

Sampled Pattern Matching 法による 生体内電流分布推定

正員 早乙女 英 夫 (法政大)
 准員 橘 田 和 泰 (法政大)
 正員 早 野 誠 治 (法政大)
 正員 齋 藤 兆 古 (法政大)

An Estimation Method of Current Distribution in Biological Systems by the Sampled Pattern Matching Method

Hideo Saotome, Member, Kazuyasu Kitsuta, Associate, Seiji Hayano, Member, Yoshifuru Saito, Member (Hosei University)

The inverse problem is one of the most important problems in the medical diagnosis, because most of the medical diagnosis can be reduced to solving the inverse problems. This paper proposes one of the promising methodologies based on the Cauchy-Schwarz relation to estimate the current distributions in biological systems. A theoretical background of our method is given by means of a space power spectrum method which is one of the incomplete space Fourier series spectrums. A simple sample problem verifies the validity of our method by comparing it with the conventional method. Finally, we apply our method to obtaining the current distributions in a human heart. As a result, it is clarified that our method provides the unique current distribution patterns corresponding to correct ones.

キーワード：逆問題，生体，心臓，電流分布推定，コーシー・シュワルツ不等式

1. ま え が き

生体内においては生体活動に伴って種々の電磁現象が発生し、その電磁現象を観測することによって生体内の異常診断が可能であり、その代表的なものが心電図や脳波による診断である⁽¹⁾⁽²⁾。心電図や脳波から生体の異常診断を行う場合、多くは臨床データの蓄積に基づき、欠陥部位の推定を行うのが通例である。この方法の明らかな欠点は、生体が電氣的に極めて複雑な構造をもち、異常の生ずる欠陥部位が個々の生体によって異なり、必ずしも臨床データと一致するとは限らない点にあり、この結果、得られたデータから欠陥部位特有の現象を読み取る技術の習熟が必要とされる。また、このような技術は一般の非破壊検査でも同様であって、内部に立ち入らずに欠損箇所を外部で得られたデータを用いて推定しなければならない。外部から得られたデータを基にして内部の状態を推定すること

は、ある特定空間上で得られたフィールド量を用いて系全体のフィールドを推定することにほかならない。系全体のフィールドを推定することは、フィールド源の大きさや空間的位置を求めることに帰し、いわゆる逆問題を解くこととなる。

著者らは、このような観点から逆問題解析の社会的有用性に着目し、逆問題解析法の一方法として Sampled Pattern Matching 法（以後、SPM 法と略記）を提案してきた⁽³⁾⁻⁽⁶⁾。SPM 法は、例えば磁界問題においては、測定された磁界の空間分布波形と推定領域内部の電流が与える磁界分布波形の相関を Cauchy-Schwarz の不等式を用いて吟味する方法である。

本論文では、著者らの提案した SPM 法の妥当性について、簡単な例を用いて、線形空間論による疑似逆行列法との比較により吟味し、その結果、SPM 法は従来の理論とは本質的に異なる新しい方法であることを示す。更に、SPM 法の理論的基礎は、基底空間ベ

クトルの直交性が成立しない空間にフーリエ級数を拡張して得られる Space Power Spectrum 法 (以後, SPS 法と略記) を用いて説明できることを明らかにする。具体的な例題として, 電流分布が分散, 集中と動的に変化する心臓内の電流分布推定を取上げる。

2. Sampled Pattern Matching 法

〈2・1〉 基本概念 与えられた空間の一部分で観測されるフィールド量から, そのフィールドの源を求める逆問題は, 空間の一部分で得られた有限個のデータから無限の可能性を吟味することである。これは, 式の数, すなわちデータの個数が, 未知数の数, すなわちフィールド源の数より圧倒的に少ない方程式を解くこととなる。従って, いわゆる順問題 (与えられたフィールド源からフィールドを求める問題) とは基本的に異なる。このため, SPM 法はフィールド源の大きさを単位値に限定し, 単位フィールド源が測定部位に与えるフィールドの空間分布と測定された既知フィールド分布の一致度合を Cauchy-Schwarz の関係式で求め, フィールド源の大きさは単位フィールド源の空間的集中度合で推定しようとする方法である。従って SPM 法は, 測定されたフィールド分布を与えるフィールド源の大きさと位置の双方を一度に求めることはせず, 規格化された既知フィールド分布パターンより一意的に決まる, フィールド源の位置に関する情報を得ることを主目的とする方法である。

〈2・2〉 基礎方程式 本論文では, 生体中の電流分布推定のなかで心臓内の電流分布推定を具体的な例として取上げる。磁界源となる電流は実際の物理系だけではなく生体系においても滑らかに分布し, 電流密度が連続的に変化し, 電流の大きさの差異を与えている。このような電流分布を解析的な数式で表現することは, 極めて例外的なケースを除いて不可能である。また, 近年強力な解析手法となっているデジタル計算機を前提とする数値解析法においても, 離散化した電流値を前提としているため, 厳密な電流分布は再現できない。このため, フィールド源が与えられてそのフィールド分布を求める, いわゆる順問題の離散化手法と同様に, 逆問題の解析においても, 離散化した数が無限大になったとき, 自然な電流分布となることを目標とした次の仮定を行う。

(1) 電流は空間の一点あたり一定の密度で流れるものとする。これは, ある任意の空間の一点では単位電流しか存在しないことを意味する。

(2) 電流分布そのものを直接求めるのではなく, 単位電流と電流が流れる経路の単位長との積, すなわ

ち単位電流双極子の巨視的な分布を求める。

(3) 電流の大きさは, x - y - z の直交座標系上の位置座標だけでなく, 電流の方向を表す角度も座標として考えた単位電流双極子の空間的集中度合で表される。

以上の仮定から, 測定面で得られる磁界は, 空間に存在する単位電流双極子による磁界の和として求められることとなる。

磁界 H と電流密度 J の関係を積分形で表すと, V を電流が流れる領域の体積として,

$$H = \nabla \times \int_V G J dv \dots \dots \dots (1)$$

ここで, G : Green 関数

で与えられる (付録参照)。(1)式で電流が流れる領域が ΔV の体積をもつ m 個の領域に分割でき, 各領域で電流密度 J が一定値 J_j とするものとするれば, i 点の磁界の強さ H_i は図 1 の解析モデルを用いると,

$$H_i = \sum_{j=1}^m \frac{J_j \times a_{ij} \Delta V}{4\pi r_{ij}^2} \dots \dots \dots (2)$$

ここで, a_{ij} : 距離 r_{ij} 方向の単位ベクトル

と与えられる。また, (2)式の導出において, 三次元空間では $G=1/4\pi r$ となること, および節点 j における電流密度 J_j の ΔV 内における空間微分が零となることから得られる

$$\nabla \times \left(\frac{J_j}{4\pi r} \right) = J_j \times \frac{a_{ij}}{4\pi r_{ij}^2} \dots \dots \dots (3)$$

の関係を用いた。なお, 後述の第 3 章の検証例題で示されるように, (1)式から(2)式の離散化は, 有限要素法⁽⁷⁾などと同じく, 分割個数 m が多いほど解精度が高くなる。(2)式で電流双極子 $J_j \Delta V$ が単位空間ベクトルであるとする,

$$H_i = \sum_{j=1}^m \frac{n_j \times a_{ij}}{4\pi r_{ij}^2} \quad (i=1 \sim n) \dots \dots \dots (4)$$

ここで, n_j : 電流双極子の方向をもつ単位空

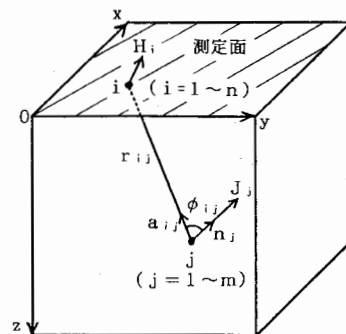


図 1 解析モデル

Fig. 1. Model for analysis.

間ベクトル

が成り立つ。 U を(4)式の磁界 H_i ($i=1\sim n$)を要素とする n 次の列ベクトルとすると、

$$U = f_1 d_1 + f_2 d_2 + \dots + f_m d_m \dots\dots\dots (5)$$

と書ける。ただし、 f_j ($j=1\sim m$)は節点 j に求める単位電流双極子がある ($f_j=1$) かない ($f_j=0$) を示す因子評点で、逆問題における未知数であり、また列ベクトル d_j ($j=1\sim m$)は節点 j と磁界測定点 i ($i=1\sim n$)との幾何学的関係によって決まる磁界パターンベクトルで、(4)式より、

$$d_j = \{1/(4\pi)\} \{n_j \times a_{1j}/r_{1j}^2 \quad n_j \times a_{2j}/r_{2j}^2 \dots n_j \times a_{nj}/r_{nj}^2\}^T \dots\dots\dots (6)$$

となる。また、列ベクトル d_j ($j=1\sim m$)を各行の要素とする n 行 m 列の長方形行列 D を用いると、(5)式は

$$U = DF \dots\dots\dots (7)$$

の形で表される。ただし、 m 次列ベクトル F の要素は、(5)式に示した f_j ($j=1\sim m$)である。

図1に示した $x-y-z$ 三次元空間では、磁界測定値が $x-y$ 二次元平面上のデータであるのに対し、単位電流双極子はこの三次元空間で位置座標をとること、更に、外積 $n_j \times a_{ij}$ で決まる角度 ϕ_{ij} も未知数として加わることから、一般に、式の数に対応する n は未知数の数 m に比較して圧倒的に少なく、

$$n < m \dots\dots\dots (8)$$

が成り立つ。ここで、 F の要素を1または0とした単位電流双極子の有無ではなく、電流双極子の大きさとしてしまうと、 F は、式の数 n が未知数の数 m より少ないため、一意的に決まらないことになる。

〈2・3〉 Algorithm

いま、(7)式の係数行列 D の第 j 列の列ベクトルを d_j とすれば、最初の最も支配的な単位電流双極子は、次式のCauchy-Schwarzの関係式により、

$$\gamma_j = U^T \cdot d_j / (\|U\| \cdot \|d_j\|) \quad (j=1\sim m) \dots\dots\dots (9)$$

の最大値をとる γ_j の位置となる⁽⁶⁾。これは、(5)式から明らかなように、測定磁界パターンベクトル U を構成する可能性のある磁界パターンベクトル d_j ($j=1\sim m$)の中で、最も U とパターンの近い係数行列 D の列ベクトルを求める操作に対応する。

第2番目の入力点は、 d_k を最初の単位電流双極子によるベクトル、すなわち γ_j ($j=1\sim m$)のうち γ_k が最大であったとすれば、

$$\gamma_{kj} = U^T \cdot (d_k + d_j) / (\|U\| \cdot \|d_k + d_j\|) \quad (j=1\sim m, j \neq k) \dots\dots\dots (10)$$

の最大値をとる節点 j の位置となる。以後、パターンの一致指数 γ が大きくなる限り、(10)式と同様に新しい単位電流双極子によるベクトルを追加し、 γ が最大となった時点で計算を終了する。

〈2・4〉 SPS 法

SPS法は、フーリエ級数が周期波形の直交性を前提とするのに対し、直交性の成り立たない空間波形にフーリエ級数的な手法を展開する不完全フーリエ級数法の一つである。

(4)式から(5)式への変形と同様に、(2)式は、

$$U = a_1 d_1 + a_2 d_2 + \dots + a_m d_m \dots\dots\dots (11)$$

と書ける。ここで、 a_j ($j=1\sim m$)は、

$$a_j = (J_j \cdot n_j) \Delta V \dots\dots\dots (12)$$

で与えられる。(11)式は、測定磁界パターンベクトル U が、電流双極子の大きさ a_j と磁界パターンベクトル d_j の積和で与えられることを示している。ここで、 d_j を数学的に基底ベクトルとして考えれば、 a_j は空間座標上の電流双極子スペクトラムを表すことになる。これは、フーリエ級数の正弦・余弦基底関数の係数がその周波数のスペクトラムを示すことと数学的に等価であり、また基底ベクトルの要素を基底関数を離散化して得られる数列と考えることから明らかである。

(11)式の両辺をベクトル U のノルム $\|U\|$ で正規化すると、

$$\frac{U}{\|U\|} = \sum_{j=1}^m \frac{\|d_j\|}{\|U\|} a_j \frac{d_j}{\|d_j\|} = \sum_{j=1}^m \gamma'_j \frac{d_j}{\|d_j\|} \dots\dots\dots (13)$$

と変形できる。ここで、 γ'_j は、正規化された電流双極子ベクトルの空間スペクトラムであって、

$$\gamma'_j = \frac{\|d_j\|}{\|U\|} a_j \dots\dots\dots (14)$$

で与えられる。

(13)式と正規化された磁界パターンベクトル $d_k/\|d_k\|$ との内積をとると、

$$\frac{U^T \cdot d_k}{\|U\| \cdot \|d_k\|} = \gamma'_k + \sum_{j \neq k}^m \gamma'_j \frac{d_j^T \cdot d_k}{\|d_j\| \cdot \|d_k\|} \dots\dots\dots (15)$$

を得る。(15)式でベクトル d_k と d_j ($j \neq k$)が直交するならば、右辺第2項は零となつて γ'_k は厳密に求まり、(9)式で与えられるSPM法のパターン一致指数 γ_k と全く一致する。すなわち、ベクトル d_k と d_j ($j \neq k$)が直交すれば、(9)式で与えられるSPM法のパターン一致指数 γ_j は(14)式で与えられる正規化された電流双極子ベクトルのスペクトラム γ'_j にほかな

らない。しかし、実際は、(15)式の右辺第2項が、

$$-1 < \frac{\mathbf{d}_j^T \cdot \mathbf{d}_k}{\|\mathbf{d}_j\| \|\mathbf{d}_k\|} < 1 \quad (j \neq k) \quad \dots\dots\dots (16)$$

であって、ベクトル \mathbf{d}_k と \mathbf{d}_j ($j \neq k$) 間で完全に直交性が成り立たない。従って、(9)式のパターン一致指数 γ_j は正規化された電流双極子ベクトルの空間スペクトラム γ_j' の第一近似を与えることとなる。

次に、(15)式で最大値をとる磁界パターンベクトル \mathbf{d}_k と残りの磁界パターンベクトル \mathbf{d}_j ($j=1 \sim m, j \neq k$) を合成した空間波形分布ベクトルに既知空間波形分布ベクトル \mathbf{U} が分解されると仮定する。すなわち、

$$\mathbf{U} = \sum_{j \neq k}^m a_{kj} (\mathbf{d}_k + \mathbf{d}_j) \quad \dots\dots\dots (17)$$

とする。(17)式から(15)式と同様にして、正規化された電流双極子スペクトラム γ_{kj}' を求めると、

$$\begin{aligned} & \frac{\mathbf{U}^T \cdot (\mathbf{d}_k + \mathbf{d}_j)}{\|\mathbf{U}\| \cdot \|\mathbf{d}_k + \mathbf{d}_j\|} \\ &= \gamma_{kj}' + \sum_{\substack{h \neq k \\ h \neq j}}^m \gamma_{kh} \frac{(\mathbf{d}_k + \mathbf{d}_h)^T \cdot (\mathbf{d}_k + \mathbf{d}_j)}{\|\mathbf{d}_k + \mathbf{d}_h\| \cdot \|\mathbf{d}_k + \mathbf{d}_j\|} \\ & \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

で与えられる。(10)式のパターン一致指数 γ_{kj} の第一近似は(18)式で最大値をとる γ_{kj}' となる。

以上のことから、SPM法のパターン一致指数 γ は、正規化された電流双極子の近似空間スペクトラムに対応する。

<2.5> サンプル問題 ここでは実際の物理系や生体系の逆問題から離れて、簡単な単位入力を求めるサンプル問題について、従来の線形理論による解法とSPM法とを比較する。

いま、(7)式の係数行列 \mathbf{D} が次式で与えられるとする。

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (19)$$

この係数行列 \mathbf{D} に対して、既知ベクトル \mathbf{U} が次のように与えられたとすると、それぞれの解ベクトル \mathbf{F} を求める。単位入力を前提としているから、解ベクトル \mathbf{F} の各要素は1または0のどちらかである。

- (a) $\mathbf{U} = [1 \ 4]^T \dots\dots\dots (20 \text{ a})$
- (b) $\mathbf{U} = [2 \ 5]^T \dots\dots\dots (20 \text{ b})$
- (c) $\mathbf{U} = [3 \ 6]^T \dots\dots\dots (20 \text{ c})$
- (d) $\mathbf{U} = [3 \ 9]^T \dots\dots\dots (20 \text{ d})$

それぞれの正解は、

- (a) $\mathbf{F} = [1 \ 0 \ 0]^T \dots\dots\dots (21 \text{ a})$
- (b) $\mathbf{F} = [0 \ 1 \ 0]^T \dots\dots\dots (21 \text{ b})$
- (c) $\mathbf{F} = [0 \ 0 \ 1]^T \dots\dots\dots (21 \text{ c})$

$$(d) \mathbf{F} = [1 \ 1 \ 0]^T \dots\dots\dots (21 \text{ d})$$

である。

(1) SPM法 係数行列 \mathbf{D} の各列ベクトルのノルムは、

$$\|\mathbf{d}_1\| = \sqrt{17} \dots\dots\dots (22 \text{ a})$$

$$\|\mathbf{d}_2\| = \sqrt{29} \dots\dots\dots (22 \text{ b})$$

$$\|\mathbf{d}_3\| = \sqrt{45} \dots\dots\dots (22 \text{ c})$$

である。また、(a)~(d)の各ケースの既知ベクトル \mathbf{U} のノルムは、

$$(a) \|\mathbf{U}\| = \sqrt{17} \dots\dots\dots (23 \text{ a})$$

$$(b) \|\mathbf{U}\| = \sqrt{29} \dots\dots\dots (23 \text{ b})$$

$$(c) \|\mathbf{U}\| = \sqrt{45} \dots\dots\dots (23 \text{ c})$$

$$(d) \|\mathbf{U}\| = \sqrt{90} \dots\dots\dots (23 \text{ d})$$

である。これらの結果を用いて正規化された空間スペクトラムを求めると、

$$(a) \gamma_1 = 1, \gamma_2 = 0.9908, \gamma_3 = 0.9762$$

$$(b) \gamma_1 = 0.9908, \gamma_2 = 1, \gamma_3 = 0.9965$$

$$(c) \gamma_1 = 0.9762, \gamma_2 = 0.9965, \gamma_3 = 1$$

(d) 第一近似は、 $\gamma_1 = 0.9971, \gamma_2 = 0.9983$ そして $\gamma_3 = 0.9899$ となるため、最大値をとるスペクトラムは γ_2 となる。第二近似は、 $\gamma_1 = 1, \gamma_2 = 1$ そして $\gamma_3 = 0.9945$ となる。従って、 γ の最大値以外をすべて零として、すべてのケースについての正解がSPM法によって得られる。この場合、ノルムの大きな順 ($\|\mathbf{d}_2\| > \|\mathbf{d}_1\|$) に求まることがわかる。これは、(11)式で表される既知ベクトル \mathbf{U} において、ノルムの大きな空間ベクトル \mathbf{d}_i が大きなウェイトをもっていることから明らかである。

(2) 疑似逆行列法 疑似逆行列法は、(7)式で

$$\mathbf{F} = \mathbf{D}^R \mathbf{U} \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$\mathbf{D} \mathbf{D}^R = \mathbf{I}_n \quad \dots\dots\dots (25)$$

となる行列 \mathbf{D}^R を求める方法である。(25)式で \mathbf{I}_n は n 次の単位行列である。(25)式の条件を満足する行列 \mathbf{D}^R は無数に存在する。このため、解ベクトル \mathbf{F} のノルムを最小にする場合の \mathbf{D}^R を求めると、

$$\mathbf{D}^R = \mathbf{D}^T (\mathbf{D} \mathbf{D}^T)^{-1} \quad \dots\dots\dots (26)$$

で与えられる。よって、(7)式の解ベクトル \mathbf{F} は(26)式より、

$$\mathbf{F} = \mathbf{D}^T (\mathbf{D} \mathbf{D}^T)^{-1} \mathbf{U} \quad \dots\dots\dots (27)$$

として与えられる⁽⁸⁾。(27)式を用いて、(a)~(d)の各ケースについて解を求めると、

$$(a) \mathbf{F} = [0.8333 \ 0.3333 \ -0.1667]^T \quad \dots\dots\dots (28 \text{ a})$$

(b) $F = [0.3333 \quad 0.3333 \quad 0.3333]^T$
 (28 b)

(c) $F = [-0.1667 \quad 0.3333 \quad 0.8333]^T$
 (28 c)

(d) $F = [1.1667 \quad 0.6667 \quad 0.1667]^T$
 (28 d)

となり、いずれのケースにおいても正解は得られない。

3. 心臓内の電流分布推定問題における SPM 法の検証

測定フィールドベクトルの空間分布パターンと、解ベクトルの与える空間分布パターンの比較およびパターン的一致指数 γ から、節点数 (= 入力点数 = 未知数 = m) の増加が常に精度の改善につながるかを吟味し、単位電流双極子を前提とする SPM 法の検証を行う。ここで取上げる例題は、ヒトの心臓の心磁図から、単位電流双極子の分布を推定するもので、測定点数 n は 1 cm 間隔で $6 \times 6 = 36$ 点とした。ただし、心磁図は磁界測定面の法線方向磁界成分のみをとらえたもので、推定される磁界源はこの測定面に平行な成分しか求められないため、電流密度の連続条件[(付 5)式参照]が必ずしも満足できないことを前提とする⁽⁹⁾。

[ケース 1] 図 2 (a-1) は $5 \times 5 \times 5 \text{ cm}^3$ のヒトの

心臓を想定した立方体中の電流双極子の分布であり、QRS 波の 16 ms の心磁図より作成したものである⁽⁹⁾。この電流双極子が上部表面から 5 mm の面上に与える法線方向の磁界分布パターンを (a-2) 図に示す。(a-2) 図の既知磁界分布を用いて SPM 法で正規化された電流双極子ベクトルの近似空間スペクトラム ($\gamma > 0.9$) の分布を求めた結果を (b-1) ~ (d-1) 図に示す。ただし、この空間スペクトラムは $x-y-z$ 位置座標および測定面と平行な $x-y$ 平面上での角度 θ により表現されるため、ベクトルのスペクトラムとなっている。更に、(9) 式および (10) 式と同様のプロセスを進めて求められた複数の単位電流双極子が測定面に与える法線方向の磁界分布パターンを (b-2) ~ (d-2) 図に示す。なお、図中の m は、 x, y および z 方向の分割個数と $x-y$ 平面上での角度 θ 方向の分割個数との積であり、 x, y および z 方向は均等分割とし、また角度 θ はすべてのケースについて 72 分割とした。

[ケース 2] 図 3 (a-1) は QRS 波 40 ms の心磁図より作成した電流双極子の分布である⁽⁹⁾。(a-1) ~ (d-2) 図は、前述の図 2 (a-1) ~ (d-2) のそれぞれに対応している。

[ケース 3] 図 4 (a-1) は QRS 波 66 ms の心磁図より作成した電流双極子の分布である⁽⁹⁾。(a-1) ~ (d-2) 図は、前述の図 2 (a-1) ~ (d-2) のそれぞれに

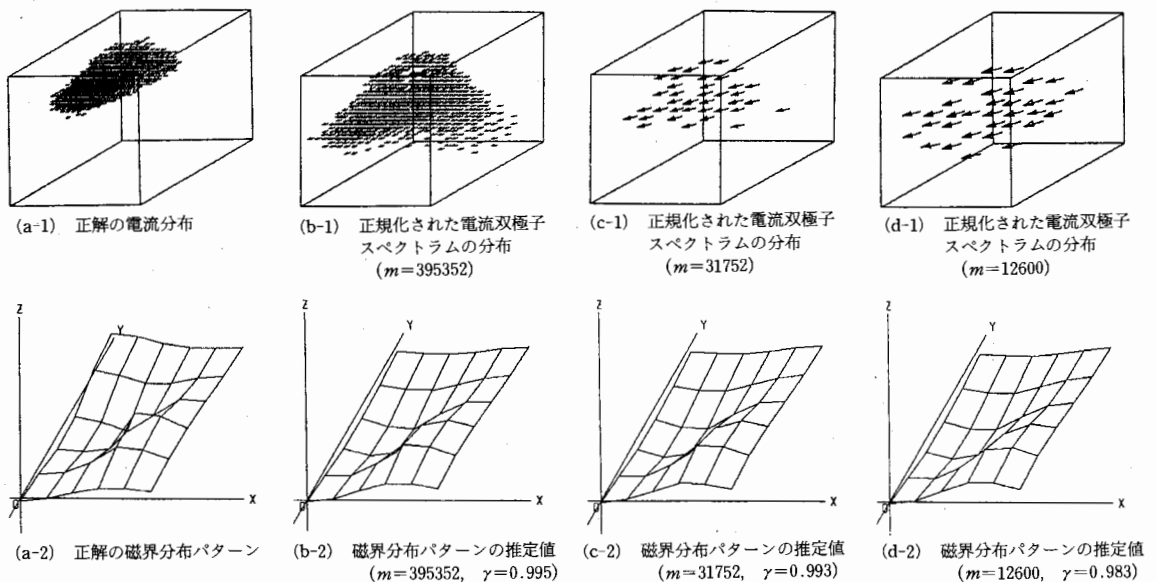


図 2 QRS 波が 16 ms における電流双極子および正規化された電流双極子の近似空間スペクトラムの分布と磁界分布パターン

Fig. 2. Approximate space power spectrums of the current dipoles having $\gamma > 0.9$ and estimated magnetic field patterns at 16 ms in QRS waves.

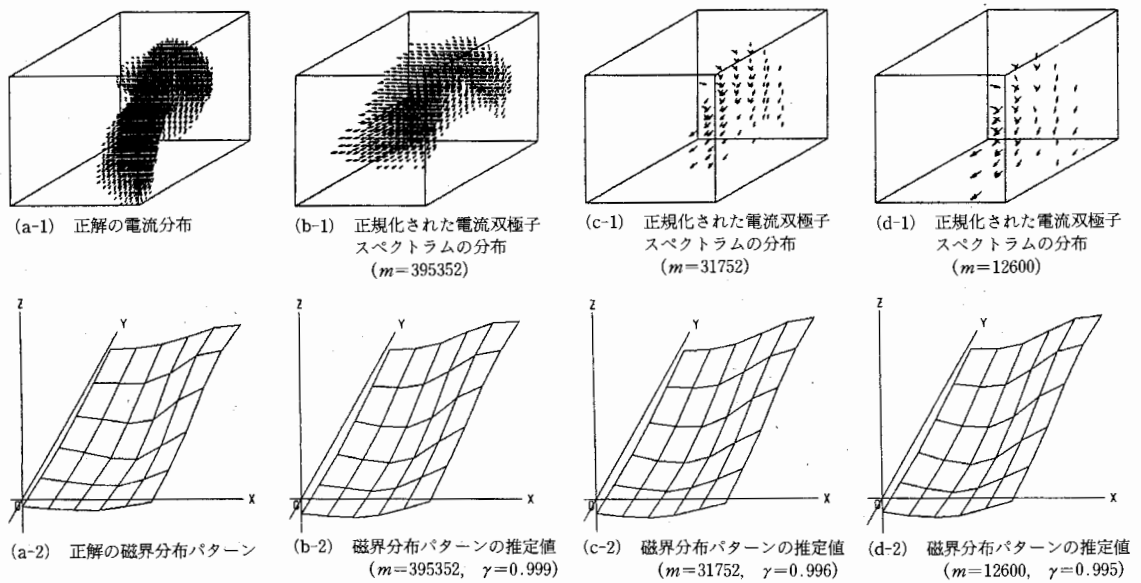


図 3 QRS 波が 40 ms における電流双極子および正規化された電流双極子の近似空間
 スペクトラムの分布と磁界分布パターン
 Fig. 3. Approximate space power spectrums of the current dipoles having $\gamma > 0.9$ and
 estimated magnetic field patterns at 40 ms in QRS waves.

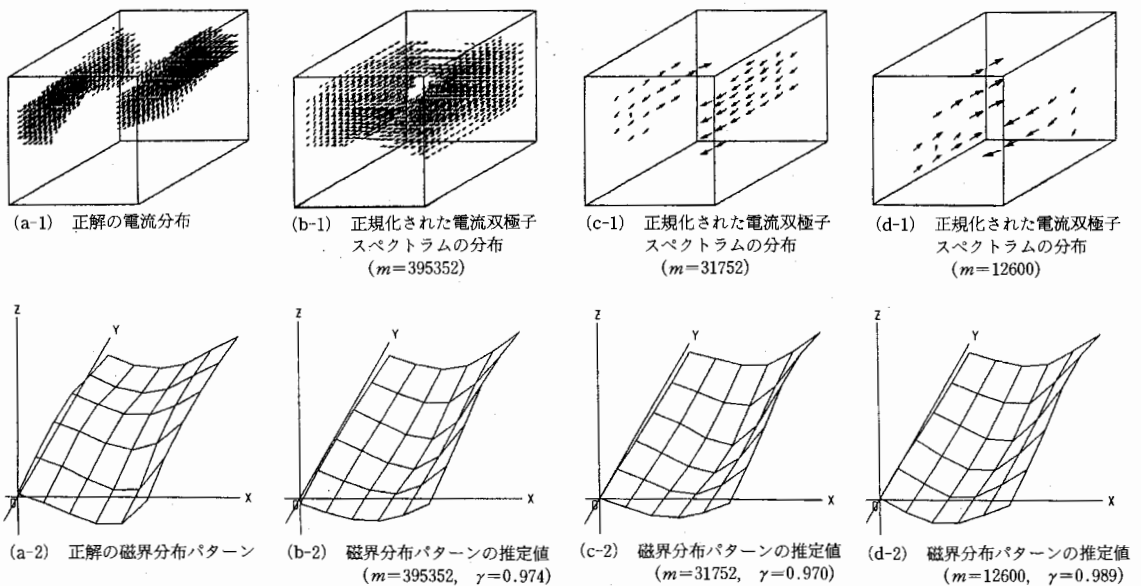


図 4 QRS 波が 66 ms における電流双極子および正規化された電流双極子の近似空間
 スペクトラムの分布と磁界分布パターン
 Fig. 4. Approximate space power spectrums of the current dipoles having $\gamma > 0.9$ and
 estimated magnetic field patterns at 66 ms in QRS waves.

対応している。

図 2～図 4 に示した本手法の検証例題において、これらの (b-2)～(d-2) 図に記した正解と推定された磁

界分布パターン的一致指数 γ が、システム方程式 (7) 式の解精度を表しており、その大きさが 1 のとき、これらのパターンは全く一致する。ただし、有限

領域に同じ磁界分布パターンを与える磁界源分布は無数に存在するので、解の吟味にあたっては、図2～図4の(b-1)～(d-1)図に表したように磁界源分布パターンの一意性も検証する必要がある。〔ケース1〕と〔ケース2〕の結果は、節点数 m の増加が単調に解の精度改善につながることを示しているが、〔ケース3〕の結果は節点数 m の最も少ない場合が最も精度が高く、その後の節点数 m の増加は精度を低下させるが、更なる節点数 m の増加は再び精度を向上させている。これは、SPM法は節点数 m の増加に対して必ずしも単調に精度が向上せず、問題対象によって振動的に収束することを示唆している。また、いずれのケースも正規化された電流双極子の空間分布パターンは同じ形に収束しているから、SPM法は正規化された電流双極子の一意的な分布パターンを与えることがわかる。更に、測定面に近いほど再現性が高く、遠いほど拡散した結果となることが観察される。これは、サンプル問題で示したように、測定面に近い入力点ほど空間波形分布ベクトルのノルムが大きく、既知ベクトルに大きなウェイトをもつためである。

4. ま と め

本論文では、著者らが従来から提唱している Sampled Pattern Matching 法の理論的な基礎を、非直交ベクトルに対して拡張したフーリエ級数、すなわち Space Power Spectrum 法を用いて説明した。更に、心臓内の電流分布推定問題を具体例として SPM 法の解の一意性について検証した。その結果、電流分布そのものを直接求めることはできないが、電流分布に対応する正規化された電流双極子ベクトルの近似空間スペクトラムの分布が一意的な分布パターンとして求められることがわかり、SPM法が逆問題解析の一方法として極めて有力であることが示された。

(平成3年9月24日受付, 同4年5月7日再受付)

文 献

- (1) 堀川宗之: 心臓の電気現象 (昭57) 東京電機大学出版局
- (2) 池田謙一, 他: 医用電子工学 (昭55) コロナ社
- (3) 板垣英美, 他: 「電磁界系逆問題—静的電磁界系に対するパターンマッチング法の提案—」, 電気学会マグネティクス研資, MAG-89-163 (平元)
- (4) Y. Saito, et al.: "A Formulation of the Inverse Problems in Magnetostatic Fields and Its Application to a Source Position Searching of the Human Eye Fields", *J. Appl. Phys.*, 67, No. 9, 5830 (1990)
- (5) 板垣英美, 他: 「電磁界系逆問題への Cauchy-Schwartz の不等式の応用」, 電気学会静止器回転機合同研資, SA-90-15; RM-90-27 (平2)
- (6) 早乙女英夫, 他: 「生体磁界における逆問題」, 電学論 A, 112, 279 (平4-4)
- (7) Y. Saito, et al.: "Finite Element Solution of Unbounded

Magnetic Field Problem Containing Ferromagnetic Materials", *IEEE Trans. Magnetics*, 24, No. 6, 2946 (1988)

- (8) G. ストラング (山口昌哉, 井上昭 訳): 線形代数とその応用 (平元) 産業図書
- (9) K. Watanabe, et al.: "Analysis of Activation Sequence by Isomagnetic and Vector Arrow Maps", *Biomagnetism '87*, (1988) Tokyo Denki University Press, Japan

付 録

開領域静磁界系逆問題の支配方程式

Helmholtz の定理より、任意のベクトル関数 H は、あるベクトルポテンシャル C の回転とあるスカラーポテンシャル ϕ の勾配からなる。

$$H = \nabla \times C - \nabla \phi \quad \text{.....(付1)}$$

上式の回転をとると、任意のスカラーポテンシャル ϕ について $\nabla \times \nabla \phi = 0$ となることから、

$$\nabla \times H = \nabla \times \nabla \times C \quad \text{.....(付2)}$$

が成立する。開境界条件下では、Green 関数により (付2)式のベクトル C は、

$$C = \int G \nabla \times H dv \quad \text{.....(付3)}$$

と書ける。 H を磁界ベクトルとし、その点の電流密度を J とすると、 $\nabla \times H = J$ より、

$$C = \int G J dv \quad \text{.....(付4)}$$

を得る。任意のベクトル H に対し、 $\nabla \cdot \nabla \times H = 0$ であるから、(付4)式の電流密度 J について連続条件、

$$\nabla \cdot J = 0 \quad \text{.....(付5)}$$

が成立している。

(付1)式は、(付4)式より、磁界は電流密度 J に起因するものと磁位 ϕ によるものからなることを示しており、電流密度のみを逆問題として求める磁界源の対象とすると、これら両式より(付5)式を満足する静磁界系逆問題の支配方程式(1)式を得る。



早乙女 英 夫 (正員)

昭和33年12月13日生。58年3月法政大学大学院工学研究科修士課程修了。同年4月富士電機(株)入社。(株)富士電機総合研究所にて高圧大容量インバータの開発および無効電力補償制御に関する研究に従事。平成3年4月より同社休職中。現在、法政大学大学院工学研究科博士後期課程在学中。主として、電磁界系逆問題およびパワーエレクトロニクス回路の最適設計に関する研究に従事。日本 AEM 学会会員。



橘 田 和 泰 (准員)

昭和42年4月17日生。平成3年3月法政大学工学部電気工学科卒業。現在、同大学大学院工学研究科修士課程在学中。主として、電磁界生体系逆問題、デジタル信号処理および画像処理に関する研究に従事。日本AEM学会会員。



早 野 誠 治 (正員)

昭和22年7月6日生。52年3月法政大学大学院工学研究科修士課程修了。同年同大学助手、現在に至る。電気機器およびエネルギー変換工学講座を担当。主として、計算電磁力学、磁気工学および高周波変圧器に関

する研究に従事。IEEE、応用磁気学会、日本生体磁気学会、日本AEM学会会員。



斎 藤 兆 古 (正員)

昭和21年7月24日生。50年3月法政大学大学院工学研究科博士課程修了。同年同大学助手、51年同講師、53年同助教授、62年同教授、現在に至る。電気機器、エネルギー変換工学および大学院応用数学、電磁力学、磁気工学の講座を担当。主として、計算電磁力学に関する研究に従事。工学博士。International Journal of Applied Electromagnetics in Materials, Advisory Editorial Board IEEE、電子通信情報学会、応用磁気学会、日本生体磁気学会、日本AEM学会、Electromagnetics Academy (MIT)会員。