

ループ電流モデルによる磁界系逆問題解析

Inverse analysis of magnetic field source searching with the loop current model

土井 達也、 早野 誠治、 斎藤 兆古
Tatsuya Doi, Seiji Hayano, and Yoshifuru Saito

法政大学 工学部
College of Engineering, Hosei University

In this paper, we apply the loop current model to the inverse problems of magnetic fields. Previously, we have proposed the sampled pattern matching (SPM) method for an inverse analysis methodology. We propose here the SPM method with the loop current model which is called the loop SPM method. By comparison with the conventional SPM method, the loop SPM method has an ability to estimate more dominant current distribution. Further, we apply the loop SPM method to the estimation problems of magnetic field source searching in human heart.

キーワード：ループ電流モデル，逆問題解析，心磁図

KEY WORD : Loop current model, Inverse analysis, and Magnetocardiogram

1. はじめに

超電導量子干渉磁束計 (SQUID) を用いて心臓の活動に起因する磁界分布 (心磁図) を体表面上で測定することが可能となり、測定された磁界分布から心臓内の磁界源の位置・大きさ等を推定し、より詳細な心臓診断を行う研究がなされている [1]。また、得られた心磁図から心臓内の磁界源を推定する研究も数多くなされている [2-6]。局所的なフィールド分布からそのフィールド源を求めようとする問題は逆問題と呼ばれる。一般に、局所的なフィールド分布からそのフィールド源を求める逆問題は、不適切問題 (Ill-posed problem) を解くことに帰する。このため、個々の問題に対して何等かの拘束条件を付加しない限り一意的な解は期待できない。

従来から筆者らは、逆問題解析法として Sampled Pattern Matching法 (試行パターン一致法、以後、SPM法と略記) を提唱してきた。生体系逆問題のみならず媒質推定に関する逆問題に SPM法を適用し、良好な結果を得ている [4-7]。

また、SPM法を含め磁界系逆問題解析では、電流分布を離散化した電流双極子モデルが主に用いられている [2-7]。

本稿では、新しい磁界系逆問題解析法として、ループ電流モデルを SPM法で実行するループ SPM法を提案する。簡単な計算機シミュレーションを行い、電流双極子

モデルを用いた場合とループ電流モデルを用いた場合の比較を行う。さらに、ループ SPM法を実際の心磁図からの心臓内電流分布推定へ適用する。

2. 電流分布推定

2. 1. ループ電流モデル

変位電流が無視できる場合、電流密度 \mathbf{J} と磁界 \mathbf{H} の関係は、

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}, \quad (1)$$

で与えられる。従って、電流密度 \mathbf{J} は、必ず以下の関係を満足する。

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{J} &= \nabla \cdot \nabla \times \mathbf{H}, \\ &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

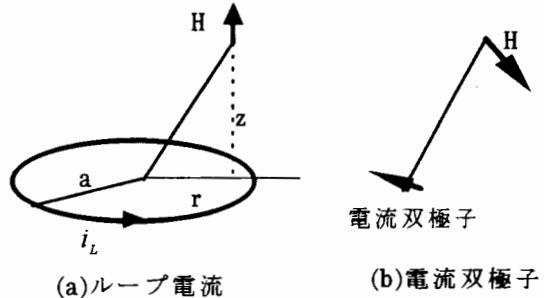


図1 ループ電流と電流双極子。

(2)式の関係は、電流密度 \mathbf{J} を面積分した電流 i のある点に流入する電流と流出電流が常に等しくなることを意味する。

(2)式を自動的に満足する電流の一例は、図1(a)に示す環状に循環するループ電流 i_L がある。これは、環状導体上の何れの部分でも必ず流入電流と流出電流が等しいことに起因する。従来から、電流分布をモデル化するのに、電流双極子[図1(b)]が用いられている。しかし、電流双極子単体では(2)式の関係は満足しない。

本稿では、電流分布が、振幅が ± 1 の単位ループ電流の集中度合いで表されるものとする。この単位ループ電流を用いて図2に示すモデルを適用する。このループ電流モデルから得られる結果は(2)式関係を常に満足する。

また、ループ電流 i_L が作る磁界 \mathbf{H} の各成分は、

$$\begin{aligned} H_r &= \frac{i_L}{2\pi} \frac{z}{\sqrt{(a+r)^2 + z^2}} \left[\frac{a^2 + r^2 + z^2}{(a-r)^2 + z^2} E(k) - K(k) \right], \\ H_\theta &= 0, \\ H_z &= \frac{i_L}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{(a+r)^2 + z^2}} \left[\frac{a^2 - r^2 - z^2}{(a-r)^2 + z^2} E(k) + K(k) \right], \end{aligned} \quad (3a)$$

で与えられる[8]。ここで、

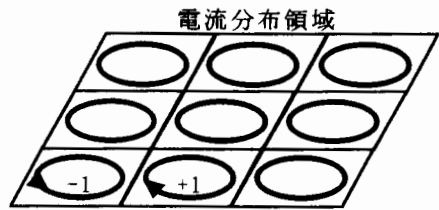


図2 ループ電流分布二次元モデル。

$$k^2 = \frac{4ra}{(a+r)^2 + z^2}, \quad (3b)$$

である。また、 $E(k)$ および $K(k)$ は、それぞれ、第1種と第2種完全楕円積分である[8]。

2. 2. ループSPM法

一般に、逆問題は不適切問題 (Ill-posed problem) を解くことに帰し、個々の問題に対して何等かの拘束条件を付加しない限り一意的な解は期待できない。筆者らが提唱しているSPM法は可能な限り解の一般性を失わない拘束条件として、解の大きさを1または0に限定する方法である[4-7]。この拘束条件は、SPM法がパワーエレクトロニクスにおける電圧や電流の振幅をパルス幅で表す時比率 (Pulse width modulation、以下 PWMと略記) 制御に対応する”空間に関するPWM表現”である[4]。また、数学的にSPM法は、このPWM表現が敷居値を持つ最小2乗法近似の反復によって行われる逆問題解析法である[4]。

SPM法を磁界系逆問題へ適用する際には、主に電流双極子モデルが用いられてきた[4-7]。電流双極子モデルを用いて得られたSPM法の解は、(2)式の関係性を必ずしも満足するとは限らない。このため本稿では、ループ電流モデルをSPM法へ適用したループSPM法を導入する。

ループSPM法では、推定される電流分布が、単位振幅を持つ単位ループ電流の集中度合いで表されるものとする。ループ電流の回転方向を勘案するため、Z軸に対して右ネジの方向を正、右ネジと逆方向を負とする。

ループSPM法の長所は、電流双極子モデルの場合に比べ、勘案するループ電流の回転方向が2方向であるためにSPM法の計算時間が大幅に短縮される。しかし、ループSPM法では、1)得られたSPM法のスペクトラム解[4]から推定領域内の磁界分布を(3a)-(3b)式で計算する、2)計算された磁界分布から回転演算により推定電流分布を算出する演算を必要とする。

2. 3. 例題

図3-5に、簡単な例題を用いて、ループ電流モデルを用いた場合と電流双極子モデルを用いた場合のSPM法のスペクトラム解[4]による電流分布推定結果を示す。図3、図4および図5は、それぞれ、電流が線状に分布する場合、広がりをもつ場合および環状の場合を示す。

図3(a)および3(b)に、それぞれ、正解の電流分布および正解の電流分布[図3(a)]が測定面に作る磁界分布を示す。図3(c)および3(d)に、それぞれ、電流双極子モデルを用いた場合、ループ電流モデルを用いた場合の電流分布推定結果を示す。

測定磁界分布は等高線図で表示してあり、磁界の大きさを濃淡で表してある。濃淡は、濃い方が負、薄い方が正の値を示す。また、電流分布推定結果はベクトルで表示してあり、ベクトルの大きさと濃淡は推定度合いを表す。濃淡は、濃い方が大きな電流を表す。

図3(c)と3(d)の電流分布推定結果は、正解の電流分布[図3(a)]と比較して、実際の電流分布より大きめに推定されているが、位置および方向が良好に推定されている。しかし、電流双極子モデルを用いた場合[図3(c)]よりもループ電流モデル[図3(d)]を

用いた場合の方が、推定のコントラストが向上している。

図4(a)および4(b)に、それぞれ、正解の電流分布および正解の電流分布[図4(a)]が測定面に作る磁界分布を示す。図4(c)および4(d)に、それぞれ、電流双極子モデルを用いた場合、ループ電流モデルを用いた場合の電流分布推定結果を示す。

図4(c)と4(d)の電流分布推定結果は、図3の推定結果と同様に、電流双極子モデルを用いた場合[図3(c)]よりもループ電流モデル[図3(d)]を用いた場合の方が、推定のコントラストが向上している。

図5(a)および5(b)に、それぞれ、正解の電流分布および正解の電流分布[図5(a)]が測定面に作る磁界分布を示す。図5(c)および5(d)に、それぞれ、電流双極子モデルを用いた場合、ループ電流モデルを用いた場合の電流分布推定結果を示す。

電流双極子モデルを用いた場合[図5(c)]よりもループ電流モデル[図5(d)]を用いた場合の電流分布推定結果の方が、環状電流が大きめに推定されている。しかし、図3と図4と同様、電流分布推定のコントラストが向上している。

以上の結果から、電流双極子モデルよりも電流双極子モデルの方が、支配的な解の抽出に優れていることがわかる。図3-5において、測定面はZ軸を基準にした場合の直方体上面の15x15[cm]の領域である。また、測定点数は36(=6x6)点、推定対象領域離散化点数は1331(=11x11x11)点である。直方体の大きさは15x15x15[cm]である。

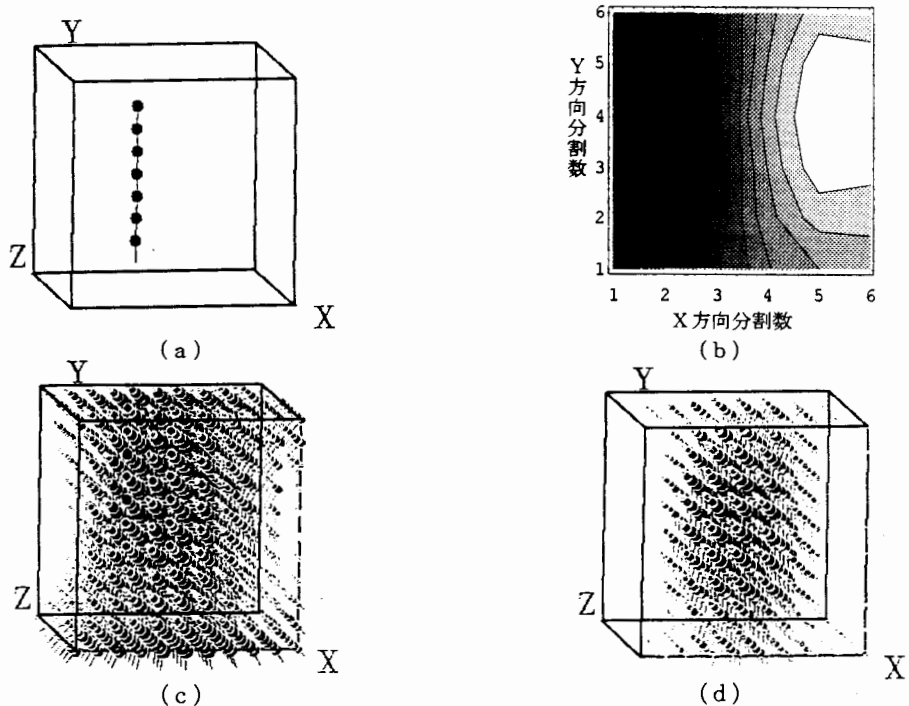


図3 電流分布推定シミュレーション。(a)正解の電流分布、(b)測定磁界分布、(c)電流双極子モデルによる電流分布推定結果、(d)ループ電流モデルによる電流分布推定結果。

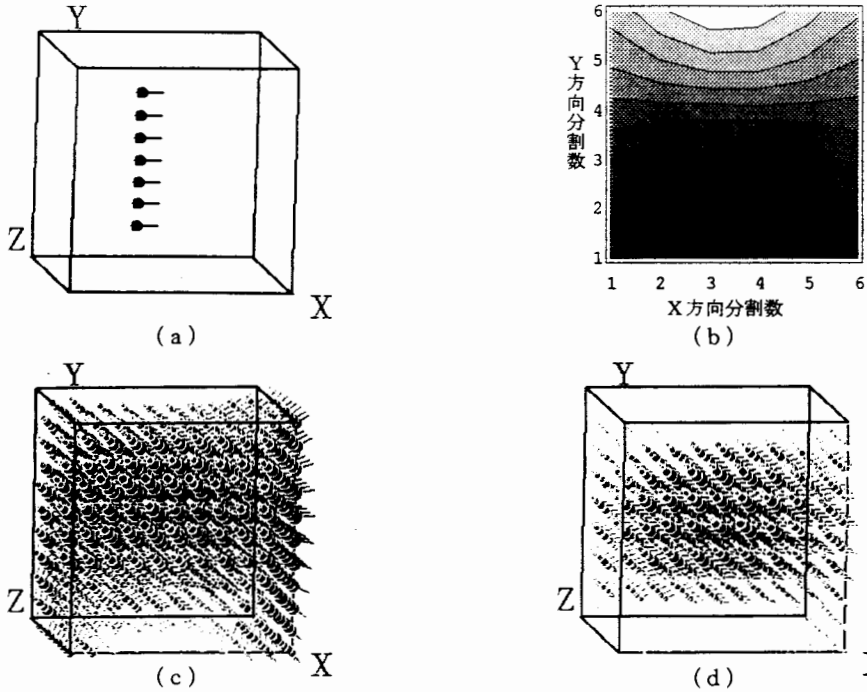


図4 電流分布推定シミュレーション。(a)正解の電流分布、(b)測定磁界分布、(c)電流双極子モデルによる電流分布推定結果、(d)ループ電流モデルによる電流分布推定結果。

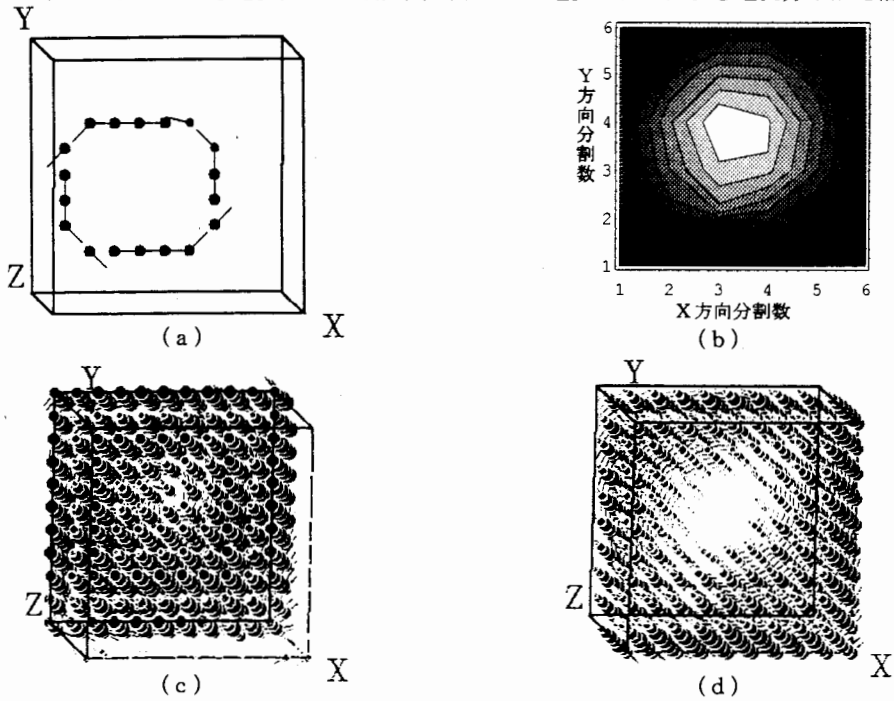


図5 電流分布推定シミュレーション。(a)正解の電流分布、(b)測定磁界分布、(c)電流双極子モデルによる電流分布推定結果、(d)ループ電流モデルによる電流分布推定結果。

3. 心臓内電流分布推定への応用

ループSPM法を実際の心磁図からの心臓内電流分布推定へ適用した例を示す。

図6に、ループ電流モデルを用いた場合と電流双極子モデルを用いた場合の心臓内電流分布推定結果の比較を示す。図6(a), 6(b)および6(c)は、それぞれ、正常な場合のQRS波22.0[ms]時の心磁図、電流双極子モデルを用いた場合、ループ電流モデルを用いた場合の電流分布推定結果を示す。図6(a)の等高線図は体表面に対して法線方向の磁界の大きさを表す。また、濃淡は淡い方が体表面から出る方向、濃い方が体表面から入る方向を表す。

本稿では、紙面上側が頭部、右側が左手方向となるように図示してある。また、推定領域離散化点数は1331点(=11x11x11)点であり、推定領域は15x15x15[cm]である。

図6(b)および(c)の推定結果は、図3-5の推定結果と同様に、ループSPM法は支配的な解の抽出に優れていることを示している。

図7(a)-(f)に、それぞれ、正常な心臓のQRS波時の心磁図データからループSPM法を用いて電流分布推定を行った結果を示す。

図7の推定結果は、QRS波時の電流分布変化が推定可能であることを示している。

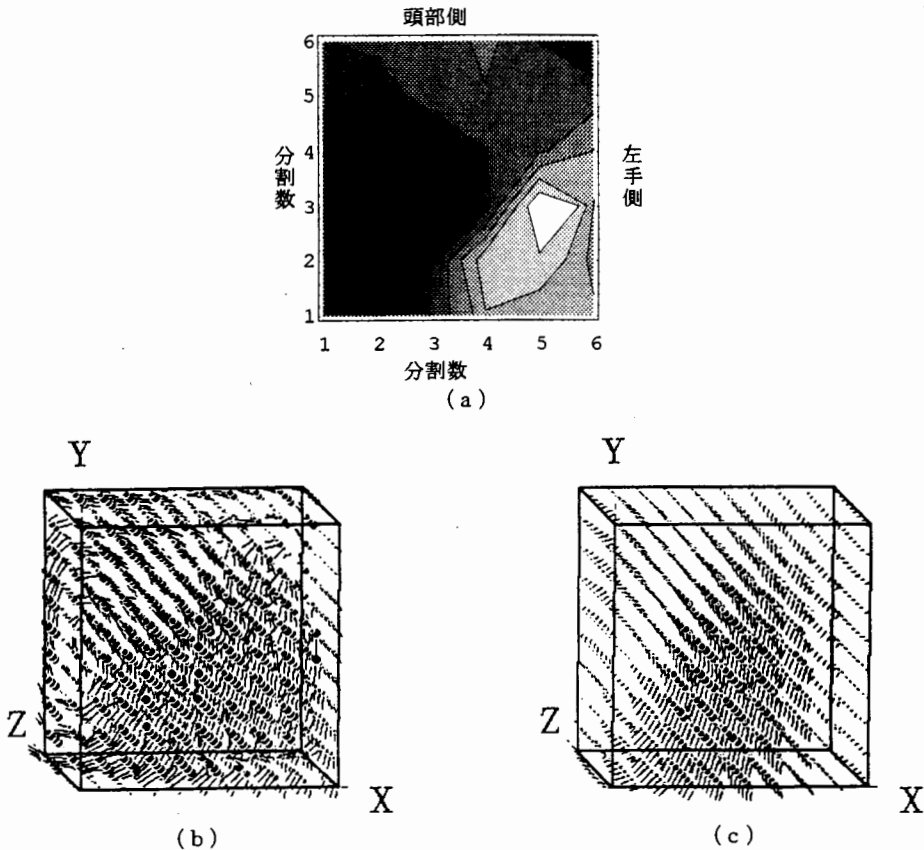


図6 心臓内電流分布推定。(a)心磁図(正常な場合, QRS波22.0[ms])、(b)電流双極子モデルの電流分布推定結果、(c)ループ電流モデルによる電流分布推定結果。

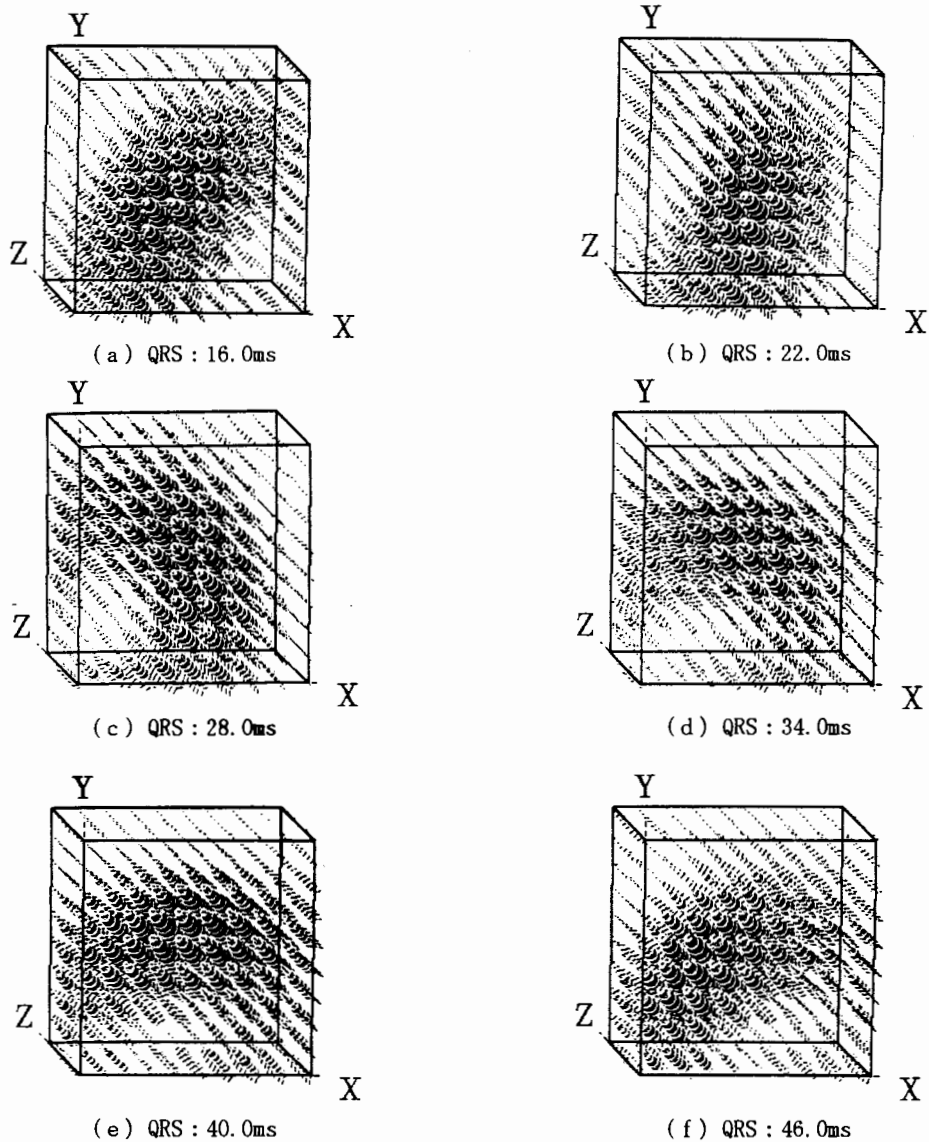


図7 QRS波時の心磁図から推定された正常な場合の心臓内電流分布。

4. まとめ

本稿では、ループ電流モデルを用いた磁界系逆問題解析法として、ループ電流モデルをSPM法へ適用するループSPM法を提案した。電流分布推定問題の計算機シミュレーションを行い、電流双極子モデルを用いた場合とループ電流モデルを用いた

場合の比較検討を行った。さらに、ループSPM法を心磁図から心臓内電流分布を推定する問題へ適用した。その結果、電流双極子モデルを用いたSPM法と比較して、ループSPM法は電流分布の最も支配的な解の抽出に優位性があることが判明した。

ループ電流モデルは、常に電流連続条件を満足する新しい解析モデルとして有効であることを示した。

謝 辞

本稿で採用したMCGデータを快く提供して頂いた徳島大学医学部特殊栄養の中屋豊教授に厚くお礼を申し上げます。

参考文献

- [1]Y.Nakaya, A.Takeuchi, H.Nii, M.Katayama, M.Nomura, K.Fujino, K.Saito, and H.Mori, *Journal of Electrocardiology*, Vol.32, No.2, 1988, pp.168-173.
- [2]松浦、岡部、電学論C、116巻2号、平成8年2月、pp.223-229.
- [3]津田、上野、電学論C、116巻2号、平成8年2月、pp.157-162.
- [4]斎藤、電学論A、114巻6号、平成6年6月、pp.432-438.
- [5]H.Saotome, K.Kitsuta, S.Hayano, and Y.Saito, *IEEE Trans. Magn.*, MAG-29, No.2 (1993), pp.1389-1394.
- [6]土井、中屋、早野、斎藤、電学論C、116巻2号、平成8年2月、pp.230-235.
- [7]Y.Saito, E.Itagaki, and S.Hayano, *J. Appl. Phys.*, Vol.67, No.9, May(1990), pp.5830-5833.
- [8]Milos Stafil, "Electrodynamics of electrical machines", ILIFFE BOOKS Ltd., London, 1967.

原稿受付日	平成8年9月24日
-------	-----------