

回轉機研究会資料

資料番号 RM-73-18

多相誘導電動機の磁気騒音に関する一考察  
(第2報—分布力の周波数について)

齊 藤 兆 古

(法 政 大 学)

1973年12月20日

社団  
法人 電 気 学 会

東京都千代田区有楽町1の11

多相誘導電動機の磁気騒音に関する一考察  
オ2報 分布力の周波数について

齊藤兆吉

(法政大学 工学部)

1. まえがき

オ1報では分布力の波形と空間分布さらに起磁力分布とスロットパーミアンスの空間的変動による空間高調波の差異について論じたが、本論文ではシミュレーションで得られた分布力の波形をフーリエ級数に展開してその周波数分析を行なう。さらに2倍のすべり周波数で脈動する騒音について考察を行なう。

なお、本論文はオ1報の続編であるから、記号、シミュレーションモデルの各定数および供試電動機の各定数はすべてオ1報と特にことわらない限り全く同じであるから参照されたい。

2. 本論

<2.1> 2倍のすべり周波数で脈動する騒音源 一次は極数が2p極で三相、二次は $n_2$ 相のかご形誘導電動機がすべりsで運転している場合で、二次電流の高調波成分は、 $g$ を正の整数とすれば、次式で表わされる。<sup>(1)</sup>

$$i_2 = \sum_g \left\{ i_{6g+1} \cos \left[ (1 - \sqrt{6g+1-s}) \omega t - \frac{2\pi}{n_2} p(6g+1) - \varphi_{6g+1} \right] \right. \\ \left. + i_{6g-1} \cos \left[ (1 + \sqrt{6g-1-s}) \omega t + \frac{2\pi}{n_2} p(6g-1) - \varphi_{6g-1} \right] \right\} \quad \dots (1)$$

ここで、 $i_{6g+1}$ ,  $\varphi_{6g+1}$  と  $i_{6g-1}$ ,  $\varphi_{6g-1}$  はそれぞれオ $6g+1$ 次とオ $6g-1$ 次の空間高調波による電流とその位相を表わし、いま、

$$\varphi_{2s} = \varphi_{6g-1} - \varphi_{6g+1} \quad \dots (2)$$

とすれば、(1)式の右辺オ1項は次式のように変形できる。

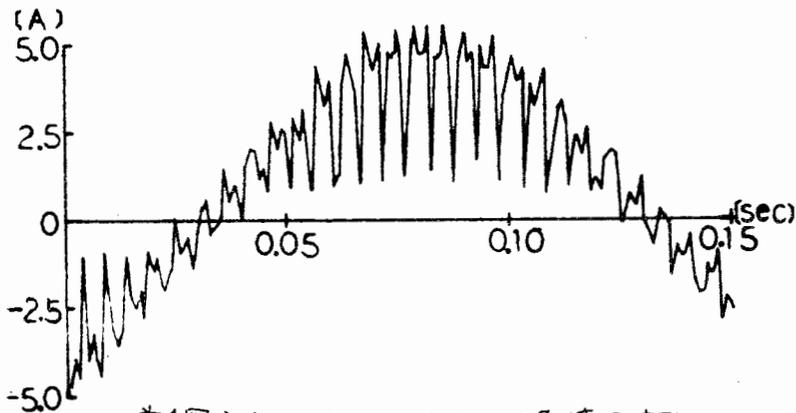
$$i_{6g+1} \cos \left\{ (1 - \sqrt{6g+1-s}) \omega t - \frac{2\pi}{n_2} p(6g+1) - \varphi_{6g+1} \right\} \\ = i_{6g+1} \cos \left[ \left( 2s \omega t - \frac{2\pi}{n_2} 2p - \varphi_{2s} \right) - \left\{ (6g - s \sqrt{6g-1}) \omega t + \frac{2\pi}{n_2} p \sqrt{6g-1} - \varphi_{6g-1} \right\} \right]$$

… (3)

したがって、(1)式の電流は(2)式と(3)式より次式のごとく書ける。

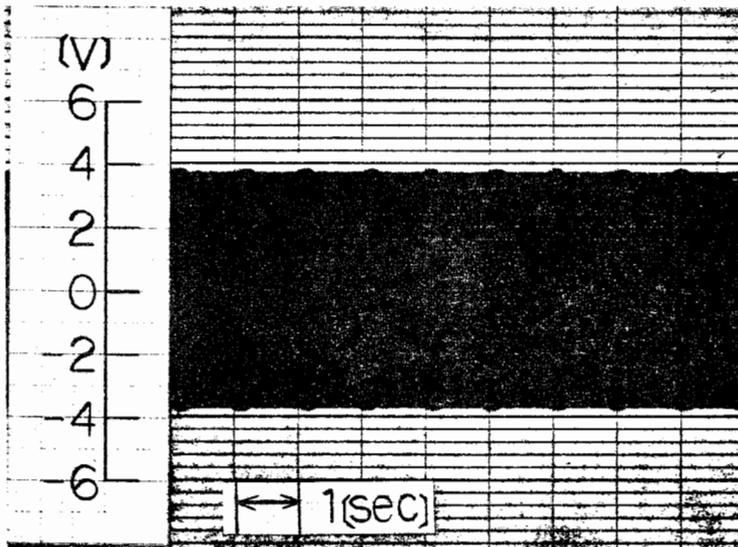
$$i_2 = \sum_g \left[ \left\{ i_{6g-1} + i_{6g+1} \cos \left( 2s\omega t - \frac{2\pi}{n_2} 2p - \varphi_{2s} \right) \right\} \cos \left\{ (6g - s\overline{6g-1})\omega t + \frac{2\pi}{n_2} p(6g-1) - \varphi_{6g-1} \right\} + i_{6g+1} \sin \left( 2s\omega t - \frac{2\pi}{n_2} 2p - \varphi_{2s} \right) \sin \left\{ (6g - s\overline{6g-1})\omega t + \frac{2\pi}{n_2} p(6g-1) - \varphi_{6g-1} \right\} \right] \quad \dots (4)$$

よって、二次電流の高調波成分は2倍のすべり周波数に振幅変調された形で存在することは十分に予想される。オ1報のオ1図(a)に実験例が示されている。オ1報と重複するが、オ1図にシミュレーションによる二次電流の波形を示す。オ1図は、すべりが  $\beta = 0.1$  における値であり、高調波成分は2倍のすべり周波数  $10 [Hz]$  で脈動していることがわかる。

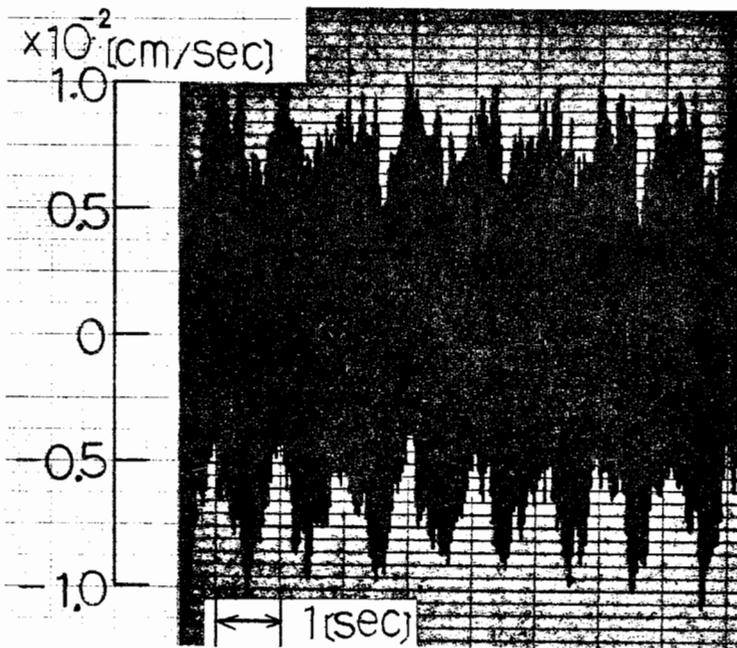


オ1図シミュレーションによる二次電流の波形

二次電流の高調波成分が2倍のすべり周波数で脈動するため二次電流の高調波成分による二次の磁界は2倍のすべり周波数で脈動する。したがって、一次の磁界と二次の磁界の間で生ずる分布力も2倍のすべり周波数で脈動する。供試電動機(各定数についてはオ1報のオ3表参照)をすべり  $s = 0.01$  で運転している場合で、固定子の1磁極ピッチに5回数巻いたサーチコイルに誘起する電圧波形と固定子枠の振動速度の波形をそれぞれオ2図(a)と(b)に示す。オ2図(a)は二次の磁界が2倍のすべり周波数で脈動することを示している。また、オ2図(b)には機械的な振動も含まれるが、分布力は2倍のすべり周波数で脈動することを示している。

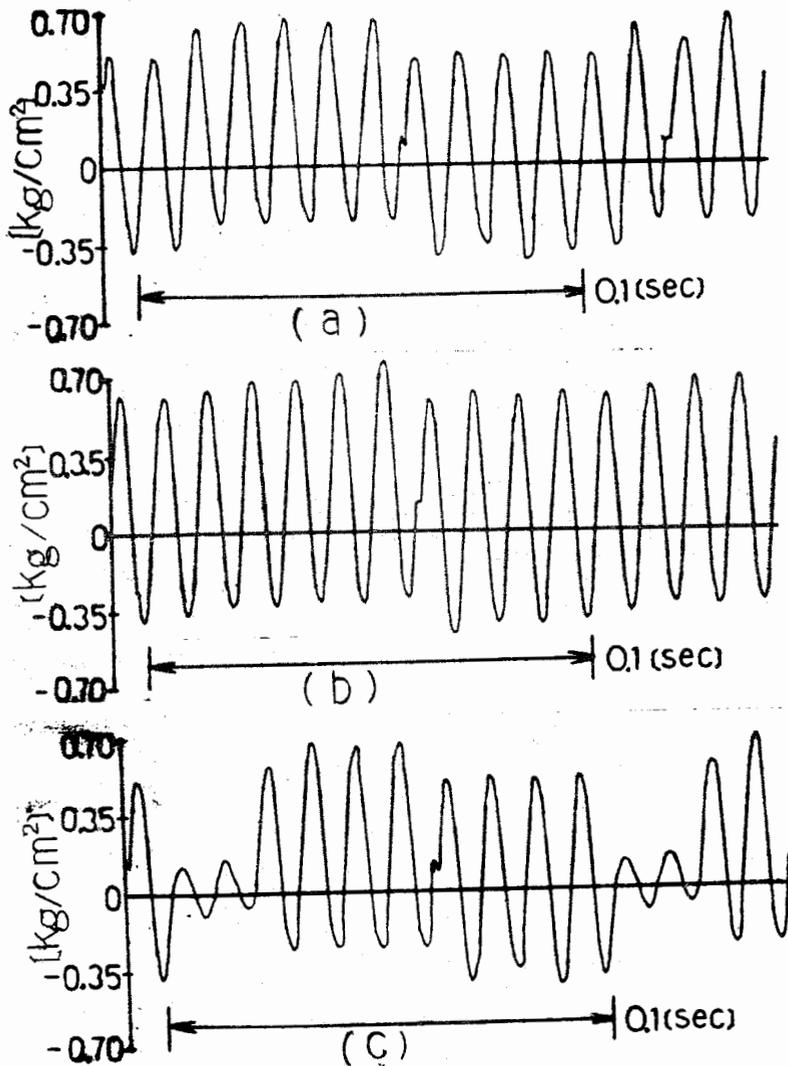


お2図(a) サータコイルに誘起する電圧波形



お2図(b) 固定子棒の振動速度の波形

また、シミュレーション（各定数についてはお1報のお2表を参照）による分布力の波形を、一次半開スロット、二次全開スロットの場合と一次も二次も全開スロットとした場合さらに、一次も二次も半開スロット（二次スロットの深さを  $0.3 \text{ [mm]}$ 、二次スロット間口の幅を  $0.5 \text{ [mm]}$ ）とした場合について、それぞれお3図(a)~(c)に示す。



オ3図 分布力の波形 (すべり  $\mu = 0.1$ )

オ3図(a)と(b)から、一次側のギャップの変動(スロットパーミアンスの変動)は2倍のすべり周波数で脈動する分布力に大きな影響を与えないことがわかる。しかし、オ3図(c)から、2倍のすべり周波数で脈動する分布力は二次のギャップの変動(スロットパーミアンスの変動)によって大きく影響されることがわかる。

く2.2> 分布力の周波数についての考察 オ4図に供試電動機(各定数はオ1報のオ3表を参照)を無負荷で回転させた場合の固定子枠の振動速度の周波数分析した結果が各周波数の振動速度の最大値を100 [Hz]の振動速度に対する割合で示してある。

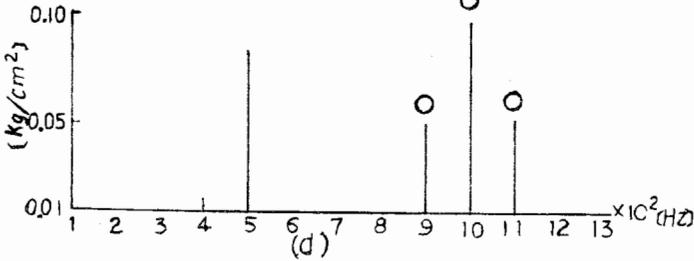
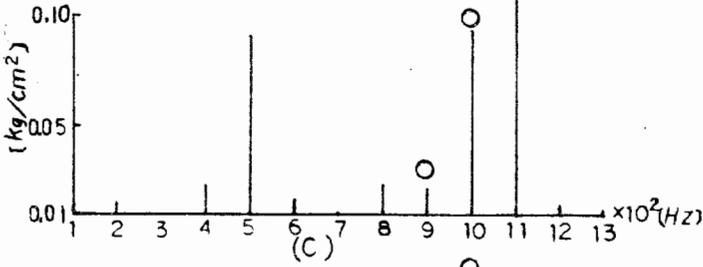
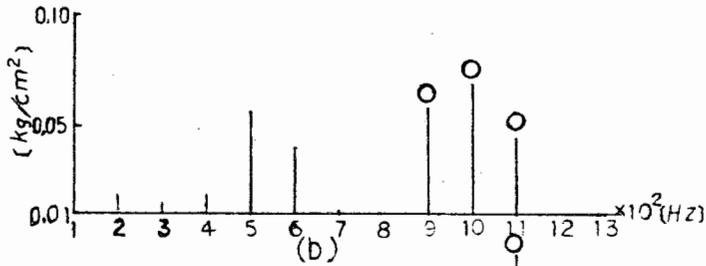
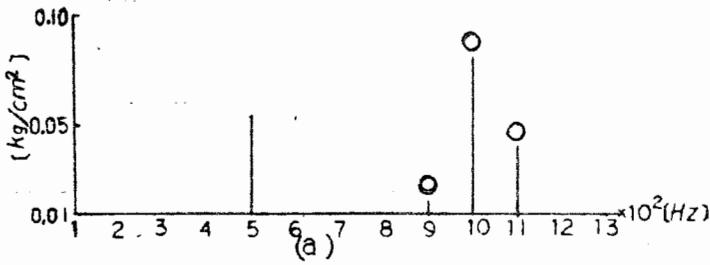
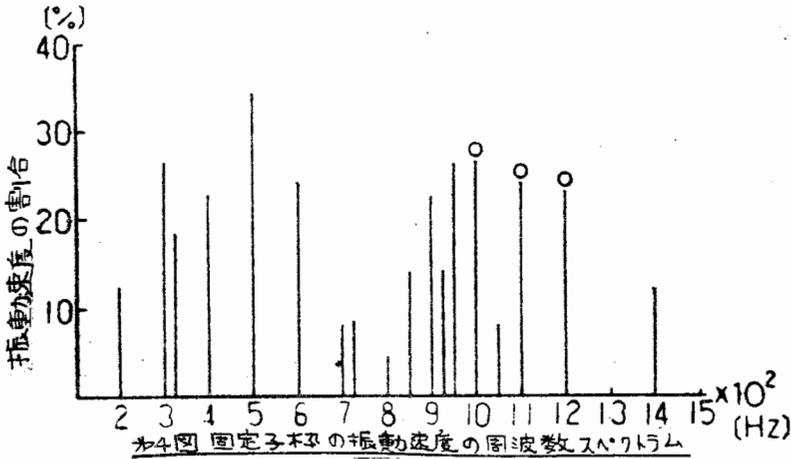
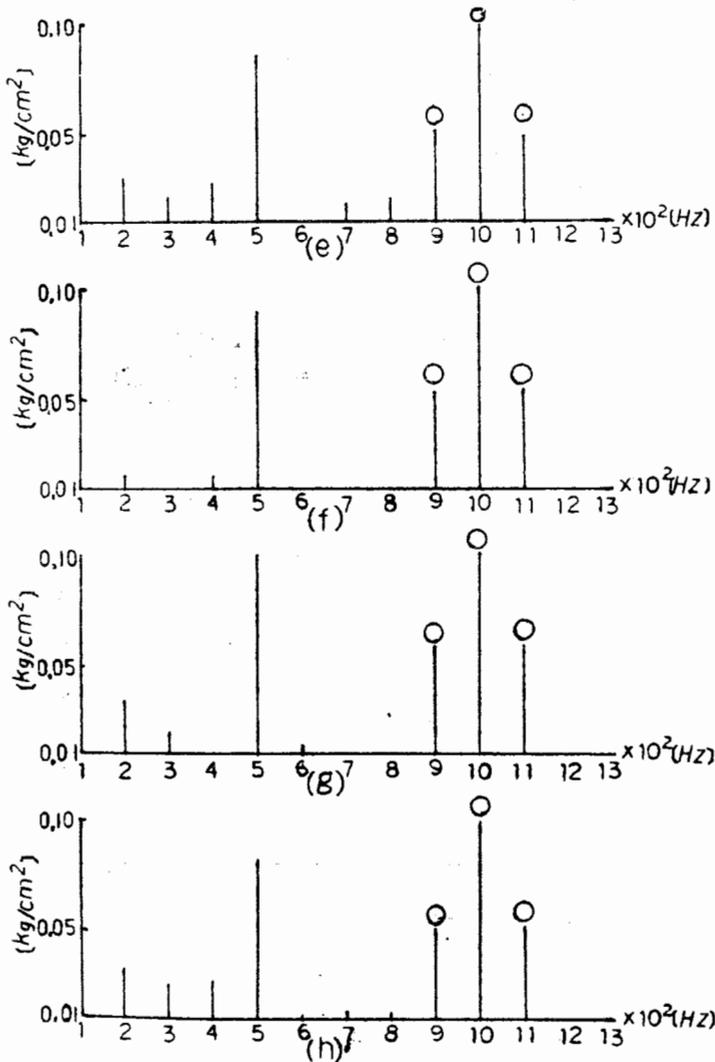


Figure 5: (a)~(d) Distribution of frequency spectrum



お5図 (e)~(h) 分布力の周波数スペクトラム

お5図にシミュレーション(各定数についてはお1報のお2表を参照)による分布力の波形を、 $100$  [Hz] を基本波としてフーリエ級数に展開し、周波数分析を行なった結果を示す。お5図で、(a) は一次二次ともに全閉スロット、(b) は一次半開、二次全閉スロット、(c) は一次二次ともに半開スロット(二次スロットの深さを  $0.3$  [mm]、二次スロットの幅を  $0.5$  [mm])、(d) は一次が半開スロットで1次の機械的非対称(付録を参照)、二次は全閉スロット、(e)、(f) さらに (g) は一次がすべて半開スロットで、二次が全閉スロットで、それぞれ1次、2次および3次の機械的非対称、さらに (h) は一次半開スロット、二次全閉スロットで、一次二次ともに1次の機械的非対称として計算したものである。なお、この

フーリエ級数の精度はオ4 15次で約7%程度の誤差がある。

Muster からは回転子の各次の機械的非対称は、 $\varphi/p [H_z]$  ( $\varphi=1, 2, \dots, p$ は極対数と $p$ は電源周波数)だけ異なった周波数の分布力を発生し、固定子の機械的非対称は新しい周波数の分布力を発生しないことを指摘している。(2)

オ4図の結果で、二次の溝高調波による振動速度の周波数(○印で示してある)以外のものは、それぞれ25 [Hz], 75 [Hz]と3に100 [Hz]ずつ異なった周波数であるから、1次~4次の機械的非対称によるものと説明できる。オ4図はすべりがほぼ零であり、オ5図はすべりを0.1として計算したものであるから、オ4図とオ5図の○印で示す二次の溝高調波による振動速度と分布力の周波数110 [Hz]の差があるが、オ5図のシミュレーションの結果から、オ5図(a)~(d)は機械的非対称を含まなくても400~600 [Hz]の周波数の分布力が存在しうを示している。さらにオ5図(e)~(h)は回転子の比較的低位(1~3次)の機械的非対称が比較的低い周波数の範囲に新しい周波数の分布力を発生し、特に1次の機械的非対称は大きな影響を与えることを示している。

従って、オ4図の結果は、オ5図のシミュレーションの結果から、400~600 [Hz]の周波数の振動速度は機械的非対称によるものでなく、二次の溝高調波による振動と同様に本質的に存在するものであり、200~400 [Hz]の周波数の振動速度は1次~3次の回転子の機械的非対称によるものと説明される。

### 3. 結言

本論文で得た結果を要約すれば次の通りである。

- (1) 2倍のすべり周波数で脈動する分布力は回転子のスロットパーミアンスによって大きく影響される。
- (2) 分布力の周波数は二次の溝高調波によるもの以外の周波数も存在しう。
- (3) 回転子の機械的非対称は比較的低い周波数の範囲に多くの新しい周波数の分布力を発生し、特に1次の機械的非対称は大きな影響を与える。

本論文の作成にあたり有益な助言と検討をしていただいた本学講師藤田伊八郎博士ならびに本学教授山村龍男博士にお礼を申し上げます。また、供試電動機を提供して頂いた東芝三重工場の諸氏に感謝致します。

### 文 献

- (1) 斎藤 回転機研究会資料 RM-73-2
- (2) D.F. Muster AIEE Trans power apparatus and systems  
2月号 1956年

### 付録 i . 機械的非対称

回転子または固定子の内側の円周にそってギャップが変動する場合、ギャップの変動をフーリエ級数に展開し、オネ次のギャップの変動をオネ次の機械的非対称と定義する。

本論文でギャップの変動はすべてギャップの平均値の10 [%] と仮定して計算している。

### 付録 ii . シミュレーションモデル

いま、周期が $2\pi$ で $\phi_0$ から $\pi - \phi_0$ で値が+1,  $\pi + \phi_0$ から $2\pi - \phi_0$ で値が-1である関数を,

$$R_f = \text{Rect}(\phi_1, \phi_0) \quad \dots (1')$$

とすれば、 $i_s$ を一次電流、 $h$ と $g$ を正の整数、 $m$ を一次相数、 $w_g$ を1スロット内1相の巻数、 $p$ を極対数とすると $\alpha_g$  (rad) をスロットピッチとすれば、一次の全起磁力は次式で計算される。

$$F_s = \sum_m \sum_h \sum_g i_s \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{m} h-1\right) \left[ w_g \text{Rect}\left\{ p\left(\phi_1 - \frac{2\pi}{mp} h-1\right), p\alpha_g \right\} \right] \quad [\text{AT}] \quad \dots (2')$$

ここで、 $\phi_1$ は一次側の座標であって、さらに $G_0$ を固定子の歯部と回転子の歯部の距離、 $G_s$ と $S_n$ 、 $G_r$ と $R_n$ をそれぞれ固定子と回転子の機械的非対称の大きさとその次数、 $G_g$ と $N_s$ と $\beta_s$ および $G_2$ と $N_r$ と $\beta_r$ をそれぞれ固定子と回転子のスロットの深さとスロット数とスロット歯部の幅とし、また $\phi_2$ を二次側の座標とすれば、一次と二次間のギャップは次式で与えられる。

$$G = G_0 + G_s \sin(S_n \phi_1) + G_1 \left| \text{Rect}\left(\frac{N_s}{2} \phi_1, \beta_s\right) \right| + G_r \sin(R_n \phi_2) + G_2 \left| \text{Rect}\left(\frac{N_r}{2} \phi_2, \beta_r\right) \right| \quad [m] \quad \dots (3')$$

よって、一次の磁束密度は次式で与えられる。

$$B_s = \mu_0 F_s / G \quad [\text{Wb}/\text{m}^2] \quad \dots (4')$$

ここで、 $\mu_0$ は空気中の透磁率とする。

二次電流は二次回路のインピーダンスを基本波に対する値で近似する(オネ報のシミュレーションモデルの設定の項を参照)とすれば、 $R_a$ と $l_a$ をそれ

ぞれ電機子の半径と電機子長とすれば、二次電流は次式で与えられる。(4)

$$i_2 = B_s \frac{2\pi s f R_a l_a}{\sqrt{R_2^2 + \left\{ s\omega \left( \frac{\pi}{2} L_p + l_2 \right) \right\}^2}} \quad \text{[A]} \quad \dots (5)$$

ここで、 $s$  はすべり、 $f$  と  $\omega$  はそれぞれ電源周波数と電源角周波数、 $R_2$ 、 $L_p$ 、 $l_2$  さらに  $\pi$  はそれぞれ二次の誘抗、基本波に対する自己インダクタンス、漏れインダクタンスさらにスロット数とする。また、 $B_s$  は二次側に換算されたものである。

二次側の起磁力波形（のこぎり波）の関数を

$$S = S_{aw}(\phi_2) \quad \dots (6)$$

とし、 $i_{2,k}$  を各巻目の二次導体を流れる電流とすれば、二次の磁界は次式で表わされる。

$$H_R = \sum_{k=1}^n i_{2,k} S_{aw}(\phi_2 - \frac{2\pi}{n} k-1) \quad \text{[AT/m]} \quad \dots (7)$$

従って、一次と二次間で生ずる分布力は、単位を  $\text{kg/cm}^2$  で表わせば、次式で与えられる。

$$F = \frac{B_s \cdot H_R}{9.8} \times 10^{-4} \quad \text{[kg/cm}^2\text{]} \quad \dots (8)$$

なお、 $\phi_1$  を二次側の座標では  $(1-s)\omega/p$ 、 $\phi_2$  を一次側の座標では  $-(1-s)\omega/p$  とそれぞれ換算しなければならない。