

生体中の電流分布推定

—心臓の電流分布—

An Estimation of Current Distribution in the Biological Systems

- Current Distribution in Human Heart -

橋田和泰, 早乙女英夫, 早野誠治, 齊藤兆古
K. Kitsuta, H. Saotome, S. Hayano, and Y. Saito

法政大学 工学部
College of Engineering, Hosei University

1. まえがき

生体内の電磁現象解明のため、筆者らは磁界分布の測定から生体内の電流分布推定を行うSampled Pattern Matching(SPM)法を推唱してきた[1-3]。SPM法は、測定された磁界の空間分布波形と内部電流が与える外部空間分布波形間の相関をCauchy-Schwarzの不等式を用いて吟味する方法である。また、SPM法は、直交性の成り立たない空間波形を前提とする不完全なFourier級数法として理論的位置づけをする事ができる[4]。この直交性が成り立たない空間に拡張されたFourier級数法を空間パワースペクトラム(Space Power Spectrum, SPS)法と呼んでいるが、この空間パワースペクトラム法による解釈は、SPM法による電流分布の推定精度が空間波形の直交性に依存することを明らかにした。

本稿では、SPM法の性質をSPS法を用いて吟味し、空間波形間の直交性の改善を試みる。更に、SPM法は、しきい値を用いる非線形演算を行うことから、神経回路網(Neural Net)による解法であることを明らかにし、電流分布が分散・集中と動的に変化する心臓内の電流分布を具体的例題として取り上げる。その結果、心臓の異状が電流分布に反映する事を明らかにする。

2. Sampled Pattern Matching法

2.1 基礎方程式

磁界 H と電流密度 J の関係を積分形で表すと、 V を電流が流れる領域の体積として、

$$\mathbf{H} = \nabla \times \int_V \mathbf{G} \mathbf{J} dv, \quad (1)$$

で与えられる。ここでGはGreen関数である。(1)式で電流が流れる領域が ΔV の体積を持つm個の領域に分割でき、各領域で電流密度 \mathbf{J} が一定値 \mathbf{J}_j とすれば、i点の磁界の強さ H_i は(1)式により

$$H_i = \sum_{j=1}^m \frac{\mathbf{J}_j \times \mathbf{a}_{ij} \Delta V}{4 \pi r_{ij}^2}, \quad (2)$$

と与えられる。ここで \mathbf{a}_{ij} は距離 r_{ij} の単位ベクトルであり、 $G = 1/4 \pi r$ であるから、

$$\nabla \times \left(\frac{\mathbf{J}_j}{4 \pi r} \right) = \mathbf{J}_j \times \frac{\mathbf{a}_{ij}}{4 \pi r^2}, \quad (3)$$

の関係を用い、ベクトルの方向はSource Pointを原点にした。

次に、磁界 \mathbf{H} の測定点がn個あるとし、これらを要素とするn次の列ベクトルを \mathbf{U} 、(2)式より求まるn個の要素からなるn次の列ベクトルを $\alpha_j \mathbf{d}_j$ とすれば、(2)式は

$$\mathbf{U} = \sum_{j=1}^m \alpha_j \mathbf{d}_j, \quad (4)$$

と書ける。ここで、 α_j および \mathbf{d}_j の要素 d_{ij} は、 \mathbf{n}_j を電流密度 \mathbf{J}_j に平行な単位ベクトル、 r_{ij} をi点への距離および \mathbf{a}_{ij} を距離 r_{ij} の単位方向ベクトルとして、

$$\alpha_j = \mathbf{J}_j \cdot \mathbf{n}_j \Delta V, \quad (5a)$$

$$d_{ij} = \frac{\mathbf{n}_j \times \mathbf{a}_{ij}}{4 \pi r_{ij}^2}, \quad (5b)$$

$$j = 1 \sim m,$$

$$i = 1 \sim n,$$

で与えられる。

(4)式が空間パワースペクトラム法の基礎方程式である。

2.2 空間パワースペクトラム法

(4)式は、ベクトル \mathbf{U} 、 \mathbf{d}_j のノルムをそれぞれ、 $|\mathbf{U}|$ 、 $|\mathbf{d}_j|$ とすれば、

$$\frac{\mathbf{U}}{|\mathbf{U}|} = \sum_{j=1}^m \frac{|\mathbf{d}_j|}{|\mathbf{U}|} \alpha_j \frac{\mathbf{d}_j}{|\mathbf{d}_j|}, \quad (6a)$$

または

$$\mathbf{U}' = \sum_{j=1}^m \gamma_j \mathbf{d}_j', \quad (6b)$$

と正規化できる。ここで、 \mathbf{U}' 、 \mathbf{d}_j' および γ_j はそれぞれ

$$\mathbf{U}' = \mathbf{U} / |\mathbf{U}|, \quad (7a)$$

$$\mathbf{d}_j' = \mathbf{d}_j / |\mathbf{d}_j|, \quad (7b)$$

$$\gamma_j = (|\mathbf{d}_j| / |\mathbf{U}|) \alpha_j, \quad (7c)$$

とする。

(6b)式は正規化されたSPM法の基礎方程式、すなわちSPM法のシステム方程式である。今、 $x-y$ 平面上で測定される磁界の数 n と $x-y-z$ 空間中の電流の数 m が無限大になったとすれば、(6b)式から、 $x-y$ 平面上の空間ベクトル $\mathbf{U}'(x,y)$ は

$$\mathbf{U}'(x,y) = \sum_{j=1}^{\infty} \gamma_j \mathbf{d}_j'(x,y), \quad (8)$$

で与えられる。ここで S を測定面の面積とすれば、

$$|\mathbf{U}| = \left(\frac{1}{S} \int_0^S |\mathbf{U}(x,y)|^2 dS \right)^{1/2}, \quad (9a)$$

$$|\mathbf{d}_j| = \left(\frac{1}{S} \int_0^S |\mathbf{d}_j(x,y)|^2 dS \right)^{1/2}, \quad (9b)$$

$$\mathbf{U}'(x,y) = \mathbf{U}(x,y) / |\mathbf{U}|, \quad (9c)$$

$$\mathbf{d}_j'(x,y) = \mathbf{d}_j(x,y) / |\mathbf{d}_j|, \quad (9d)$$

とする。

(8)式は、空間波形 $\mathbf{U}'(x,y)$ が他の空間波形 $\mathbf{d}_j'(x,y)$ の和で与えられるとしている。(8)式の係数 γ_j を決定するため、(8)の両辺に $\mathbf{d}_i'(x,y)$ をかけ算し、測定面の単位面積 $s=1$ について積分すると、

$$\int_{s=1} \mathbf{U}'(x,y) \cdot \mathbf{d}_i'(x,y) ds = \gamma_i + \sum_{j \neq i} \gamma_j \mathbf{d}_j'(x,y) \cdot \mathbf{d}_i'(x,y) ds, \quad (10)$$

が得られる。もし、空間波形 $\mathbf{d}_i'(x,y)$ と $\mathbf{d}_j'(x,y)$ ($i \neq j$)が直交するならば、(10)式の右辺第2項は零となり、 γ_i は厳密に求まる。この場合、(8)式は直交性の成り立つ基底関数を用いた空間に関するフーリエ級数と一致する。

実際は、与えられる測定面は有限で且つ特定方向成分のみであるため、(10)式の第2項が零となることは期待できない。この誤差を減少させるため、空間波形 $\mathbf{d}_j(x,y)$ を合成し、

加算平均することで r_i の精度向上を図る方法が Sampled Pattern Matching 法の骨子である。
 さて、空間波形ベクトル $\vec{d}_j(x,y)$ は必ずしもその平均値が零とならず、

$$\frac{1}{S} \int_S \vec{d}_j(x,y) dS = \vec{d}_{j0}, \quad (11)$$

とする。特に、ベクトル $\mathbf{U}(x,y)$ が有限な $x-y$ 平面上で測定され、電流が $x-y$ 平面下に存在するとすれば、 $x-y$ 平面下の端部や $x-y$ 平面下に含まれない電流に起因する空間波形ベクトル $\vec{d}_j(x,y)$ は絶対値の大きさが平均値 \vec{d}_{j0} を持つ。従って、ベクトル $\mathbf{U}(x,y)$ と $\vec{d}_j(x,y)$, ($j=1 \sim m$) からそれぞれの平均値を除いて、SPM法を実行すれば、測定面の中心下を焦点として r_i の精度改善が期待できることになる。これは、測定面の中心下に位置する $x-y$ 平面上の電流による空間ベクトルの平均値の絶対値が最小となるためである。

いま、ベクトル $\vec{d}_i(x,y)$ の変化分を $\vec{d}_{iv}(x,y)$ とすれば、(11)式よりベクトル $\vec{d}_i(x,y)$ は

$$\vec{d}_i(x,y) = \vec{d}_{iv}(x,y) + \vec{d}_{i0}, \quad (12)$$

と書け、ノルムは

$$\begin{aligned} |\vec{d}_i| &= \left(\frac{1}{S} \int_S |\vec{d}_{iv}(x,y)|^2 dS \right)^{1/2} + |\vec{d}_{i0}| \\ &= |\vec{d}_{iv}| + |\vec{d}_{i0}|, \end{aligned} \quad (13)$$

となる。同様に、ベクトル $\vec{d}_j(x,y)$ も変化分 $\vec{d}_{jv}(x,y)$ と平均値 \vec{d}_{j0} からなるとすれば、

$$\vec{d}_j(x,y) = \vec{d}_{jv}(x,y) + \vec{d}_{j0}, \quad (14a)$$

$$|\vec{d}_j| = |\vec{d}_{jv}| + |\vec{d}_{j0}|, \quad (14b)$$

が成り立つ。従ってベクトル $\vec{d}_i(x,y)$ と $\vec{d}_j(x,y)$ 間で、

$$\begin{aligned} & \int_{\sigma=1} \vec{d}_j'(x,y) \cdot \vec{d}_i'(x,y) ds \\ &= \frac{\int \vec{d}_{jv}(x,y) \vec{d}_{iv}(x,y) ds + \vec{d}_{j0} \cdot \vec{d}_{i0}}{(|\vec{d}_{jv}| + |\vec{d}_{j0}|)(|\vec{d}_{iv}| + |\vec{d}_{i0}|)}, \end{aligned} \quad (15)$$

が成り立つ。(15)式で、平均値 \vec{d}_{i0} , \vec{d}_{j0} が変化分より大きいとき、

$$|\vec{d}_{i0}| > |\vec{d}_{iv}|, \quad (16a)$$

$$|\vec{d}_{j0}| > |\vec{d}_{jv}|, \quad (16b)$$

とすれば、

$$\left| \int_{s=1} \bar{d}_j'(x,y) \cdot \bar{d}_i'(x,y) ds \right| \cong 1, \quad (17)$$

となる。従って、空間ベクトル $\bar{d}_i(x,y)$ ($i=1\sim m$) の平均値分 \bar{d}_{i0} は(10)式右辺第2項の絶対値を大きくし、正規化された空間パワースペクトラム γ_i の精度を低下させる。他方、変化分のノルム $|\bar{d}_{i,v}|, |\bar{d}_{j,v}|$ が平均値分より大きいとき

$$|\bar{d}_{i,v}| > |\bar{d}_{i0}|, \quad (18a)$$

$$|\bar{d}_{j,v}| > |\bar{d}_{j0}|, \quad (18b)$$

のとき、

$$\left| \int_{s=1} \bar{d}_j'(x,y) \cdot \bar{d}_i'(x,y) ds \right| < 1, \quad (19)$$

が成り立つ。従って、空間ベクトル $\bar{d}_i(x,y)$ から平均値分 \bar{d}_{i0} を除き、変化分 $\bar{d}_{i,v}(x,y)$ のみを用いてSPM法を実行すれば、全体としての γ_i の精度改善が期待できることとなる。

2.3 Neural Netによる理論

SPM法は従来の線形理論で解決できない問題を解析可能としている。これは何らかの新しい理論の存在を示唆していることに他ならない。前節で、直交性の成り立たない空間波形にフーリエ級数を拡張した空間パワースペクトラム法を用いてSPM法の理論的根拠を与えた。ここでは、神経回路網 (Neural Net) の連想記憶の原理を用いてSPM法の理論的根拠を与える[5]。

いま、(6b)式で \bar{d}_i' の空間ベクトルと対応する出力 Γ_i を

$$\begin{aligned} \bar{d}_1' \text{ と } \Gamma_1 &= [1, 0, \cdot, 0]^T, \\ \bar{d}_2' \text{ と } \Gamma_2 &= [0, 1, \cdot, 0]^T, \\ \bar{d}_m' \text{ と } \Gamma_m &= [0, 0, \cdot, 1]^T, \end{aligned} \quad (20)$$

とする。これを用いてシナプス結合を次式のように決めるとすれば、

$$W = \sum_{i=1}^m \Gamma_i (\bar{d}_i')^T, \quad (21)$$

(21)式は空間ベクトル \bar{d}_i ($i=1\sim m$) を教師信号 Γ_i で学習させたこととなる。従って、

(6b)式の既知空間ベクトル U' がこのNeural Netに入力された場合の出力は

$$\Gamma = WU', \quad (22)$$

となる。ここで出力ベクトル Γ は、正規化された空間スペクトラム

$$\gamma_i = [(U')^T \cdot d_i']^T, \quad i=1 \sim m, \quad (23)$$

を要素とする m 次の列ベクトルとなる。いま、既知空間ベクトル U' が単一電流によるものであれば、出力ベクトル Γ の対応する要素が1となり、残りはすべて1以下となる。また既知空間ベクトル U' が複数個の電流によるものであれば、最も支配的な電流に対応する Γ の要素の値が最大となる。SPM法の第1ステップでは、最大値となる要素のみに単位電流双極子が存在するとみなすから、明らかに非線形の演算を前提としている。この非線形演算はNeural Netのしきい値に対応している。いまこの最初の解ベクトルを与える空間ベクトルを d_i とすれば、 $d_i + d_j$ ($j=1 \sim m, j \neq i$)を正規化した空間ベクトル $(d_i + d_j)'$ と対応する出力 Γ_j' を用いて、次のステップの学習を以下のように行う。

$$W' = \sum_{j \neq i}^m \Gamma_j' (d_i + d_j)^T, \quad (24)$$

ここで、(24)式の各ベクトルは、

$$\begin{aligned} (d_i + d_1)' \text{と } \Gamma_1' &= [1, 0, \dots, 1, 0, \dots, 0]^T, \\ (d_i + d_2)' \text{と } \Gamma_2' &= [0, 1, \dots, 1, 0, \dots, 0]^T, \\ (d_i + d_m)' \text{と } \Gamma_m' &= [0, 0, \dots, 1, 0, \dots, 1]^T, \end{aligned} \quad (25)$$

で与えられる。既知空間ベクトル U' がこのNeural Netに入力された場合の出力は、

$$\Gamma' = W' \cdot U', \quad (26)$$

となる。ここで、 Γ' は最大値をとる第 i 行の要素と、

$$\gamma_j = [(U')^T \cdot (d_i + d_j)']^T, \quad j=1 \sim m, j \neq i, \quad (27)$$

を要素とする m 次の列ベクトルとなる。第 i 行の要素が最大となる理由は、シナプス結合をあらわす W' で第 i 行が $[(d_i + d_j)']^T$ ($j=1 \sim m, j \neq i$)の総和となるためである。従って、第 i 行を除いて最大値をとる Γ' の要素が第1ステップで得られた γ_i より大きい

とき、その要素に対応する第2の単位電流双極子の存在を連想したことを意味する。第3の単位電流双極子を(24),(26)式同様に求める。もし、第3ステップで得られた r の値が第2ステップよりも小さいならば、第1ステップと第2ステップまでで計算は終了となり、後はそれまでの空間スペクトルを加算平均した結果から電流分布が推定されることとなる。

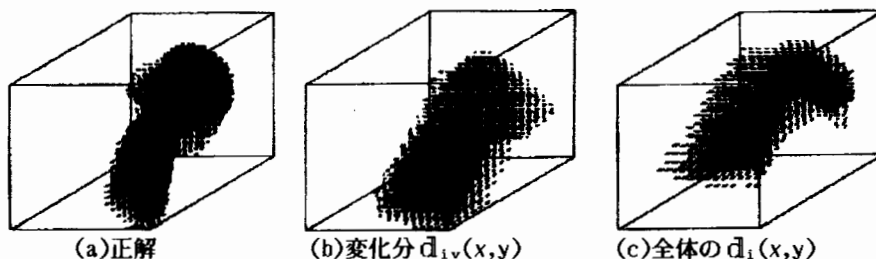
以上のように、SPM法はNeural Netの連想記憶の概念でその理論的根拠をすべて説明できる。(21)式と(22)式の第1ステップ、(24)式と(26)式の第2ステップはそれぞれNeural Netの第1層と第2層に相当し、理論上第 m 層まで用いればすべての電流双極子を含むこととなり、1ステップごとに1つの単位電流双極子を求めるから必ず第 m ステップまでには収束する。単純なNeural NetによるSPM法の実行は重み関数 W のために巨大な計算機のメモリを必要とし実用的でない。特に、後層の重み関数をあらかじめ決定しておくことは不可能に近い。しかし、SPM法のアルゴリズムは学習過程と連想過程を最も効率よく動的に実行する方法となっている。

2.4 例題

ここでは、2.3節で述べた空間ベクトル $\vec{d}_i(x,y)$ の変化分 $\vec{d}_{i,v}(x,y)$ ($i=1\sim m$)のみでSPM法を実行した場合と従来の平均値 $\vec{d}_{i,0}$ も含む空間ベクトル $\vec{d}_i(x,y)$ ($i=1\sim m$)でSPM法を実行した場合の比較を行う。

第1(a)図の正しい電流分布に対して、第1(b)図と第1(c)図にそれぞれ変化分空間ベクトル $\vec{d}_{i,v}(x,y)$ ($i=1\sim m$)と変化分、平均値分の両者を含む空間ベクトル \vec{d}_i ($i=1\sim m$)を用いて得られた結果を示す。第1(b),(c)図で測定点数 n は、 x, y 軸に平行に1cm間隔で6点ずつ、合計36点であり、電流推定範囲は $x-y$ 平面から5mm下方の $5\times 5\times 5\text{cm}^3$ の立方体領域とし、空間の分割個数 m は、 x, y, z 方向各等間隔に19分割と $x-y$ 平面に平行な面で電流方向の角度を72分割してあるため、合計 $m=17\times 17\times 19\times 72=395,352$ 点である。 z 軸方向の電流は $x-y$ 平面の法線方向への磁界分布を与えないため、 z 軸方向の電流は求まらない。なお、電流分布を表す空間スペクトラム r_i ($i=1\sim m$)は $r_i \geq 0.9$ ($i=1\sim m$)について第1(b),(c)図に示してある。

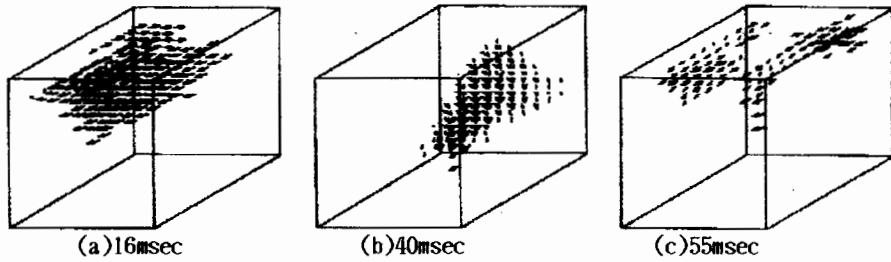
第1図の結果は、明らかに空間分布波形の平均値を除いた本稿で提案する方法がより高精度の結果を与えることを示している。



第1図 変化分ベクトル $\vec{d}_{i,v}(x,y)$ のみによるSPM法の精度向上。

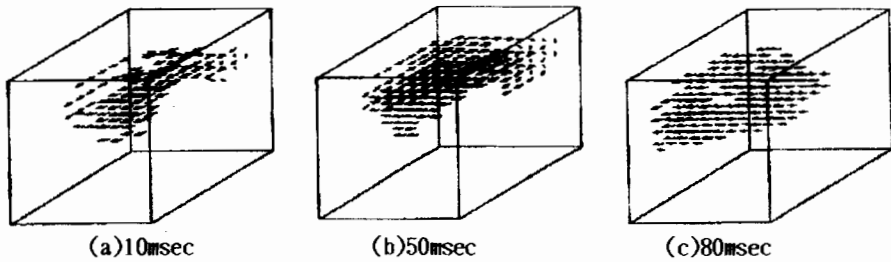
2.5 心磁図への応用

第2(a)~(c)図に正常な心臓内の電流分布をSPM法で求めた結果が示してある。第2(a)~(c)図はそれぞれQRS波が16msec, 40msecおよび55msecに対応する。第2(a)図は洞結節から出た電流が房室結節の周辺に分布している状況に対応し、第2(b)図は房室結節に集電された電流が右脚と左脚に流れ込んでいる状況に対応する。更に第2(c)図は電流が右脚と左脚に流れ込んだ後、比較的浅部を還流していることを示している。



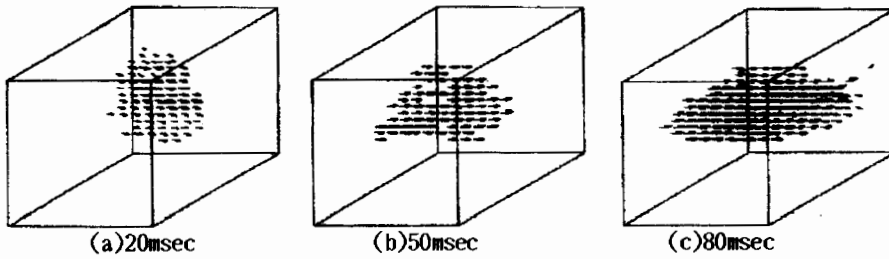
第2図 正常人の心臓内電流分布($\gamma \geq 0.9$)。

第3(a)~(c)図にRight Bundle Branch Block症候群を呈する心臓内電流分布を示す。第3(a), (b)更に(c)図はそれぞれQRS波が10msec, 40msec, 70msecに対応する。第2(b)図と第3(b)図の比較から、RBBB症候群の心臓では、房室結節に集電し、右脚と左脚に流れるべき電流分布が正常でなく、左方ヘリークしていることがわかる。



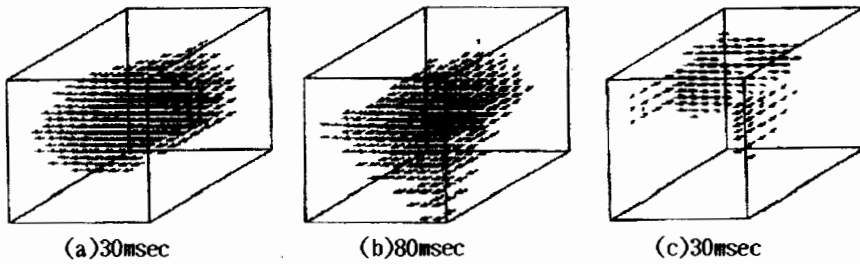
第3図 RBBB症候群を呈する心臓内電流分布($\gamma \geq 0.9$)。

第4(a)~(c)図にLeft Bundle Branch Block症候群を呈する心臓内電流分布を示す。第4(a), (b)および(c)図はそれぞれQRS波が20msec, 50msec, 80msecに対応している。第4(a)図と第2(a)図の比較から、洞結節から出た電流が房室結節の周辺に分布しなければならないが、LBBB症候群の心臓では洞結節から出た電流が右方向ヘリークしていることがわかる。



第4図 LBBB症候群を呈する心臓内電流分布($\gamma \geq 0.9$)。

第5(a)~(c)図にWolff-Parkinson-White症候群を呈する心臓内電流分布を示す。第5(a), (b)および(c)図はそれぞれQRS波が30msec, 80msec, 30msecに対応している。第5(a)と(b)図のケースは電流が洞結節から房室結節更に右・左脚の順に流れず、大部分の電流が左方向ヘリークしていることを示している。他方、第5(c)図のケースでは、電流が心臓の表面部分で右方向ヘリークしている。



第5図 WPW症候群を呈する心臓内電流分布($\gamma \geq 0.9$)。

なお、本稿で採用した例題の実験データはすべて文献[6]によるものであることを付記しておく。また、すべての計算は心臓を含んだ領域を $5 \times 5 \times 5 \text{cm}^3$ の立方体、測定面はこの立方体上面から5mm上方の平行面とし、測定点数 n は1cm間隔で $6 \times 6 = 36$ 点である。また本節ではこの立方体を x, y, z 軸および角度に対してそれぞれ10, 10, 10および360点分割し、全節点数 m を360,000点として計算を行った。

3. 結言

本稿では、空間分布ベクトルの変化分(平均値が零)のみを用いて、SPM法を実行することにより、空間スペクトラム分布の精度向上が可能であることを示した。更に、SPM法の理論的根拠がNeural Netによって説明できることを明らかにした。換言すれば、Neural Netの学習と連想を動的に実行する方法がSPM法のAlgorithmに対応し、一意的な解への収束が保証

できることを示した。最後に、精度が改善されたSPM法を用いて、心磁図から心臓内の電流分布を推定した。その結果、心臓疾患とは何らかの原因で正常な電流源または電流経路に障害が生じた結果、心臓内の電流が正常に分布しないことであり、疾患の区別は、この電流分布から障害部位による分類であることを明らかにした。

参考文献

- [1]板垣英美、他、電磁界系逆問題－静的電磁界系に対するパターンマッチング法の提案－、電気学会マグネティックス研究会資料,MAG-89-163,1989年9月
- [2]Y.Saito,et al, A formulation of the inverce problems in magnetostatic fields and its application to a source position searching of the human eyes fields, Journal of Applied Phisics,Vol.67,No.9,Mag(1990)pp.5830-5832.
- [3]板垣英美、他、電磁界系逆問題へのCauchy-Schwarzの不等式の応用、電気学会、静止器・回転機合同研究会資料,SA-90-15,RM-90-27,1990年8月
- [4]早乙女英夫、他、生体中の電流分布推定－理論的基礎－、電気学会マグネティックス研究会資料,MAG-91-219,1991年10月八戸
- [5]中野 馨 編著、ニューロコンピュータの基礎、コロナ社、1990年1月
- [6]K.Atsumi,et al Ed.,Biomagnetism'87,Tokyo Denki University Press,Japan,1988