

逆問題解析法によるコイル設計

武居 周、早野誠治、斎藤 兆古

法政大学工学部

Coil Design by The Inverse Analysis Strategy

Amane TAKEI, Seiji HAYANO, and Yoshifuru SAITO
(College of Engineering, Hosei University)

Abstract

Coil design is one of the important designing items in the electrical machines, because it decides not only the machine performance but also it becomes the noise and mechanical vibration causes. Particularly, in the induction machines, sound noise is a serious problem.

Previously, we have proposed a flat type induction motor for the use of micro machines. This motor is one of the induction machines so that coil design dominates the major motor performance and mechanical vibration noise.

In the present paper, we apply an inverse analysis strategy to the coil design of our flat induction motor. As a result, it is revealed that the inverse analysis approach makes it possible to work out an optimal coil layout in a quite efficient manner.

キーワード：コイル設計、誘導機、逆問題
(coil design, induction machines, inverse problem)

1 はじめに

誘導機や同期機などの交流回転機においては、多相交流による回転磁界を形成するために正弦波状の磁界分布を実現しなければならない。しかしながら実際は、コイルを配置するスロット数が有限であるから近似的に正弦波状磁界分布が実現される。この結果、いわゆる空間高調波が発生し、同期機では時間高調波を喚起し、誘導機では同期クローリングや非同期クローリングなどの回転機としての不良な特性のみならず振動や騒音の原因となる¹⁻³⁾。

近年、超LSI製造技術を応用した超小型機械、いわゆるマイクロマシンが開発されている⁴⁻⁸⁾。マイクロマシンが直面している技術的課題は大きく分けて、エネルギー供給方法と動力源となる駆動源の開発である。

筆者らは、高電圧小電流で電力が供給可能な高周波によるエネルギー伝送を前提とする高周波駆動フラット誘導電動機を開発している⁶⁻⁸⁾。図1に試作機の外観を示す。この試作機は5V、1A、1KHzの3相交流を用いて約7000rpmで回転する。固定子は、薄型の円形板の中心を点対称として3相コイルが4極の回転磁界を形成するように構成されている。固定子の基盤となる

円形板はFRPであり、このため鉄損は生じない。また、磁気抵抗を低減するために磁性体を使わず磁路長を短く断面積を大きくする。このため、固定子を薄型化する程磁気抵抗は減少する。

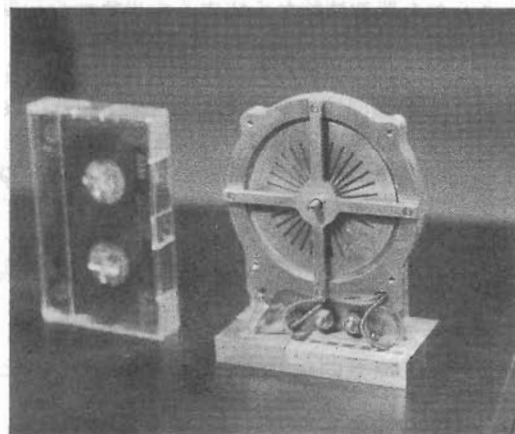


図1. 試作機フラット誘導電動機の外観

回転子は固定子を両端からサンドイッチ状に挟むスリット入り軟鉄円盤で構成され、磁路と導電部の両者を兼ねる機能を持つ。軟鉄板は飽和磁束密度が高く、磁気ヒステリシスはヒステリシスモータとしてのトルク増加に寄与する。スリットは回転子電流の流れを制御するため

ある。

本論文は、図1に示すフラット誘導電動機の固定子コイル設計に関するものである。固定子1極1相当りの磁界分布は正弦波状でなければならない。通常、コイル設計は起磁力分布にフーリエ展開を適用する方法で行われる。本論文では、回転子上の磁界分布から固定子上の電流分布を推定する逆問題的方法で固定子コイル配置を決定する¹⁰⁻¹⁷。その結果、比較的良好なコイル配置が実現可能である見通しを得たので報告する。

2 逆問題解析法

2.1 逆問題とは

単純な事物間の法則の一例として、ある直線状の導線に電流が流れている場合、導線の周囲を磁界が円周状に取り囲む現象が知られている。いわゆるアンペア (Ampere) の法則である。

さて、導線が直線ではなく複雑なループや変曲点を有する形状であるとき、導線中の電流と導線の周辺磁界間の関係はどのような形で表されるであろうか？この問題を、導線の形状とそれを流れる電流が既知情報として与えられることを前提として、導線の周辺磁界分布を電流の関数として求めることに帰するのが従来の解析である。何故、導線の周辺磁界分布を既知情報として仮定し、電流を磁界の関数として求める解析がなされなかったのであろうか？答えは簡単である。電流は導線から漏れること無く容易に測定や制御が可能であるのに対して、導線の周辺磁界は無限遠点にまで広がり容易に全ての磁界分布が測定出来ないことに起因する。この例から明らかなように、自然科学の方法論は全て測定と制御が容易な変数を既知情報とし、測定と制御が困難な変数を未知情報として求めるべく定式化して支配方程式を導き、与えられた既知情報から決まる境界条件や初期条件で支配方程式を解くことに帰する形式で展開されてきた。このような従来の考え方で定式化される問題を順問題と呼ぶ。この順問題解析は、既に出来上がった機器や装置等の特性を吟味する場合、極めて有効な手段として活用されるが、機器や装置の設計に適用する場合は多くの試行錯誤的な反復が必要となり、極めて非能率的手段となる。もし、前述の例で仮に磁界が容易に測定・制御可能であればおそらく電流が磁界の関数として表現されることとなったであろう。しかし、実際は空間中に分布する全磁界を測定することが不可能であるため、局所的な磁界分布から一意的な電流やコイル形状を求めることは困難であろう。

このように局所的フィールド分布等からフィールド源やパラメータを求める問題を逆問題と呼ぶとすれば、この逆問題的手法は、解が一意的に決まりにくい欠点を有するが、電磁石や電動機等の電気機器内で所望の磁界分布からどのように電流を通電するコイルや磁路を構成すればよいかを決める設計問題に対しては極めて有効であろう。

2.2 電磁界系逆問題

簡単のため、静磁界系の支配方程式について考えよう。クーロンゲージを仮定した静磁界系の支配方程式は

$$\frac{1}{\mu} \nabla^2 \mathbf{A} = -\mathbf{J}_s \quad (1)$$

で与えられる。ここで、 \mathbf{A} 、 \mathbf{J}_s および μ はそれぞれ磁気ベクトルポテンシャル、電流密度および透磁率である。

空気中の透磁率を μ_0 とすれば、(1)式は(2)式のように変形できる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu_0} \nabla^2 \mathbf{A} &= -\mathbf{J}_s - \left(\frac{1}{\mu} - \frac{1}{\mu_0} \right) \nabla^2 \mathbf{A} \\ &= -\mathbf{J}_s - \mathbf{J}_E \end{aligned} \quad (2)$$

(2)式で、 \mathbf{J}_E は媒質 (透磁率) の違いに起因する等価電流密度である。

グリーン関数 G を用いて(2)式のベクトルポテンシャル \mathbf{A} は次式で与えられる。

$$\mathbf{A} = \int_V G \mu_0 \mathbf{J}_s dV + \int_V G \mu_0 \mathbf{J}_E dV \quad (3)$$

(3)式で、等価電流密度 \mathbf{J}_E はベクトルポテンシャル \mathbf{A} の関数であり、ベクトルポテンシャル \mathbf{A} は電流密度 \mathbf{J}_s の関数である。このため、次の関係式

$$\mathbf{J}_E = f(\mathbf{J}_s) \quad (4)$$

が成り立つ。

\mathbf{X} 、 \mathbf{Y}_s 、 \mathbf{Y}_E をそれぞれフィールドベクトル、フィールド源ベクトルさらに媒質の相違に起因する等価フィールド源ベクトルとすれば、(3)式は次式のように一般化される。

$$\mathbf{X} = \int_V G \mathbf{Y}_s dV + \int_V G \mathbf{Y}_E dV \quad (5)$$

但し、(5)式で G はグリーン関数またはその空間微分とする。

(5)式で、フィールド源ベクトル \mathbf{Y}_s と等価フィールド源ベクトル \mathbf{Y}_E 間には、(4)式と同様な関係

$$\mathbf{Y}_E = f(\mathbf{Y}_s) \quad (6)$$

が成り立つ。

<a>媒質推定に関する逆問題

いま、(5)式のベクトル \mathbf{X} の部分ベクトル $\Delta \mathbf{X}_E$ とフィールド源ベクトル \mathbf{Y}_s が与えられ、問題空間で媒質の異なる領域を求めたい。この問題を定式化するために、(5)式のベクトル \mathbf{X} をフィールド源ベクトル \mathbf{Y}_s と等価フィールド源ベクトル \mathbf{Y}_E それぞれに起因するベクトル \mathbf{X}_s と \mathbf{X}_E に分けて書くと、

$$\mathbf{X}_S + \mathbf{X}_E = \int_V \mathbf{G}\mathbf{Y}_S dV + \int_V \mathbf{G}\mathbf{Y}_E dV \quad (7)$$

となる。(5)式と(7)式から、等価フィールド源 \mathbf{Y}_E に起因するフィールドベクトル \mathbf{X}_E の部分ベクトル $\Delta\mathbf{X}_E$ は

$$\Delta\mathbf{X}_E = \Delta\mathbf{X}_p - \Delta\mathbf{X}_S = \int_V \mathbf{G}\mathbf{Y}_E dV \quad (8)$$

で与えられる。(8)式で、 $\Delta\mathbf{X}_p$ は \mathbf{X} の部分フィールドベクトル、 $\Delta\mathbf{X}_S$ は既知フィールド源 \mathbf{Y}_S が問題空間をすべて既知媒質とした場合のフィールドベクトル \mathbf{X}_S の部分ベクトルである。従って(8)式は、部分ベクトルフィールド $\Delta\mathbf{X}_E$ が与えられて等価フィールド源 \mathbf{Y}_E を求める逆問題の支配方程式であり、逆に(8)式の形式で記述される問題を媒質推定に関する逆問題と呼ぶ。

一般に全フィールドベクトル \mathbf{X}_E が与えられないため、部分ベクトル $\Delta\mathbf{X}_E$ を満足する等価フィールド源 \mathbf{Y}_E は無数に存在するが、(6)式の関係満足する等価フィールド源 \mathbf{Y}_E のみを取り出すとすれば、(6)式の関係が一意的である限り、一意的な等価フィールド源 \mathbf{Y}_E を得ることが出来る。換言すれば、パラメータ推定に関する逆問題は、全フィールドベクトル \mathbf{X}_E が与えられなくても(6)式関係を満足する全ての部分ベクトルが与えられれば一意的な等価フィールド源が得られる。多くの金属で構成される構造物の非破壊検査はこのパラメータ推定に関する逆問題を解くことに帰する¹⁰⁾。

フィールド源推定に関する逆問題

(5)式で、問題空間の媒質は全て既知とし、全ベクトル \mathbf{X} の部分ベクトル $\Delta\mathbf{X}_p$ が与えられたとすれば、(5)式は

$$\Delta\mathbf{X}_p = \Delta\mathbf{X}_S = \int_V \mathbf{G}\mathbf{Y}_S dV \quad (9)$$

となる。(9)式で、フィールド $\Delta\mathbf{X}_p$ (または $\Delta\mathbf{X}_S$) はフィールド源 \mathbf{Y}_S が問題空間をすべて既知媒質とした場合のフィールドベクトル \mathbf{X} の部分ベクトルである。(9)式から、部分フィールド $\Delta\mathbf{X}_p$ と問題空間の媒質が与えられたとき、フィールド源 \mathbf{Y}_S を求める問題をフィールド源推定に関する逆問題と呼ぶ。このフィールド源推定問題は、パラメータ推定に関する逆問題のような拘束条件(6)などが無く、部分ベクトル $\Delta\mathbf{X}_p$ しか与えられないため、解析的に解くことは困難であり、一意的な解(フィールド源 \mathbf{Y}_S)を期待出来ない。しかし、生体系や環境電磁気学の多くの問題がこのフィールド源推定に関する逆問題を解くことに帰する。また、パラメータ推定に関する逆問題で、(6)式関係を満足する全ての部分ベクトルが与えられない場合、フィールド源推定に関する逆問題と同様な支配方程式を解くことに帰する。

2. 3 サンプルパターンマッチング(SPM)法

フィールド源推定問題は、パラメータ推定問題のような拘束条件(6)などが無く、部分ベクトル $\Delta\mathbf{X}_p$ しか与えられないため、解析的に解くことは困難であり、一意的な解(フィールド源) \mathbf{Y}_S を期待出来ない。換言すれば、フィールド源推定問題は不適切問題を解くことに帰し、何等かの拘束条件を付加しない限り一意的な解は期待できない。すなわち、逆問題は如何に個々の問題に対して拘束条件を設定するかで異なる解が得られることを意味する。SPM法は可能な限り解の一般性を失わない拘束条件として、解の大きさを単位値1または0に限定する。この拘束条件を導入すために、(9)式を次式のように変形する。

$$\Delta\mathbf{X}_p^{[N]} = \int_P G^{[N]} \delta dP \quad (10)$$

(10)式で、上添え $[N]$ はノルムで正規化されていることを示し、 δ と P はそれぞれ、 \mathbf{Y}_S を表すベクトルデルタ関数と $(|G|/|\Delta\mathbf{X}_p V|)$ である。

(10)式で、問題領域 V を m 個の微小領域に分割し、各微小領域の中で正規化されたグリーン関数 $G^{[N]}$ を一定値として

$$\Delta\mathbf{X}_p^{[N]} = \sum_{i=1}^m \Delta P_i G_i^{[N]} = D\mathbf{P} \quad (11)$$

を得る。 n をフィールドの測定点数、すなわち $\Delta\mathbf{X}_p$ を n 次のベクトルとすれば、 D は m 個の n 次列ベクトルからなる n 行 m 列の長方形列となる。また、 \mathbf{P} は $\Delta P_i (i=1, 2, \dots, m)$ を要素とする m 次の列ベクトルである。(11)式がSPM法のフィールド源推定問題に関する基本式である。

最小2乗法的な方法で解ベクトル \mathbf{P} を求めるため、(11)式の両辺に転置したシステム行列 D^T を掛け算する。すなわち

$$D^T \Delta\mathbf{X}_p^{[N]} = D^T D\mathbf{P} \quad (12)$$

を計算する。(12)式右辺の行列 $D^T D$ は、行列 D を構成する列ベクトル $\mathbf{G}_i^{[N]} (i=1, 2, \dots, m)$ が線形独立であれば、逆行列を持ち、解ベクトル \mathbf{P} は、

$$\mathbf{P} = [D^T D]^{-1} D^T \Delta\mathbf{X}_p^{[N]} \quad (13)$$

により得られる。しかし、残念なことに、列ベクトル $\mathbf{G}_i^{[N]} (i=1, 2, \dots, m)$ は本来連続なグリーン関数を離散化して得られたものであるから、線形独立でないため(13)式の演算で解ベクトル \mathbf{P} は得られない。(13)式で行列 $D^T D$ は、システム行列 D を構成する列ベクトル $\mathbf{G}_i^{[N]} (i=1, 2, \dots, m)$ がそれぞれのノルムで正規化されているため、対角要素が全て1、残りの非対角要素が1以下の m 次の正方行列である。従って、行列 $D^T D$ を近似的に m 次の単位行列と見な

せば、(12)または(13)式から解ベクトル \mathbf{P} が得られる。この近似解は因子分析法による結果と一致する。すなわち因子分析による解ベクトル \mathbf{P} の要素は

$$\Delta P_i = \frac{\Delta \mathbf{X}_p^T \cdot \mathbf{G}_i}{\|\Delta \mathbf{X}_p\| \|\mathbf{G}_i\|}, \quad i=1,2,\dots,m \quad (14)$$

で与えられる。

ここで、SPM法の仮定「正規化されたシステム行列の転置行列 D^T と正規化されたシステム行列 D 間の積は m 次の単位行列になる」がどの程度妥当かを調べてみる。具体的例題として、図2に示すように、フィルム導体に流れている電流をフィルムの上方に位置する測定面で磁界を測定し、この磁界から電流分布を推定する逆問題を考える。

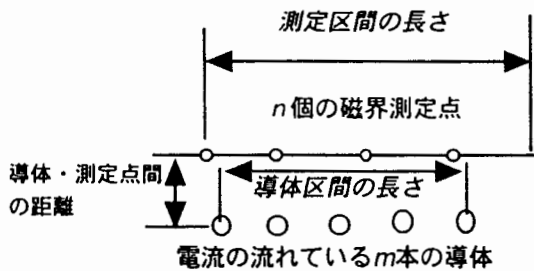


図2. 例題に用いるモデル

図3が $[D]^T D$ の計算結果である。ほぼ対角線が1となり、正しい仮定であることがわかる。この仮定は分割数 m が大きい程正しい仮定となるはずである。

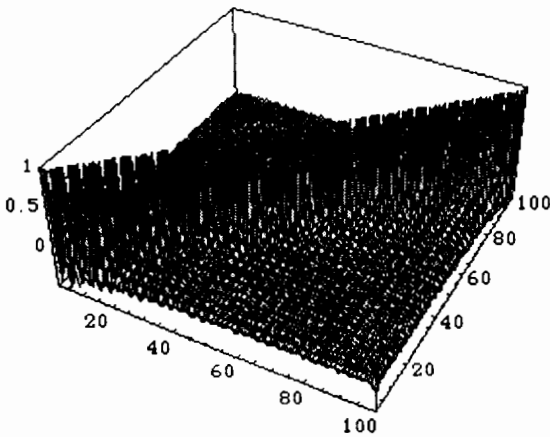


図3. $[D]^T D$ の計算結果

(14)式で、解ベクトル \mathbf{P} を構成する要素 $\Delta P_i (i=1,2,\dots,m)$ をパターン一致指数と呼ぶ。SPM法は、(14)式のパターン一致指数 $\Delta P_i (i=1,2,\dots,m)$ の最大値をとる要素だけを単位値1とし、残りを全て零とする。このパターン一致指数が最大値をとる要素を ΔP_h とすれば、(11)式は

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{X}_p^{(N)} &= \sum_{i=1}^{m-1} \Delta P_i [\mathbf{G}_h + \mathbf{G}_i]^{(N)} \\ &= \mathbf{D}' \mathbf{P}' \end{aligned} \quad (15)$$

と変形できると仮定する。(15)式で D' と P' はそれぞれ n 行 $m-1$ 列の長方形列と $m-1$ 次の列ベクトルである。 ΔP_h を求めたのと同様にして、

$$[D']^T \Delta \mathbf{X}_p^{(N)} = [D']^T \mathbf{D}' \mathbf{P}' \quad (16)$$

で最大値をとる要素が単位値1をとり、残りを全て零とする。(11)-(16)式と同様なプロセスを続けることでフィールド源 \mathbf{Y}_k は単位パルスの組み合わせ、すなわちPulse Width Modulation (PWM)の形 \mathbf{P} に変換される。この変換をSPM変換と呼ぶ。

では、具体的に計算してみよう。パターン一致指数の収束性を図4aに示す。

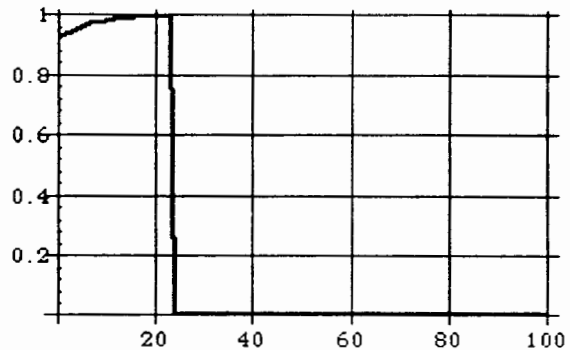


図4a. パターン一致指数の収束性、
縦軸：パターン一致指数、横軸：パルス個数

正解の正規化した電流分布とPWM形式の解を 図4bに示す。電流密度が小さい部分はパルス数が疎になり、電流密度が大の領域はパルス数が密になっていることがわかる。

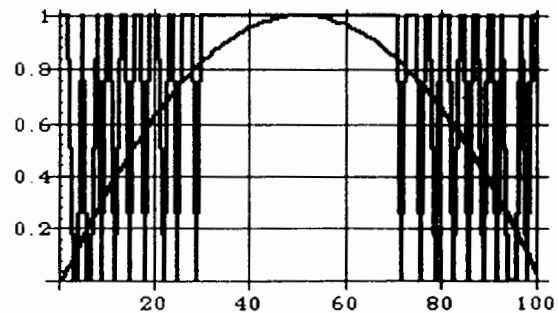


図4b. 正解の正規化した電流分布とPWM形式の解、
縦軸：正規化した電流、
横軸：導体の位置

3 フラット誘導電動機コイル配置問題

3. 1 モデル

フラット誘導電動機の1極1相当りの磁極は図5に示

すように扇型面上にコイルを配置して構成される。

図5中の太線で示される線上に面する回転子面に直交する正弦波上磁界分布を実現するコイル配置を考えよう。太線部は円周方向と半径方向があるが、いずれも図2の1次元モデルで近似する。

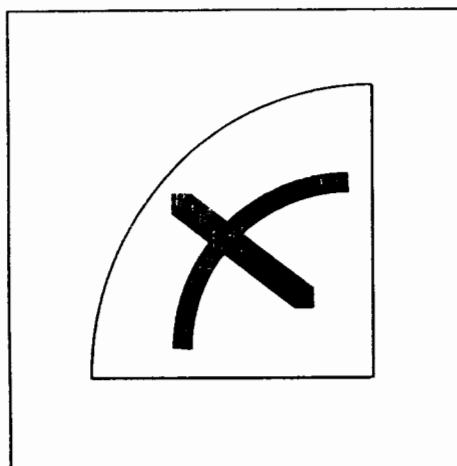


図5. 1極1相当りの磁極が構成される面

3.2 コイル設計

<a>法線方向磁界

図5中で何れかの太線に沿って図2のモデルが成り立つとする。磁界測定部である回転子面に法線方向の磁界が図6のように4極正弦波状に与えられたとする。この磁界を与えるコイル配置を計算する。

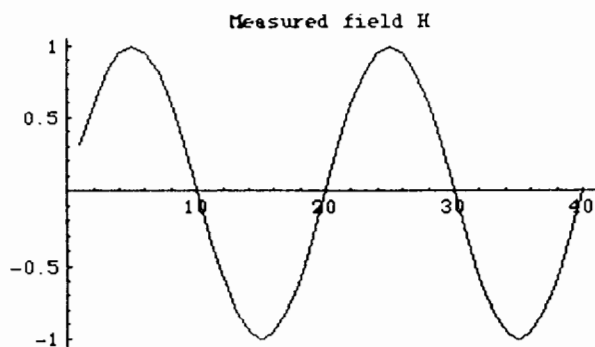


図6. 4極正弦波状磁界分布

図7aがSPM法で求められた電流(コイル)分布であり、図7bが図7aの与える磁界分布である。図7bと図6の波形間のパターン一致指数は0.98である。尚、この例では、磁界測定部分、電流分布部分、ともに長さは10cm、ギャップは0.5mmとしている。さらに、測定点数 n とコイル個数はともに40点としている。

この計算例では、ややショートピッチで電流分布、すなわちコイル配置が計算されているが、正の電流と負の電流が流れる電流の総和がゼロでない。この計算例では、システム行列 D が正方行列であるため逆行列が計算

でき、この逆行列計算による電流分布を図8に示す。

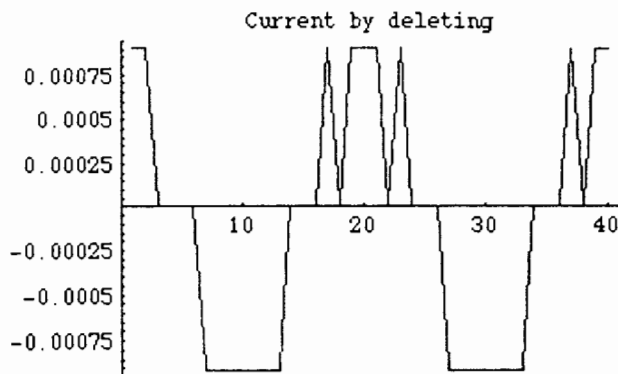


図7a. SPM法で求められた電流(コイル)分布

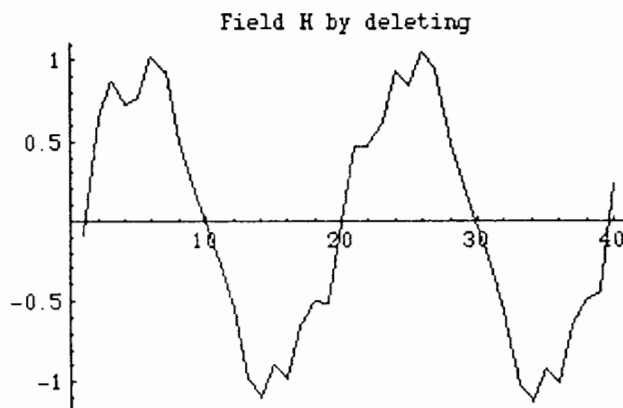


図7b. 図7aの与える磁界分布

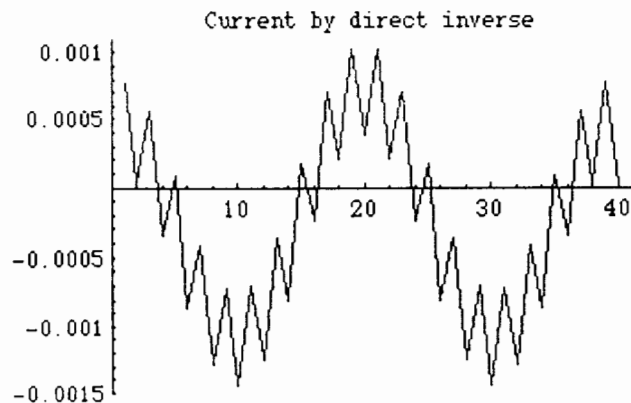


図8. 逆行列計算による厳密な電流分布

他方、図7aは重ね巻きが出来ない条件で計算されている。この意味で両者は本質的な拘束条件がことなるが、図8においても正の電流と負の電流が流れる電流の総和がゼロでない。これは、回転子面に法線方向磁界分布からのコイル配置の決定が不可能であることを意味する。

ベクトル磁界

図6の磁界分布を回転子に対する法線、接線方向磁界を合成したベクトル磁界とする。その結果得られた電流

(コイル) 分布を図9に示す。図9における正の電流と負の電流が流れる電流の総和はほぼゼロであり、完全な調節巻きとなっている。

従来のフーリエ展開による方法では、予め直流分が存在しないことを前提にコイル配置を法線方向磁界分布から計算するが、逆問題的方法ではベクトル磁界で計算しなければならない。

図10aに $n=80, m=160$ とし、重ね巻きを前提として計算した電流(コイル)分布を示す。図10bは図10aの電流分布が回転子へ与えるベクトル磁界であり、目標とする正弦波磁界と9.9%一致する。

電流分布に多少の直流分が存在するが、薄膜フィルムコイルを積層すれば実現可能なコイル配置である。

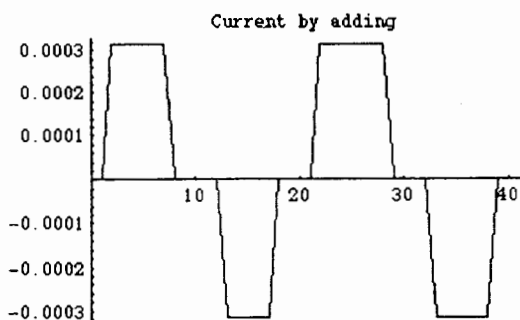


図9. ベクトル磁界から得られた電流(コイル)分布

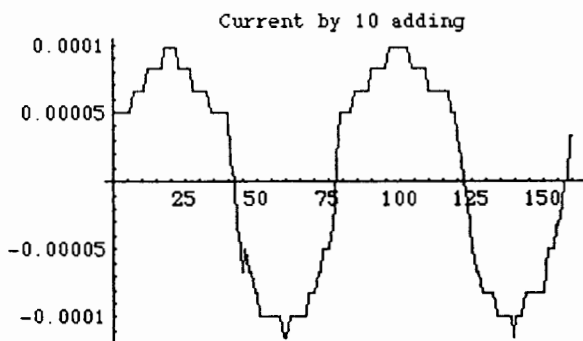


図10a. 重ね巻きを前提として計算した電流(コイル)分布

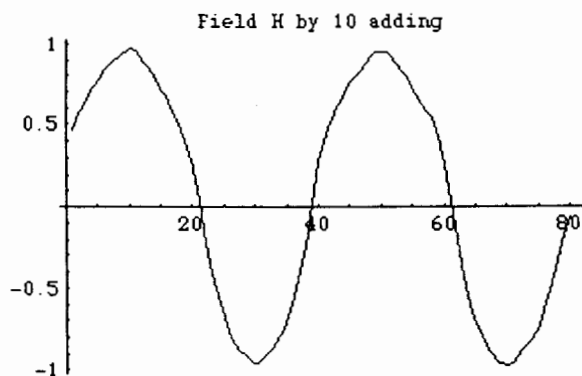


図10b. 図10aの電流分布が回転子へ与えるベクトル磁界

4 まとめ

本論文では、逆問題解析手法の一方法であるSPM法を用いて、フラット誘導機の固定子コイル設計の可能性を吟味した。

その結果、1次元問題にモデル化した場合、かなり有効な方法であることが確認できた。

しかし、直流電流分布が存在するなどの問題点もある。このため、実用化にはバイファイラー型コイル、もしくは矩形形状コイルを用いたグリーン関数を用いなければならない。

参考文献

- [1] Y.Saito, ETZ-A.H.10(1974)S.526-530.
- [2] Y.Saito, Comp.Meths,Appl.Mech.Eng., Vol.8. No.3. July-August 1976.
- [3] 斎藤,電気学会回転機研究会資料, RM-73-3.
- [4] 斎藤,電気学会回転機研究会資料, RM-73-17.
- [5] 斎藤,電気学会回転機研究会資料, RM-73-18.
- [6] 石沢, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-93-169
- [7] O.Ishizawa,ISEM Simulation and Design of Applied Electromagnetic Systems,T. Honma (Editor),Elsevier Pub., 1994,pp.261-264.
- [8] O.Ishizawa, ISEM Advanced Computational and designtechniques inApplied Electromagnetic Systems S.-y. Hahn (Editor),Elsevir Pub., 1995,pp.281-284.
- [9] A.S.Langddorf, "Theory of Alternating Current Machines", (McGraw-Hill Nook Company, INC, 1955)
- [10] Y. Saito, et al., J.Appl. Phys., Vol. 67, No.9, May 1990, pp.5830-5832.
- [11] Y. Saito, et al, Nonlinear Phenomena in Electromagnetic Fields,T.Furuhashi and Y.Uchikawa (Editors), Elsevier Pub., 1992, pp. 185-188.
- [12] H.Saotome, et al., Int. J. Appl. Electmagn. Maters.. Vol. 3, 1993, pp. 297-306.
- [13] H. Saotome, et al., IEEE Trans. Magn. Vol. MAG-29, No. 2, 1993, pp. 1389-1394.
- [14] H. Saotome, et al., IEEE Trans. Magn. Vol. MAG-29, No. 2, 1993, pp. 1861-1864.
- [15] T. Doi, et al., J.Appl. Phys.,Vol.75.No.10, pp.5907-5909,1994.
- [16] T.Doi, et al., IEEJ-A, Vol. 113, No.4, 1994, pp. 290-295.
- [17] K.Kitsuta, et al.,Nonlinear Phenomena in Electromagnetic Fields,T.Furuhashi and Y.Uchikawa (Editors), Elsevier Pub., 1992, pp. 77-80.

原稿受付日

平成9年10月23日