

心磁図・心電図併用による電磁界源分布の推定

AN ESTIMATION OF ELECTROMAGNETIC SOURCE DISTRIBUTION
BY THE COMBINING THE MCG WITH ECG.

橋田和泰, 早乙女英夫, 早野誠治, 斎藤兆古
法政大学 工学部

K. Kitsuta, H. Saotome, S. Hayano and Y. Saito
College of Engineering, Hosei University

1. まえがき

超伝導材料の飛躍的な進歩による SQUID磁束計の多チャンネル化とその普及にともなって、生体系から発生する磁界分布測定技術が実用化のレベルに達しつつある今日、磁界分布から磁界源となる電流分布を求める理論の確立が非侵襲的な生体内異常診断の鍵となることは自明である。

局所的なフィールドからそのソースを求めることは、いわゆる逆問題と呼ばれ、その歴史は1823年にAbelがAbel型の積分方程式を提唱した時点まで遡ることができる[1]。また、100年以上の歴史を持つ逆問題として Inverse Source Problemがある。この問題の典型的な例は、地球表面の重力を測定して地球の密度分布を求める問題である。Stokes(1867)やNeumann(1906)などは、この問題に対して、「地球内部の情報の欠落のため、地球の密度は曖昧さを持つ形でしか求まらない。」との結論を下している[1]。残念なことに、私達がいま直面している問題は正にこのInverse Source Problemである。このことから、逆問題を解く場合、解が一意的に求められる順問題における解を期待せず、ある程度の曖昧さ、即ち幅を持った解しか得られないことを念頭に置いて考えなければならない。

筆者らはこの逆問題解析の一方法としてSampled Pattern Matching(SPM)法を提唱してきた[2,3]。SPM法は、逆問題がある幅を持つ解しか得られないことを前提として、個々の電流を求めるのではなくある幅を持つ電流群、即ち電流パターンを一意的に求めることを目的とし、測定された空間分布波形と内部電流が与える外部

空間波形間の相関をCauchy-Schwarzの不等式を用いて吟味する方法である。

本稿では、筆者らが提唱してきたSPM法を心磁図と心電図にそれぞれ適用し、それぞれの結果の内積を取ることで空間パワー分布が得られ、高精度の心臓診断が可能であることを示す。

2. 基礎方程式

2.1. 偏微分方程式

電磁界系の問題のほとんどは、(1)式に示されるポアソン型の方程式を解くことに帰する。

$$\lambda \nabla^2 \phi = -\sigma, \quad (1)$$

ここで λ , ϕ , σ はそれぞれ、媒質のパラメータ、ポテンシャルまたはフィールド、それらのソースである。今、グリーン関数 $G = 1/(4\pi|r|)$ を用いると(1)式の積分形として、

$$\phi = \int [\sigma / (4\pi|r|\lambda)] dv, \quad (2)$$

が得られる。電流双極子モデルの場合、(1)式中の λ , ϕ , σ はそれぞれ導電率 κ [S/m]、電位 ϕ [V]、電荷密度の時間微分 $-\partial\rho/\partial t$ [C/(m³s)]となる。(2)式よりポテンシャル ϕ は、

$$\phi = - \int [(\partial\rho/\partial t) / (4\pi|r|\kappa)] dv, \quad (3)$$

となり、(3)式を微小体積に離散化すると、

$$\mathbf{U} = \sum_{i=1}^m \alpha_i \mathbf{d}_i, \quad (4)$$

となる。ここで、

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n]^T, \\ \alpha_i &= -[(\partial \rho / \partial t) / \kappa_1] \Delta V_i = P_{V_i}, \\ \mathbf{d}_i &= [1 / (4\pi)] [(\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{a}_{i1} / r_{i1}), (\mathbf{n}_i \cdot \\ &\quad \mathbf{a}_{i2} / r_{i2}), \dots, (\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{a}_{in} / r_{in})]^T, \\ i &= 1 \sim m, \end{aligned}$$

$$V = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \dots + \Delta V_m,$$

$$\begin{aligned} n &: \text{測定点数}, \\ m &: \text{分割個数}, \end{aligned} \quad (5)$$

である。

(5)式において、 $\alpha (= P_{V_i}[V_m])$, \mathbf{n}_i , \mathbf{a}_{ni} , r_{ij} ($i=1 \sim m$, $j=1 \sim n$)はそれぞれ、電圧双極子、電圧双極子方向の単位ベクトル、ソースポイントから測定点までの単位方向ベクトル、ソースポイントから測定点までの距離を示している。

Biot-Savart の法則より磁界系のシステム方程式は、(4)式と同様に書ける。この場合そのベクトルとパラメータは、

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= [H_1, H_2, \dots, H_n]^T, \\ \alpha_i &= J_1 \Delta V_i = P_{I_i}, \\ \mathbf{d}_i &= [1 / (4\pi)] [(\mathbf{n}_i \times \mathbf{a}_{i1} / r_{i1}^2), (\mathbf{n}_i \times \\ &\quad \mathbf{a}_{i2} / r_{i2}^2), \dots, (\mathbf{n}_i \times \mathbf{a}_{in} / r_{in}^2)]^T, \\ i &= 1 \sim m, \end{aligned} \quad (6)$$

となる。

(6)式において、 $J_1 \Delta V_i (= P_{I_i}[A_m])$, $i=1 \sim m$ は電流双極子で、 J_1 は体積 ΔV_i における電流密度で、 H_1, H_2, \dots, H_n は測定された磁界であり、他は(5)式のそれらと同様である。電圧双極子のシステムではスカラー量が測定され、その基底ベクトル \mathbf{d}_i ($i=1 \sim m$)は \mathbf{n} と \mathbf{a} の内積で構成される。一方、電流双極子のシステムではベクトル量が測定され、その基底ベクトル \mathbf{d}_i ($i=1 \sim m$)は \mathbf{n} と \mathbf{a} の外積で構成される。ここで一般に測定領域はある限られた平面であり、また推定する領域は立体であるので、

測定点数 n と微小空間の数 m の間で次式の条件が成り立つ。

$$m \gg n, \quad (7)$$

この条件は当然のことながら電圧、電流両方のシステムで成立する。

2.2.SPM法による解

(4)式よりベクトル \mathbf{U} はベクトル \mathbf{d}_i ($i=1 \sim m$)の線形結合で表されるので、(4)式は、

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= \sum_{i=1}^m (\beta_{i1} \mathbf{d}_i + \sum_{j \neq i}^m (\beta_{ij} (\mathbf{d}_i + \mathbf{d}_j) \\ &\quad + \sum_{k \neq i, k \neq j}^m (\beta_{ijk} (\mathbf{d}_i + \mathbf{d}_j + \mathbf{d}_k) + \dots) \} \} , \end{aligned} \quad (8)$$

と書き換えることができる。(8)式を正規化して、

$$\begin{aligned} \mathbf{U}' &= \sum_{i=1}^m (\beta_{i1}' \mathbf{d}_i' + \sum_{j \neq i}^m (\beta_{ij}' (\mathbf{d}_i + \mathbf{d}_j)' \\ &\quad + \sum_{k \neq i, k \neq j}^m (\beta_{ijk}' (\mathbf{d}_i + \mathbf{d}_j + \mathbf{d}_k)' + \dots) \} \} , \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、

$$\mathbf{U}' = \mathbf{U} / |\mathbf{U}|, \quad (10a)$$

$$\mathbf{d}_i' = \mathbf{d}_i / |\mathbf{d}_i|, \quad (\mathbf{d}_i + \mathbf{d}_j)' = (\mathbf{d}_i + \mathbf{d}_j) / |\mathbf{d}_i + \mathbf{d}_j|, \quad (10b)$$

$$\begin{aligned} \beta_{i1}' &= \beta_{i1} |\mathbf{d}_i| / |\mathbf{U}|, \\ \beta_{ij}' &= \beta_{ij} |\mathbf{d}_i + \mathbf{d}_j| / |\mathbf{U}|, \end{aligned} \quad (10c)$$

とする。

SPM法では、(9)式における第1グループの解、

$$\begin{aligned} \mathbf{U}'^T \mathbf{d}_1', \mathbf{U}'^T \mathbf{d}_2', \dots, \mathbf{U}'^T \mathbf{d}_m', \dots, \\ \mathbf{U}'^T \mathbf{d}_h', \dots, \mathbf{U}'^T \mathbf{d}_n', \end{aligned} \quad (11)$$

の中で、もし $\mathbf{U}'^T \mathbf{d}_h'$ が最大値をとるとすれば、 \mathbf{d}_h の項をパイロット・パターンとして、第2グループの解は、

$$\begin{aligned} \mathbf{U}'^T (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_1)', \mathbf{U}'^T (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_2)', \dots, \\ \mathbf{U}'^T (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_m)', \dots, 1, \dots, \mathbf{U}'^T (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_n)', \end{aligned} \quad (12)$$

として求める。そして \mathbf{U} と \mathbf{d} の内積の最大値が得られるまで同様に計算をした結果、(9)式の正規化された近似解は、

$$\alpha_1 |\mathbf{d}_1| / |\mathbf{U}| \approx (1/m) \mathbf{U}^T [\mathbf{d}_1' + (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_1)' + \mathbf{d}_1' + (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_e + \mathbf{d}_1)' + \dots], \quad (13a)$$

$$\alpha_2 |\mathbf{d}_2| / |\mathbf{U}| \approx (1/m) \mathbf{U}^T [\mathbf{d}_2' + (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_2)' + \mathbf{d}_2' + (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_e + \mathbf{d}_2)' + \dots], \quad (13b)$$

$$\alpha_e |\mathbf{d}_e| / |\mathbf{U}| \approx (1/m) \mathbf{U}^T [\mathbf{d}_e' + (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_e)' + 1 + \dots], \quad (13c)$$

$$\alpha_h |\mathbf{d}_h| / |\mathbf{U}| \approx (1/m) \mathbf{U}^T [\mathbf{d}_h' + 1 + 1 + \dots], \quad (13d)$$

$$\alpha_m |\mathbf{d}_m| / |\mathbf{U}| \approx (1/m) \mathbf{U}^T [\mathbf{d}_m' + (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_m)' + \mathbf{d}_m' + (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_e + \mathbf{d}_m)' + \dots], \quad (13e)$$

となる。

ここで各ベクトル \mathbf{d}_i および \mathbf{d}_j ($i \neq j$) 間の角度差は常に $\pi/2$ 以下であるから、SPM法は明らかに、順問題における正解ではない一意的な解パターンを与えることがわかる。

2.3 例題

図1(a)および図1(b)はそれぞれ第1番目のテスト問題からそれぞれ電圧および電流分布を推定した結果である。さらに図1(c)は電流と電圧ベクトル間の内積をとって得た空間パワー分布、図1(d)はこのサンプル問題の正解を示している。ここで言うテスト問題とは、(d)の電流分布が立方体の上面のXY面に与える電位および磁界を順問題として解き、その電位および磁界からSPM法を用いて電圧および電流分布を推定するというものである。

図2(a)と図2(b)はそれぞれ2番目のテスト問題から電圧および電流双極子を推定した結果である。更に図2(c)は電圧双極子と電流双極子の内積をとって得た空間パワー分布であり、図2(d)は例題2の正解の電流分布である。

図1および図2の結果から、電圧双極子法は3次元方向に広がる電圧分布を示し、対照的に電流双極子法は2次元方向に広がる電流分布を示すことがわかる。両者のこの差は次のように考えられる。電圧双極子法は既知数としてスカラーを用いており、その基底ベクトルは内積で構成されている。よって電圧双極子法は本来(5)式中の湧き出し電流 $-(\partial \rho_i / \partial t)$ ($i=1 \sim m$) を仮定して成立している。また、その結果は本当の電流分布ではなく、発散性を持った電圧分布である。これらの事実は解が3次元的な広がりを持つ特徴を反映している。一方、電流双極子法は既知数としてベクトル量を用いており、その基底ベクトルは外積で構成されている。よってその解はrotationalな特徴を持つ電流分布である。

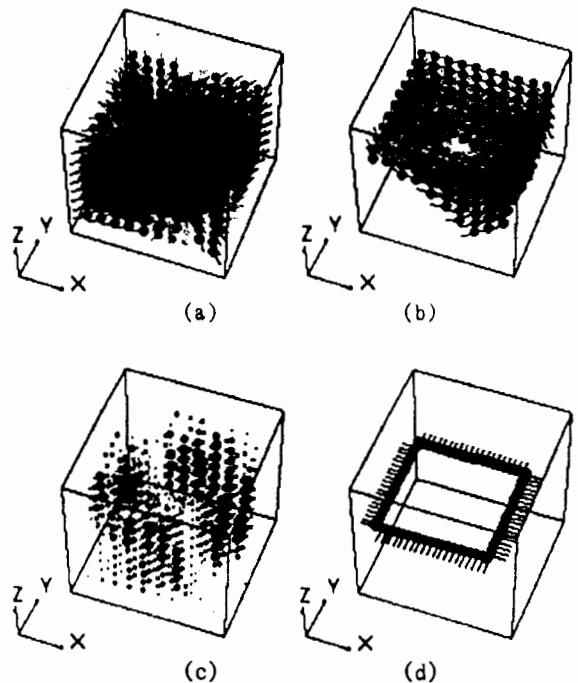


図1 テスト問題1, (a)立方体の上面の $6 \times 6 = 36$ 個の電圧測定点から電圧双極子を用いて推定した結果, (b)立方体上面から 5mm 離れた面で $6 \times 6 = 36$ 個の面に垂直な磁界を測定し電流双極子により推定した結果, (c)電流双極子と電圧双極子の内積をとって得た空間パワー分布, (d)正解の電流分布。

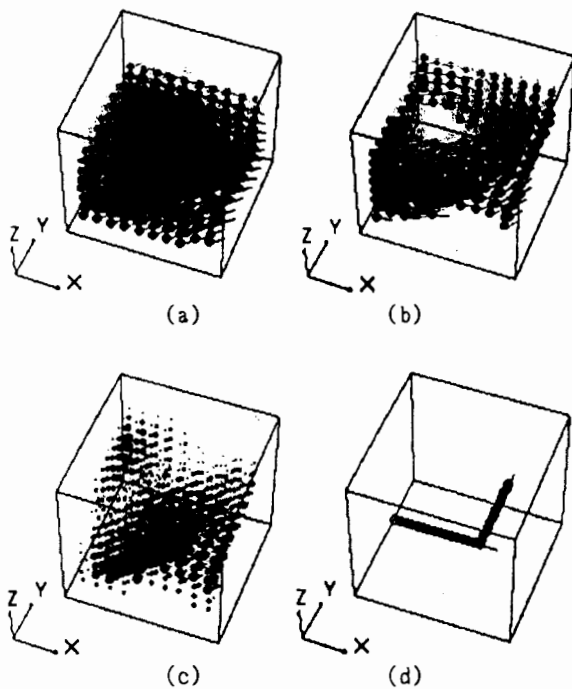


図2 テスト問題2, (a)立方体の上面の $8 \times 8 = 36$ 個の電圧測定点から電圧双極子を用いて推定した結果, (b)立方体上面から 5mm 離れた面で $6 \times 6 = 36$ 個の面に垂直な磁界を測定し電流双極子により推定した結果, (c)電流双極子と電圧双極子の内積をとって得た空間パワー分布, (d)正解の電流分布。

以上のことから、測定磁界の垂直成分から電流双極子法を用いると測定面に平行に流れる電流分布が求められ、一方測定面上の電位から電圧双極子法を用いると直接電流分布は求められないが、3次元的に広がる電流分布に対して有効であると考えられる。

このように電圧、電流両方の方法からある曖昧さを持った解パターンが得られるが、ここで図1(c)と(d)および図2(c)と(d)をそれぞれ比較してみると、正解の電流分布のところにはパワーがよく集中していることがわかる。よって図1(c)や図2(c)の空間パワー分布から最も信頼性のある電流分布が得られる。

図3(a)と(b)はそれぞれ正常な心臓および疾患のある心臓内の空間パワー分布である[4]。これらの空間パワー分布の図は正常な心臓と疾患のある心臓の決定的な差を明らかに示してい

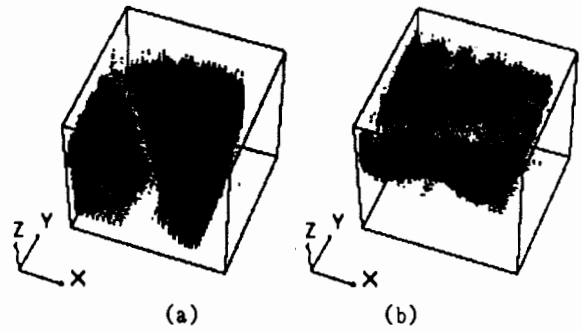


図3 空間パワー分布、(a)正常な心臓(QRS 40ms)、(b)疾患(pulmonary hypertension)のある心臓(QRS 40ms) [4]。

る。このように、心電図と心磁図を組み合わせることで心臓のより正確な診断を行うことができる。

3. 結言

本稿では、逆問題解析において電圧および電流双極子法の比較を行い、その結果、両者ともある曖昧さを持つ一意的な解が得られることを示した。さらに電圧および電流双極子間の内積を取り空間パワー分布を得ることにより最も信頼性のある電流分布が得られ、心臓診断において非常に有効であることを示した。

参考文献

- [1]G.Anger, Inverse Problems in Differential Equations, (Plenum Press, New York, London, 1990).
- [2]Y.Saito et al., "A formulation of the inverse problems in magnetostatic fields and its application to a source position searching of the human eye fields", J.Appl.Phys.87(9), 1 May (1980) pp.5830-5832.
- [3]早乙女英夫、他、「生体磁界における逆問題」、電気学会論文誌A 平成4年4月号。
- [4]Y.Nakaya et al., "Isomagnetic Maps in Right Ventricular Overloading", Journal of Electrocardiology 21 (2), 1988.