

磁化特性の表現法と磁区理論  
A Representation of Magnetization Characteristics  
and Domain Theory

齊藤 兆古, 早野 誠治, 津屋 昇  
Y. Saito, S. Hayano, and N. Tsuya

法政大学 工学部  
College of Engineering, Hosei University

榎 陽  
Y. Sakaki

千葉大学 工学部  
Faculty of Engineering, Chiba University

## 1. まえがき

磁性材料を使った磁気装置は、家庭用の小型機器から動力用の大型機器まで多くの種類が使われている。一方、近年のデジタル計算機の高速化、大容量化とその普及は、極めて広汎な分野に影響を与えつつある。特に、工学では各種機器の特性算定や設計計算において有力な武器となっている。しかし、磁性材料を使った磁気装置では、磁性材料の磁化特性を適切に導入することが困難であるため、何等かの形で経験的要素を必要としている。このような従来技術の延長線上にある方法では、定常状態等の限られた範囲で最適な設計が可能であるが、非定常状態や歪波入力に対する応答等を前提とした場合、多くの試行錯誤を繰り返し経験データを蓄積せざるを得ない。このような現状に鑑み、筆者等は磁化特性を適切に表現する方法と磁性材料における損失発生機構について鋭意研究を行ってきた。

本報告では、筆者等の提唱してきた Chua 型磁化特性モデルのパラメータの物理的意味を磁区モデルを用いて説明し、その妥当性を検討するものである。

## 2. 磁化特性

### 2.1 磁化特性の表現

Chua 型に属する一磁化特性モデルは次式で与えられる[1]。

$$H + \frac{\mu_r}{s} \frac{dH}{dt} = \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{s} \frac{dB}{dt} \quad (1)$$

ここで、 $H$ 、 $B$ 、 $\mu$ 、 $\mu_r$  および  $s$  は、それぞれ磁界、磁束密度、透磁率、可逆透磁率およびヒステリシス係数である。一方、第1図に示すように反転時の磁界  $H_n$  と現時点の磁界  $H_p$  を定義すれば、Preisach の分布関数  $\psi$  は次式で与えられる[2]。

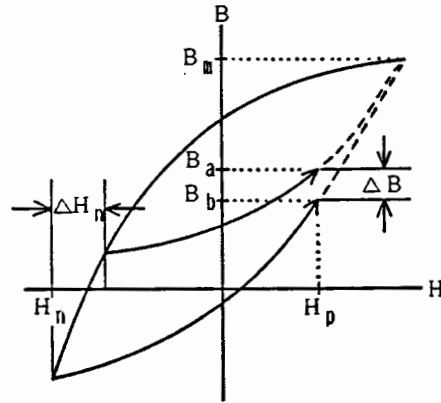
$$\psi = \frac{\partial^2 B}{\partial H_n \partial H_p} \quad (2)$$

(1) 式のヒステリシス係数  $s$  と (2) 式の分布関数  $\psi$  の関係は、文献[1] より、

$$s = \psi \frac{dH}{dt} \quad (3)$$

で与えられる。(1) 式で、磁束密度の時間微分の項が、

$$\frac{dB}{dt} = \frac{\partial B}{\partial H} \frac{dH}{dt} \quad (4)$$



第1図  $H_n$  と  $H_p$  の定義。

と書けるとすれば、Preisach の分布関数  $\psi$  を使って、(3) 式の関係から次式のように表される。

$$H + \frac{\mu_r}{\psi} = \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{\psi} \frac{\partial B}{\partial H} \quad (5)$$

磁界  $H$  が極めて小さく、このため (5) 式のパラメータ  $\mu$ 、 $\mu_r$ 、 $\psi$  が一定値とみなせるものとして、(5) 式を磁束密度  $B$  について解くと、

$$B = \mu H$$

$$\begin{aligned} &+ (\mu^2 / \psi) [1 - (\mu_r / \mu)] [\exp \{ - (\psi / \mu) H \} - 1] \\ \cong &\mu_r H + (1/2) \psi H^2 \quad (6) \end{aligned}$$

の関係が得られる。ただし、磁界  $H$  は充分小さく、磁束密度の初期値は零とし、さらに、 $\mu \gg \mu_r$  と仮定している。(6)式は、Rayleigh の関係式による初期磁化曲線と一致する[3]。従って、磁界  $H$  が充分小さい範囲では、可逆透磁率  $\mu_r$  は初期透磁率に等しく、Preisach の分布関数  $\psi$  は Rayleigh の定数に等しくほぼ一定値をとることとなる。すなわち、Preisach の分布関数モデルは、Rayleigh の磁化特性モデルを高磁束密度領域まで拡張したモデルに対応する。このことから、(1)式と(5)式の左辺第2項は、時間に対してほぼ無関係な量と仮定でき、これを直流磁界  $H_{dc}$  と仮定する。すなわち、

$$H_{dc} = \frac{1}{s} \mu_r \frac{dH}{dt} = \frac{\mu_r}{\psi} \quad (7)$$

と仮定する。(7)式で与えられる直流磁界  $H_{dc}$  は、可逆透磁率  $\mu_r$  と Preisach の分布関数  $\psi$  が磁束密度等の関数であるため一定値ではない。さらに、(9)式の  $H_{dc}$  が正から負へ変化してヒステリシスループを描くから、厳密には直流の用語は適切でない。この場合の直流とは、ほとんど周波数に無関係なヒステリシスループが得られることを意味し、この一例が Rayleigh ループである。

## 2.2 パラメータ $s$

磁束密度  $B$  が時間に対して正弦波状に変化している時、磁界  $H$  は磁気飽和やヒステリシスのため必然的に歪波となる。この磁界  $H$  をフーリエ級数に展開し、奇関数成分  $H_{odd}$  と偶関数成分  $H_{even}$  に分解できる[4]。すなわち、

$$H = H_{odd} + H_{even} \quad (8)$$

と磁界は表される。さらにこれらの各成分は、(1)式と(7)式から交流分と直流分の和で表されるから、

$$\begin{aligned} H_{odd} &= H_0 + \frac{1}{s} \mu_r \frac{dH_{even}}{dt} \\ &= H_0 + H_{dc,0} \quad (9) \end{aligned}$$

$$H_{even} = H_e + \frac{1}{s} \mu_r \frac{dH_{odd}}{dt}$$

$$= H_e + H_{dc,e} \quad (10)$$

とも表される。ここで、 $H_0$ 、 $H_e$  および  $H_{dc,0}$ 、 $H_{dc,e}$  はそれぞれ交流分の奇関数と偶関数、および直流分の奇関数と偶関数を表すものとする。

磁束密度の時間微分  $dB/dt$  がその最大値  $\omega B_m$  に達した時を考える。この時、磁束密度  $B$  と磁界の奇関数成分  $H_{odd}$  は零となるから、(1)、(7)式より次式が成り立つ。

$$H_{even} = H_e + H_{dc,e} = \frac{1}{s} \frac{dB}{dt} \quad (11)$$

ここで、 $\omega$  は角周波数  $2\pi f$  である。(11)式から、ヒステリシス係数  $s$  は、 $H_{dc,e}$  がほぼ一定値とすれば、

$$s = \frac{dB/dt}{H_{even} - H_{dc,e}} = \frac{\omega B_m}{H_e} \quad (12)$$

で与えられる。

### 2.3. 鉄損

磁束密度  $B$  が時間に対して正弦波状に変化している時、単位体積当りの瞬時電力  $P_i$  は(8)式の磁界  $H$  と磁束密度の時間微分  $dB/dt$  の積で与えられる。即ち、

$$P_i = H \frac{dB}{dt} \quad (13)$$

であるが、磁束密度の時間微分  $dB/dt$  と位相が一致する磁界の成分は、(8)式中の偶関数成分  $H_{even}$  であるから、有効電力  $P_a$  は、

$$\begin{aligned} P_a &= H_{even} \cdot \frac{dB}{dt} \\ &= H_e \frac{dB}{dt} + H_{dc,e} \frac{dB}{dt} \\ &= \frac{1}{s} \left( \frac{dB}{dt} \right)^2 + H_{dc,e} \frac{dB}{dt} \end{aligned} \quad (14)$$

の時間に無関係となる項で与えられる。(14)式から、渦電流損失 $W_e$ は、

$$W_e = \frac{1}{2} \frac{1}{s} (\omega B_m)^2, \quad [W/m^3] \quad (15)$$

で与えられ、ヒステリシス損失 $W_h$ は、

$$W_h = \frac{1}{T} \int_0^T H_{dc,e} dB, \quad [W/m^3] \quad (16)$$

で与えられる。ここで、 $T$  は周期を表す。

(15)式から、渦電流損失は、ヒステリシス係数 $s$ に反比例して減少すべきであることがわかる。第2(a)図と第2(b)図に、各種材料について $s$ と渦電流損失の関係を測定した結果を示す。第2図の結果は、(15)式による結果とよく一致していることがわかる。尚、実験に使用した試料の諸定数を第1表に示す。

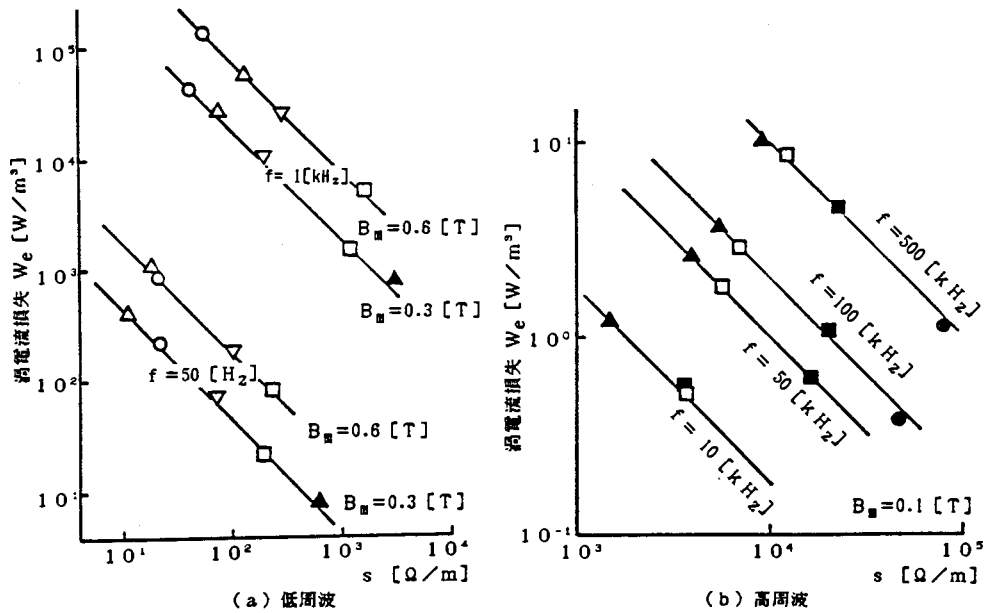
さらに、第3(a)図に、最大磁束密度を一定値( $B_m=0.3[T]$ )にして周波数 $f$ を変化させた場合の、渦電流損失とヒステリシス係数(この場合は、 $s \times$  試料の断面積  $= V_m / H_e$ )の関係を示してある。

(15)式から、

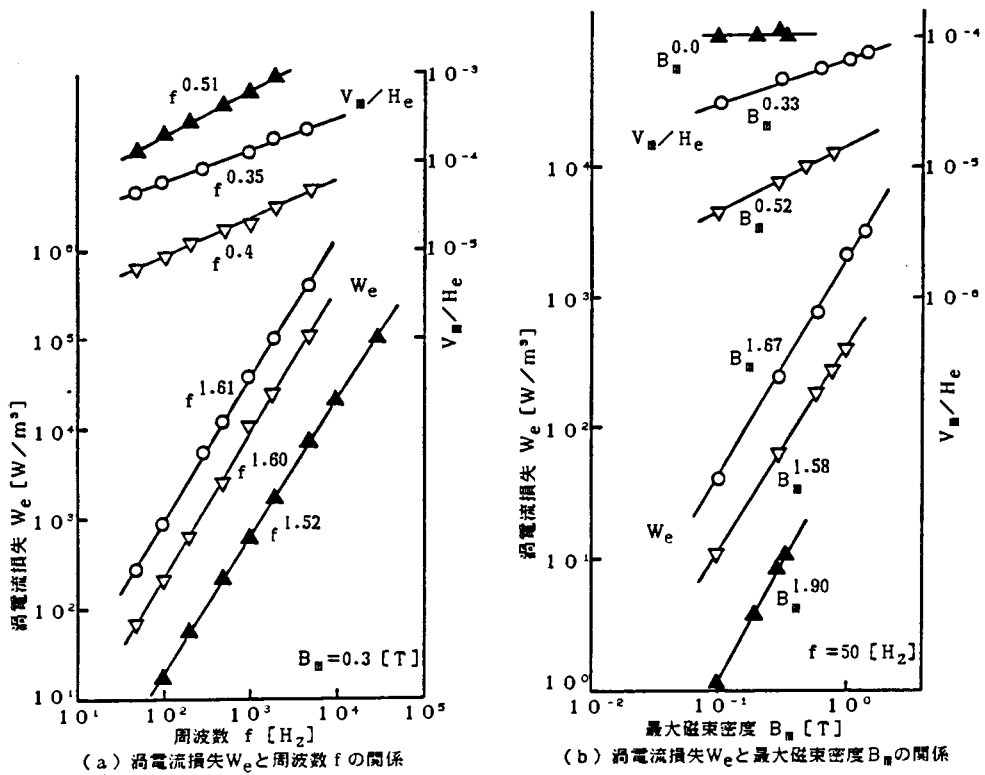
$$s W_e = \frac{1}{2} \omega^2 B_m^2 = 2\pi^2 f^2 B_m^2, \quad (17)$$

第1表. 試料の諸定数

記号	試料	板厚 [mm]	板幅 [mm]
○	Grain oriented 3Si97Fe	0.3	10
△	Square loop 50Ni50Fe	0.05	10
▽	Amorphous Fe <sub>70</sub> Ni <sub>8</sub> Si <sub>10</sub> B <sub>12</sub>	0.02	5
□	Super malloy 5Mo79Ni16Fe	0.025	5
▲	Amorphous Fe <sub>4</sub> Co <sub>66</sub> Si <sub>17</sub> B <sub>13</sub>	0.02	10
■	Amorphous (Fe <sub>0.925</sub> Cr <sub>0.075</sub> ) <sub>83</sub> Si <sub>5</sub> B <sub>12</sub>	0.02	5
●	Super malloy 5Mo79Ni16Fe	0.004	5



第2図  $s$  と渦電流損失  $W_e$  の関係。



第3図 渦電流損失  $W_e$  と周波数  $f$  および最大磁束密度  $B_m$  の関係。

が成立ち、 $s W_e$  は周波数  $f$  と磁束密度の最大値  $B_m$  の自乗に比例することを意味する。第3(a)図の結果は、(17)式の関係をほぼ満足し、

$$s \propto f^u, \quad (18a)$$

$$W_e \propto f^v, \quad (18b)$$

とすれば、

$$u + v \cong 2, \quad (19)$$

となっている。次に、第3(b)図に、周波数を一定値 ( $f = 50$  [Hz]) にして最大磁束密度  $B_m$  を変化させた場合の渦電流損失とヒステリシス係数 (この場合は、 $s \times$  材料の断面積  $= V_m / H_e$ ) の関係を示してある。

第3図で、

$$s \propto B_m^x, \quad (20a)$$

$$W_e \propto B_m^y, \quad (20b)$$

とすれば、

$$x + y \cong 2, \quad (21)$$

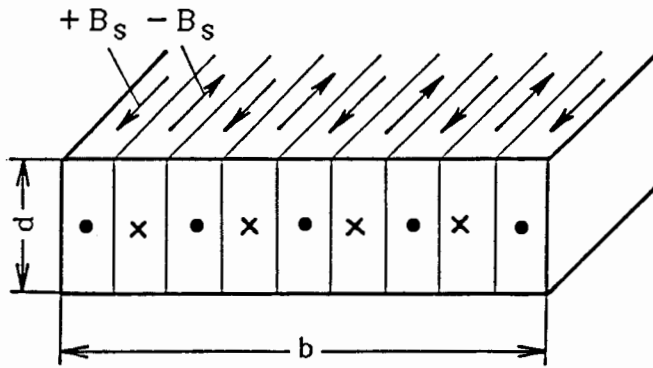
が成立ち、(17)式の結果とよく一致している。

#### 2.4. 短冊状磁区モデル

磁気ヒステリシス係数  $s$  と磁区との関係を調べるため、第4図に示すような短冊状磁区モデルを考える。第4図の磁壁が一斉に運動した場合、磁束変化による磁心の誘起電圧の最大値  $V_m$  は、

$$V_m = \omega B_m b d = 2 B_s n v_m d, \quad (22)$$

で与えられる[5]。ここで、 $n$  は磁壁数で、磁束密度が最大値  $B_m$  に達するまで変化しないと仮定している。さらに、 $v_m$  は誘起電圧  $V_m$  の時の磁壁の運動速度であり、 $b$  と  $d$  はそれぞれ板幅と板厚である。他方、(10)式の磁界  $H_e (= H_{\text{even}} - H_{\text{dc},e})$  と速度  $v$  の関係は、 $\beta$  を制動係数とすれば、



第4図 短冊状磁区モデル.

$$H_e = \beta v_{\parallel} , \quad (23)$$

の関係が成り立つ[6]。 (23)式の制動係数として、短冊状磁壁の渦電流による制動係数、

$$\beta = 8.4 B_{\parallel} d / \pi^3 \rho , \quad (24)$$

を採用する[7]。ここで、 $\rho$ は抵抗率である。(24)式を(23)式に代入し、さらに(22)式の $V_{\parallel}$ から、ヒステリシス係数 $s$ は、

$$s = \pi^3 \rho n / 4.2 b d , \quad (25)$$

で与えられることとなる。ここで、 $\rho$ 、 $n$ 、 $b$ および $d$ はそれぞれ、抵抗率、磁壁数、板幅および板厚である。

(25)式で、抵抗率 $\rho$ が一定値とすれば、第3(a)図と第3(b)図の実験結果は、磁壁数 $n$ がほぼ周波数と磁束密度に比例して増加することを示している。従って、ヒステリシス係数 $s$ は、抵抗率 $\rho$ が一定値をとるものとすれば、

$$s \propto n , \quad (26a)$$

又(12)式から、ヒステリシス係数 $s$ は、磁束密度の時間微分の関数で表されるから、

$$s = \text{func.} (dB/dt) , \quad (26b)$$



と書ける。一方、(3)式から Preisach の分布関数  $\psi$  は、

$$\psi = \frac{s}{dH/dt} = \frac{\text{func.}(dB/dt)}{dH/dt}, \quad (27)$$

と書ける。さらに(26a)式と(27)式から、

$$\psi \propto \frac{n}{dH/dt}, \quad (28a)$$

が成り立つ。(27)式で、時間微分の項は明らかに周波数に比例するから、Preisach の分布関数  $\psi$  はほぼ周波数に無関係となるであろう。さらに低磁束密度領域では、磁束密度  $B$  が磁界  $H$  に比例するから Preisach の分布関数  $\psi$  はほぼ一定値となる。この領域が Rayleigh 範囲に対応し、一定値が Rayleigh の定数に対応すると考えられる。

### 3. 結 言

本稿では、磁化特性を表す Chua 型モデルと Preisach 型モデルおよび、両者の関係を検討し、磁気ヒステリシス損と渦電流損に直接関係するパラメータ  $s$  について、その妥当性を検証し、短冊状磁壁モデルを用いて磁壁数との関係を明らかにした。実際の応用例については、別稿を参照されたい。

## 参考文献

- [1] Y. Saito, et al, IEEE Trans., Magn., Vol. MAG-22, No. 5(1986)pp. 647-649.
- [2] S. Sawamura, et al, IEEE Trans., Magn., Vol. MAG-6, No. 3(1970)pp. 646-649.
- [3] S. Chikazumi, et al, Physics of Magnetism(John Wiley & Sons, Inc., 1964).
- [4] Y. Saito, et al, JMMM, Vol. 54-57(1986)pp. 1613-1614.
- [5] Y. Sasaki, et al, IEEE Trans., Magn., Vol. MAG-18, No. 6(1982)pp. 1840-1842.
- [6] H. J. Williams, et al, Phys. Rev., Vol. 80(1950)pp. 1090-1094.
- [7] 榑 他, 電気学会論文誌, 95-A(1975)pp. 125-132.