定量、また、 \mathbf{d}_j は(6)式から(7)式への離散化によって決まるので、ここでは α_j ($j = 1, 2, \dots, m$) が未知数である。(9a)式を連立方程式としてみると、式の数に対応する n と未知数の数 m は一般に不一致で、

$$n < m \quad (10)$$

の関係がある。このことは、すなわち α_j を一意的に求めることはできないことを意味する。このため、SPM法では(9a)式の一意解を求めるのではなく、 α_j ($j = 1, 2, \dots, m$) 全体によって空間に構成される一意的な解パターンを求める。

(9a)式より、測定磁界パターン \mathbf{u} は右辺の評価磁界パターン \mathbf{d}_j ($j = 1, 2, \dots, m$) のどれかによって構成されているものと考えられる。すなわち、 \mathbf{u} を実際に構成している \mathbf{d}_j ($j = 1, 2, \dots, m$) を見出すことが \mathbf{u} を生ずる電流双極子の推定を行うことになる。従って、次のCauchy-Schwarzの関係式で各 \mathbf{d}_j を評価することにより電流双極子の推定ができる。

$$\gamma_j = \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{d}_j / (\|\mathbf{u}\| \cdot \|\mathbf{d}_j\|); \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (11)$$

この γ_j は測定磁界パターン \mathbf{u} と評価磁界パターン \mathbf{d}_j とのパターンマッチング度合いを示し、 $j = 1, 2, \dots, m$ について最大値をとる点に最も支配的な電流双極子があることがわかる。(11)式において、磁界パターン \mathbf{u} および \mathbf{d}_j が規格化されているのは、電流双極子ベクトルの位置およびその空間的角度推定は、それによって生ずる磁界パターンの振幅に依らず、磁界パターンの相似形状のみによって決まるためである。

(11)式より最も支配的な磁界パターンが \mathbf{d}_k であったとすると、SPM法ではさらに

$$\gamma_{kj} = \mathbf{u}^T \cdot (\mathbf{d}_k + \mathbf{d}_j) / (\|\mathbf{u}\| \cdot \|\mathbf{d}_k + \mathbf{d}_j\|); \quad j = 1, 2, \dots, m; \quad j \neq k \quad (12)$$

のプロセスを続いて実行する。これは、測定磁界パターン \mathbf{u} が2つの電流双極子から成る4極のN-S磁極(極対数は2)であると仮定したものである。(12)式で最大値をとる γ_{kj} を求めることにより、k点に続いて第2の支配的な電流双極子の推定ができる。

さらに、 \mathbf{u} がより多数のN-S磁極対により構成されていると仮定すると、(11)および(12)式と同様の演算を続けることになる。これを各極対数において得られた各 γ の最初のピーク値まで演算を続行することにより、(9a)式の空間的解パターン

$$\gamma_1' = [\gamma_1 + \gamma_{k1} + \dots] / h \quad (13a)$$

$$\gamma_2' = [\gamma_2 + \gamma_{k2} + \dots] / h \quad (13b)$$

$$\gamma_{k'} = 1 \quad (13c)$$

$$\gamma_m' = [\gamma_m + \gamma_{km} + \dots] / h \quad (13d)$$

を得る。ただし、 h は続行された演算回数、すなわち結果として判った測定磁界パターン \mathbf{u} の極対数である。

以上のアルゴリズムは、(9a)式を \mathbf{u} を基底ベクトル \mathbf{d}_j ($j = 1, 2, \dots, m$) に展開したとみた時、この基底ベクトル \mathbf{d}_j に対応するスペクトラムを求めていると解釈できる[3, 5]。また、本アルゴリズムをニューラルネットワーク理論に基づいて説明することもできる[7]。

3.3. 例題

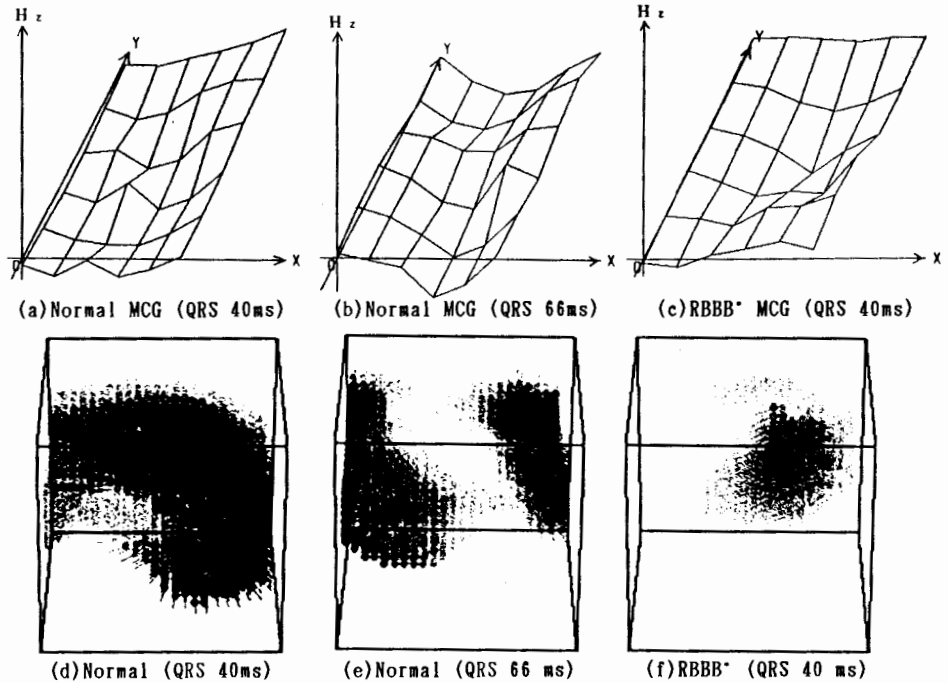


図4. 心磁図[(a)-(c)]とデカルト座標による電流双極子分布推定結果[(e)-(f)]

*Right Bundle Branch Block syndrome

図4 (a)-(c)は、正常および右脚ブロック症候群(RBBB)を呈する心臓の心磁図を示すものである[8]。これらの心磁図は胸から垂直方向の磁界成分 H_z を測定したものであり、推定される電流双極子は、(6)式の回転演算より、 x および y 成分のみである。SPM法で図4 (a)-(c)の心磁図をもとに推定した心臓内電流双極子分布を図4 (d)-(f)に示す。図の立方体の上部面が測定面であり、紙面の上方方向が被験者の頭の方向である。また、図4 (d)-(f)は、(13)式によって得られた結果のうち、 $r \geq 0.8$ の部分を図示したもので、針の方向が電流双極子ベクトルの正の向きを示している。この演算は、推定領域を13225分割し、電流双極子ベクトルの角度推定分解能を5度としたもので、(9)式において $m=13225 \times (360/5)=952200$ であり、また、測定点数 $n=36$ である。

4. 高速SPM法

4.1. Formulation

先の例題であった様に、現在までに測定されている心磁図および脳磁図は測定面の法線方向成分のみを捉えたものであり、正接方向成分も同時測定可能な装置の開発が期待されている。ここでは、デカルト座標系ではなく、図2および3に示した円筒および球座標系を適用した高速SPM法を導入する。実際には、心磁図では平面状測定面の法線方向、すなわち、図2の円筒座標系における z 方向成分 H_z 、そして脳磁図では図3の球面状測定面の法線成分 H_r がそれぞれ測定されることになる。従って、推定される電流双極子ベクトル α について、(6)式の回転演算から、心磁図では r および θ 方向成分のみ、また、脳磁図では θ および ϕ 方向成分のみが推定対象となる。

心磁図解析に円筒座標系を適用すると、測定された H_z は2成分 H_{zr} および $H_{z\theta}$ に分解して考えることができる。

$$H_z = H_{zr} + H_{z\theta} \quad (14)$$

ここで、 H_{zr} および $H_{z\theta}$ は、それぞれ電流双極子ベクトル α の r 方向成分 α_r および θ 方向成分 α_θ によって生じた磁界成分である。円筒座標系における空間単位ベクトル e_r 、 e_θ および e_z を用いると、 H_{zr} および $H_{z\theta}$ はそれぞれ次式の如く与えられる。

$$H_{zr} = \frac{(\alpha_r e_r) \times s}{4 \pi |s|^3} \cdot e_z \quad (15a)$$

$$H_{z\theta} = \frac{(\alpha_\theta e_\theta) \times s}{4 \pi |s|^3} \cdot e_z \quad (15b)$$

ここで、距離ベクトル s は図2に示した如く、 H_z と α の位置関係によって決まる。円筒座標系では、これら磁界成分間の直交性が成立する。

$$\int H_{zr} H_{z\theta} dS = 0 \quad (16)$$

ここで、面積分は、図2の円形磁界測定面全域 P に渡って行う。この直交性は、 H_{zr} および $H_{z\theta}$ による磁界パターンが、図2の r 軸に沿ってそれぞれ奇関数および偶関数となっているため生じ、これらの磁界パターン例を図5に示す。図5(a)は、図2の円筒座標系において点 $(r, \theta, z) = (0.8, \pi/6, 0.8)$ にある $(\alpha_r, \alpha_\theta) = (1, 1)$ の電流双極子ベクトルが測定面に与える

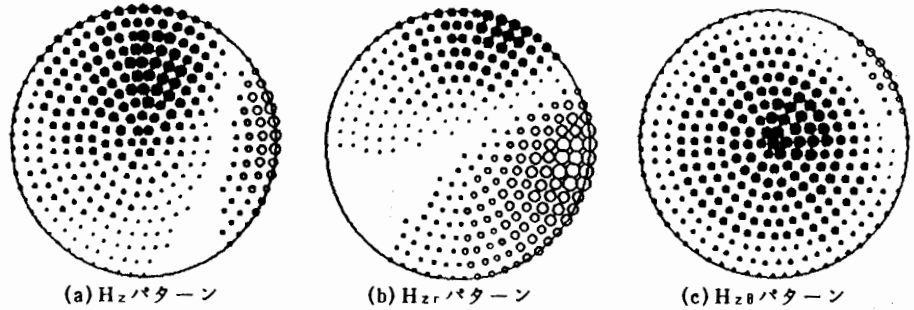


図5. 円筒座標系における磁界パターンの直交性

磁界パターンであり、●および○はNおよびS極領域をそれぞれ示している。図5 (b)および(c)は、図5 (a)の磁界パターンを H_{zr} および $H_{z\theta}$ 成分に分解したもので、(16)式が満足されていることがわかる。ところが、通常用いられるデカルト座標では同様の直交性は得られない。

$$\int_p H_{zx} H_{zy} dS \neq 0 \quad (17)$$

ここで、 H_{zx} および H_{zy} は x - y - z デカルト座標系における電流双極子ベクトルの x および y 方向成分による磁界成分である。

図3の球座標系においても、円筒座標系と同様、以下の様なフォーミュレーションができ、測定された法線方向磁界 H_r は2成分 $H_{r\theta}$ および $H_{r\phi}$ に分解して考えることができる。

$$H_r = H_{r\theta} + H_{r\phi} \quad (18)$$

$H_{r\theta}$ および $H_{r\phi}$ は、球座標系における電流双極子ベクトル α の θ 方向成分 α_θ および ϕ 方向成分 α_ϕ によって生ずる磁界成分である。この場合も、

$$\int_p H_{r\theta} H_{r\phi} dS = 0 \quad (19)$$

が成立する。ここで、面積積分範囲 P は球面上の円形測定面全域である。球座標系における空間単位ベクトル e_r 、 e_θ および e_ϕ を用いると、 $H_{r\theta}$ および $H_{r\phi}$ は、

$$H_{r\theta} = \frac{(\alpha_\theta e_\theta) \times \mathbf{s}}{4\pi |\mathbf{s}|^3} \cdot e_r \quad (20a)$$

$$H_{r\phi} = \frac{(\alpha_\phi e_\phi) \times \mathbf{s}}{4\pi |\mathbf{s}|^3} \cdot e_r \quad (20b)$$

となる。ここで、距離ベクトル \mathbf{s} は図3に示した。

(6)式の支配方程式を円筒および球座標系を用いてその積分領域 V を m 個の微小体積に離散化すると、心磁図および脳磁図解析のシステム方程式が導かれる。

$$\mathbf{u} = \sum_{j=1}^m (\alpha_{pj} \mathbf{d}_{pj} + \alpha_{qj} \mathbf{d}_{qj}) \quad (21a)$$

ここで、 \mathbf{u} は測定された心磁図または脳磁図パターンであり、添え字 p および q は、円筒座標系では $p=r$ 、 $q=\theta$ 、そして球座標系では $p=\theta$ 、 $q=\phi$ である。また、 α_{pj} および α_{qj} は、(6)式

の体積分領域V内の点jにおける電流双極子ベクトルの各p、q成分であり、測定面にそれぞれ \mathbf{d}_{pj} および \mathbf{d}_{qj} のパターンを与える。測定点数をnとすると、 \mathbf{u} 、 \mathbf{d}_{pj} および \mathbf{d}_{qj} はn次の列ベクトルとなり、

$$\mathbf{u} = [H_{w1}, H_{w2}, \dots, H_{wn}]^T \quad (21b)$$

$$\mathbf{d}_{pj} = (1/(4\pi)) [(\mathbf{e}_{pj} \times \mathbf{s}_{1j}) \cdot \mathbf{e}_{w1}/|\mathbf{s}_{1j}|^3, (\mathbf{e}_{pj} \times \mathbf{s}_{2j}) \cdot \mathbf{e}_{w2}/|\mathbf{s}_{2j}|^3, \dots, (\mathbf{e}_{pj} \times \mathbf{s}_{nj}) \cdot \mathbf{e}_{wn}/|\mathbf{s}_{nj}|^3]^T \quad (21c)$$

$$\mathbf{d}_{qj} = (1/(4\pi)) [(\mathbf{e}_{qj} \times \mathbf{s}_{1j}) \cdot \mathbf{e}_{w1}/|\mathbf{s}_{1j}|^3, (\mathbf{e}_{qj} \times \mathbf{s}_{2j}) \cdot \mathbf{e}_{w2}/|\mathbf{s}_{2j}|^3, \dots, (\mathbf{e}_{qj} \times \mathbf{s}_{nj}) \cdot \mathbf{e}_{wn}/|\mathbf{s}_{nj}|^3]^T \quad (21d)$$

として与えられる。ただし、添え字wは、円筒座標系では $w=z$ 、球座標系では $w=r$ である。

高速SPM法のフォーミュレーションにおいて最も注目すべき点は、(16)および(19)式の直交性であり、これらの式を離散化して書くと、

$$\mathbf{d}_{pj}^T \cdot \mathbf{d}_{qj} = 0; \quad p=r, \quad q=\theta \quad \text{または} \quad p=\theta, \quad q=\phi \quad (22)$$

となる。従って、電流双極子の各成分 α_{pj} および α_{qj} を規格化した γ_{pj} および γ_{qj} ($j=1, 2, \dots, m$)は、それぞれ独立に、次式によって与えられる。

$$\gamma_{pj} = \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{d}_{pj} / (\|\mathbf{u}\| \cdot \|\mathbf{d}_{pj}\|) \quad (23a)$$

$$\gamma_{qj} = \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{d}_{qj} / (\|\mathbf{u}\| \cdot \|\mathbf{d}_{qj}\|) \quad (23b)$$

(23a)および(23b)式の γ_{pj} および γ_{qj} より、空間上の点jにおける規格化された電流双極子の大きさ γ_j およびそのp-q面上の角度 ϕ_j は、

$$\gamma_j = \sqrt{\gamma_{pj}^2 + \gamma_{qj}^2} \quad (24c)$$

$$\phi_j = \tan^{-1}(\gamma_{qj}/\gamma_{pj}) \quad (24d)$$

となる。ただし、角度 ϕ_j は γ_{pj} および γ_{qj} の符号を考慮して決定する。

4.2. 例題

図4に示した例題を円筒座標系による高速SPM法で解析した結果を図6に示す。ただし、(21)式において、 $m=14150$ 、 $n=32$ とし、図4と同様、(23)および(24)式の演算をh回繰り返し得られた(13)式の $\gamma \geq 0.8$ の部分を図示した。高速SPM法は、デカルト座標系で必要であった電流双極子ベクトルの角度推定のための繰り返し演算をせずに同様の結果を与えることがわかる。

図7は球座標系を用いた高速SPM法の例題で、図7(a)の2つのループ状電流が球表面上に作る磁界パターンよりその磁界源を推定した結果を、図7(b)に示す。この場合は、(13)式の解パターンで $\gamma > 0$ の範囲を図示したもので、(21)式において、 $m=105245$ 、 $n=407$ として計算したものである。

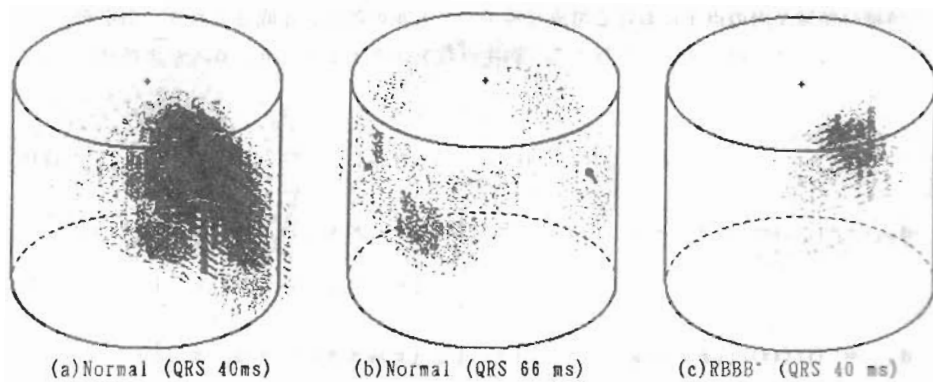


図6. 高速SPM法による電流双極子分布推定結果(円筒座標系)

*Right Bundle Branch Block syndrome

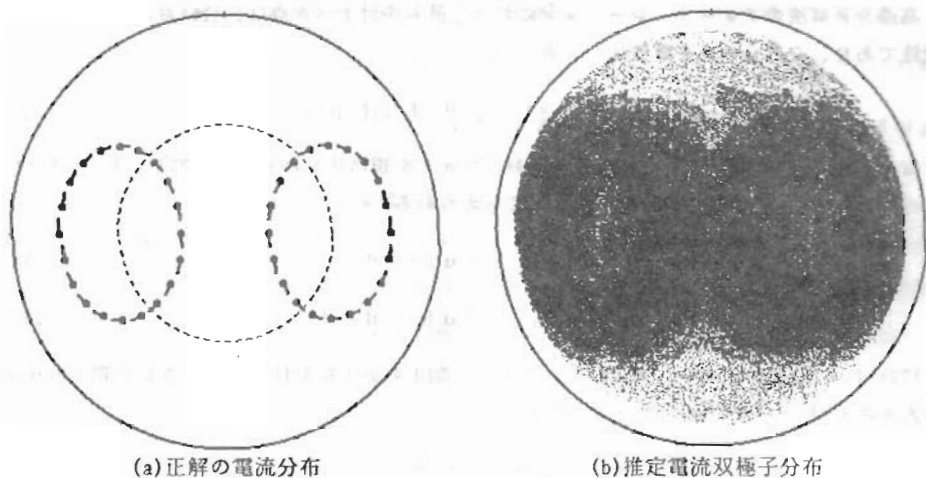


図7. 高速SPM法による電流双極子分布推定結果(球座標系)

図8および9の(a)と(b)に示した脳磁図は、球表面上に配置された37チャンネルSQUID磁束計を用いて、健常被験者が音声「ア」および「ハ」を聞いた時に測定したものである[9]。また、図8および9の(c)と(d)は、これらの脳磁図より高速SPM法を用いて脳内電流双極子分布を推定したものである。ここで、 $m=9843$ 、 $n=37$ であり、(13)式の解パターンで $\gamma \geq 0.9$ の範囲を図示した。これらの推定結果より、一次聴覚野からウェルニッケの領野にかけて、さらに角回が興奮している様子が観測できる。従って、これらの領域が聴覚機能に重要な役割を果たしていることがわかる。

5. まとめ

本稿ではまず逆問題が、フィールドとその同一点にあるフィールド源の関係を示す微分型の方程式ではなく、これらの幾何学的関係によって決まるGreen関数を用いた積分方程式によって

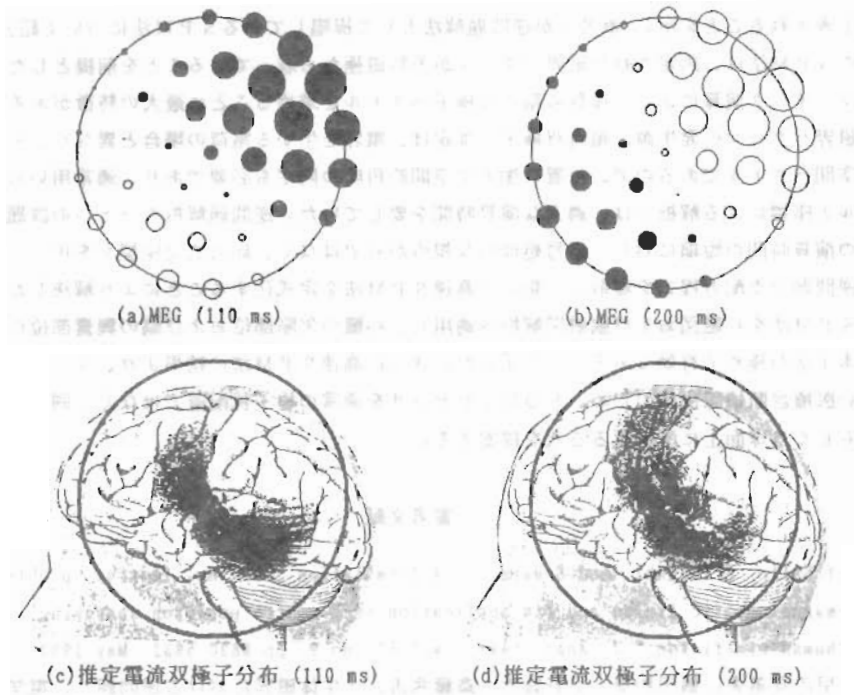


図8. 音声「ア」聞き取り後の脳内興奮

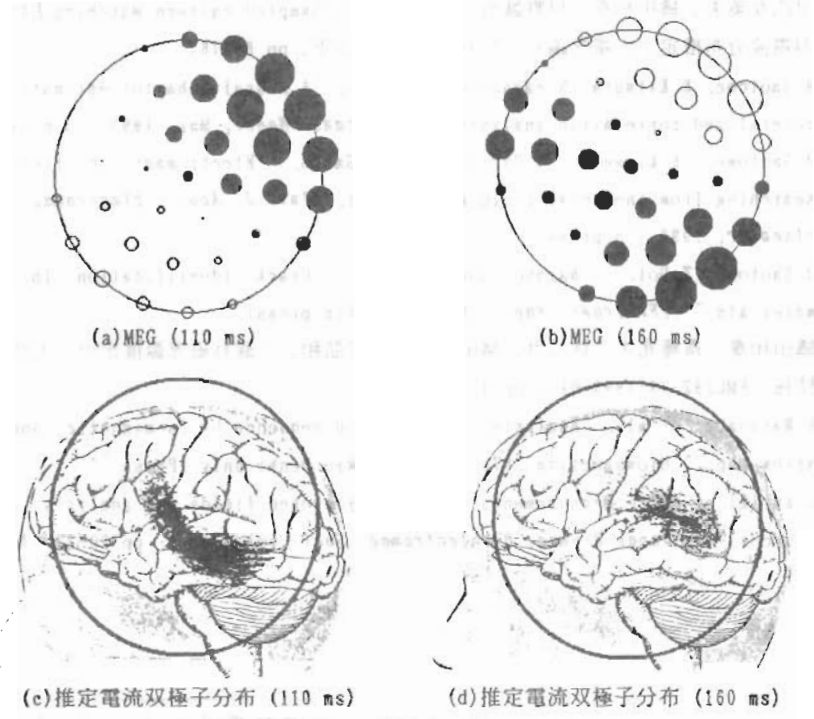


図9. 音声「ハ」聞き取り後の脳内興奮

って表されることを示し、筆者らが逆問題解法として提唱しているSPM法について紹介した。このSPM法は、測定された磁界パターンが多数磁極から成っていることを前提としたパターンマッチング演算により、複数の電流双極子ベクトルを求めることに最大の特徴がある。

磁界パターンの発生源、電流双極子の推定は、電界を生ずる電荷の場合と異なり、それ自体が空間ベクトルであるので、位置に加えて空間的角度の同定も必要であり、通常用いられるデカルト座標による解析では、過大な演算時間を要していた。逆問題解析のひとつの課題であるこの演算時間の短縮に対し、信号処理的な視点からではなく、局所直交座標系を用いて静磁界系逆問題の支配方程式を離散し、新しい高速SPM法を定式化することにより解決した。

SPM法を心磁図および脳磁図解析へ適用し、心臓の欠陥部位および脳の興奮部位の特定化に本手法が極めて有効であることを示した。さらに高速SPM法の結果より、リアルタイムに近い医療診断情報提供のため、SQUIDセンサを通常の格子状配置ではなく、同心円状に平面もしくは球面上に配置することを提案する。

参考文献

- [1] Y. Saito, E. Itagaki and S. Hayano, "A formulation of the inverse problems in magnetostatic fields and its application to a source position searching of the human eye fields," *J. Appl. Phys.*, vol. 67, no. 9, pp. 5830-5832, May 1990.
- [2] 早乙女英夫、橋田和泰、早野誠治、斎藤兆古、「生体磁界における逆問題」、電学論A、112巻4号、平成4年、pp. 279-286。
- [3] 早乙女英夫、橋田和泰、早野誠治、斎藤兆古、「Sampled Pattern Matching法による生体内電流分布推定」、電学論C、113巻1号、平成5年、pp. 69-76。
- [4] H. Saotome, K. Kitsuta, S. Hayano and Y. Saito, "A neural behavior estimation by the generalized correlative analysis," *IEEE Trans. Magn.*, Mar. 1993 (in press).
- [5] H. Saotome, K. Kitsuta, S. Hayano and Y. Saito, "Electromagnetic field source searching from the local field measurement," *Int. J. Appl. Electromag. Matrix, Elsevier*, 1993 (In press).
- [6] H. Saotome, T. Doi, S. Hayano and Y. Saito, "Crack identification in metallic materials," *IEEE Trans. Magn.*, Mar. 1993 (in press).
- [7] 橋田和泰、斎藤兆古、林昌世、畠山賢一、遠矢弘和、「漏れ磁界源推定の二方法」、信学技報、EMCJ92-79(1993-01)、pp. 1-6。
- [8] K. Watanabe, et al., "Analysis of activation sequence by isomagnetic and vector arrow maps," *Biomagnetism '87*, (1988), Tokyo Denki Univ. Press.
- [9] S. Kuriki, et al., "Measurements of auditory evoked fields and analysis of their sources," *J. Japan Biomag. Bioelectromag. Soci.*, vol. 5, no. 1, pp. 20-23, Jun. 1992.

原稿受付日	平成4年2月23日
-------	-----------