

# 励磁コイルの最適設計

Optimal Design of Exciting Coils

加藤 俊行, 石沢 整, 早野 誠治, 齊藤 兆吉  
T. Katoh, O. Ishizawa, S. Hayano and Y. Saito

法政大学 工学部  
College of Engineering, Hosei University

## 1. まえがき

デジタル計算機の小型化・高速化のみならず広汎な普及によって、従来、解析が不可能であった問題の解析が可能となりつつある。しかしながら、現代、計算機を利用した数値解析の大部分は、磁性材料の磁気飽和特性等の非線形性を導入した従来の解析技術上の拡張にすぎない。換言すれば、従来の解析技術では、複雑な境界形状や材料の非線形性に起因して、解析不可能であった問題を計算機の巨大な反復計算能力を用いて解析可能とし、従来の解析技術を拡張した。他方、計算機の巨大な反復計算能力を前提とすれば、単なる従来の解析技術の延長線上でなく、新しい解析技術が考えられる。例えば、計算機の膨大な記憶容量と論理演算を前提としたデータベースに基づくAIやニューラルネットワーク等は代表的な例であろう。しかしながら、高速計算機の実用化は、従来想定しえなかったこれらの新しい解析技術を提起しただけでなく、古くから提起されていたにも拘らず解析不可能とされていた問題を近似的にせよ解析可能とし、実用化されんとする問題がある。この代表的な例が逆問題である。

逆問題は大きく分けて、外部からの既知入力に対する応答を測定し、その結果から対象の形状等を求める媒質推定問題 (Inverse Parameter, IP問題と以下略記) と対象自身がフィールド源を含み、このフィールド源を対象外部で測定されるフィールドから求めるフィールド源推定問題 (Inverse Source, IS問題と以下略記) に分類される。IP問題はX線CT、MRI、超音波イメージング等、既に実用化されている技術もある。これは、IP問題は外部既知入力とその応答が、理想的に得られれば解けることが数学的に証明できるためである[1,2]。他方、IS問題は、IP問題がVolterra型第二種積分方程式を解くことに帰し、解の一意性が証明できるのに対し、Volterra型第一種積分方程式を解くことに帰し、解の一意性が証明できない[2,3]。このため、何らかの拘束条件を前提にしなければ一意的な解は期待できない。

筆者らは、IS問題が非侵襲的医療診断技術として極めて重要であること、理想的に既知入力と対応する出力が得られない場合のIP問題がIS問題に帰すること等に鑑み

IS問題解決の一方法としてSampled Pattern Matching法（以下SPM法と略記）を提唱し、その有効性を報告してきた[4-10]。IS問題を解く方法として、フィールド源が最も支配的な単一源からなると仮定し、その大きさと位置を同時に求めんとする方法が大部分であり、この方法は最も確実で一意的な解を与える。しかし、実際はフィールド源は必ずしも一ヶ所に集中せず、複数の場所に分布する場合もあり、複数のフィールド源の大きさと位置を同時に求めるために一般化逆行列等が試みられている。しかし、本来一意的な解が存在しない問題に、何の拘束条件も付加せず、従来の線形空間の手法である一般化逆行列法では良好な結果が期待できないのは当然であろう。筆者等の提唱するSPM法は、拘束条件として空間の一点当たりに単位フィールド源しか存在し得ないとし、フィールド源の大きさは単位フィールド源の集中度合いで評価しようとするものであり、また、単位フィールド源の位置は、測定された既知フィールドの空間分布波形と単位フィールド源の与えるフィールドの空間分布波形間の（線形空間論的意味）角度で求められる。

本稿は、このSPM法を用いて、与えられた磁界を実現する励磁コイルの最適設計を試みた結果を報告するものである。

## 2. 励磁コイルの最適設計

### 2.1 システム方程式

磁界 $H$ と電流密度 $J$ の関係は、

$$H = \nabla \times \int \frac{J}{4\pi|r|} dv \quad (1)$$

で与えられる。ここで、 $r$ は磁界 $H$ と電流密度 $J$ 間の距離である。(1)式で電流密度 $J$ を含む領域 $v$ が $m$ 個の微小領域 $v_i, i=1\sim m$ , に分割され、各微小領域内で電流密度は一定値 $J_i, i=1\sim m$ , を取るとすれば、システム方程式は、

$$X_P = \sum_{i=1}^m y_i d_i \quad (2)$$

と書ける。但し、

$$X_P = [H_1, H_2, \dots, H_n]^T \quad (3a)$$

$$d_i = (1/4\pi) [n \times a_{1i}/r_{1i}, n \times a_{2i}/r_{2i}, \dots, n \times a_{ni}/r_{ni}]^T \quad (3b)$$

$$y_i = |J_i| v_i, \quad i=1\sim m, \quad (3c)$$

図1に示すように、 $m$ は電流密度 $J_i$ 方向の単位ベクトルであり、 $a_{1i}, a_{2i}, \dots, a_{ni}$ はそれぞれ電流密度 $J_i$ の点から磁界 $H_1, H_2, \dots, H_n$ 方向の単位方向ベクトルである。さら

に、 $y_i$  は電流密度に体積を乗算した（電流×経路）電流素片または電流双極子である。

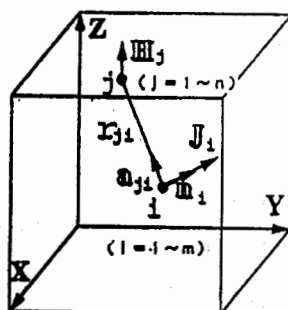


図1. 電流密度  $J_i$  ( $i=1\sim m$ ) と  $H_j$  ( $j=1\sim n$ ) の関係

## 2.2 SPM法

### < a >パイロット・ポイント解

ある特定の空間で与えられたフィールドからそのフィールド源を求める逆問題は、空間の一部分で与えられた有限個のデータから無限の可能性を吟味することとなる。これは式の数、すなわち与えられたデータの個数が未知数の数であるフィールド源の数より圧倒的に少ない方程式を解くこととなる。このため、SPM法は、離散化した数が無限大になったとき自然なフィールド源が得られることを目標にした次の仮定を行う。

- (1) フィールド源密度は離散化された微小空間の一点当たり一定の密度で存在するものとする。これは、離散化された対象空間の任意の一点では単位フィールド源しか存在しないことを意味する。
- (2) フィールド源そのものを直接求めるのではなく、フィールド源の巨視的な分布を求める。
- (3) フィールド源の大きさは、角度も空間座標とした単位フィールド源の空間的集中度合で表される。
- (4) 与えられた既知フィールド分布パターンは、空間に存在する単位フィールド源が測定部分に与えるフィールド分布パターンの和として求められる。

### < b >アルゴリズム

(2) 式のシステム方程式で、最初の最も支配的な入力点は、Cauchy-Schwarzの関係式、

$$\gamma_i = \frac{X_o^T \cdot d_i}{|X_o| \cdot |d_i|}, i=1\sim m \quad (4)$$

で、最大値  $\gamma_h$  を取る点  $h$  とする。この点を第一パイロット・ポイントと呼び、 $d_h$  を第一パイロット・パターンと呼ぶ。第二ステップは、(2) 式を

$$X_p = \sum_{i \neq h}^m \gamma_{hi} (d_h + d_i) \quad (5)$$

と変形し、第二番目に支配的な入力点を

$$\gamma_{hi} = \frac{X_p^T \cdot (d_h + d_i)}{|X_p| \cdot |d_h + d_i|}, i=1 \sim m, i \neq h \quad (6)$$

で最大値  $\gamma_{hg}$  を取る点  $g$  とする。この点  $g$  を第二パイロット・ポイント、 $d_g$  を第二パイロット・パターンと呼ぶ。以後、同様な手順で問題に応じて必要な数のパイロット・ポイントを求める。従って、第  $i$  点の解は、

$$y_i = \begin{cases} \text{パイロット・ポイントであれば} & 1 \\ \text{パイロット・ポイントでなければ} & 0 \end{cases} \quad (7)$$

と与えられることとなる。このような単位入力の分布による解パターンをパイロット・ポイント解と呼ぶ[4-13]。

### 2.3 励磁コイルの設計

< a > 目標磁界分布 筆者等は小型・軽量の誘導型マイクロモーターの実現を目指したフィルム誘導電動機の開発を行っている[14-16]。このフィルム誘導電動機は、図2 (a) に示すようなアキシアル型アウトロータ電動機であり、固定子は鉄心が無く、円盤上固定子の両面に回転磁界を多相交流によって生成し、固定子の両端にギャップをはさんで回転子が位置する形式である。図2 (b) は試作したフィルム誘導機であり、誘導機本体の直径は7 cm、厚さは5 mmである。

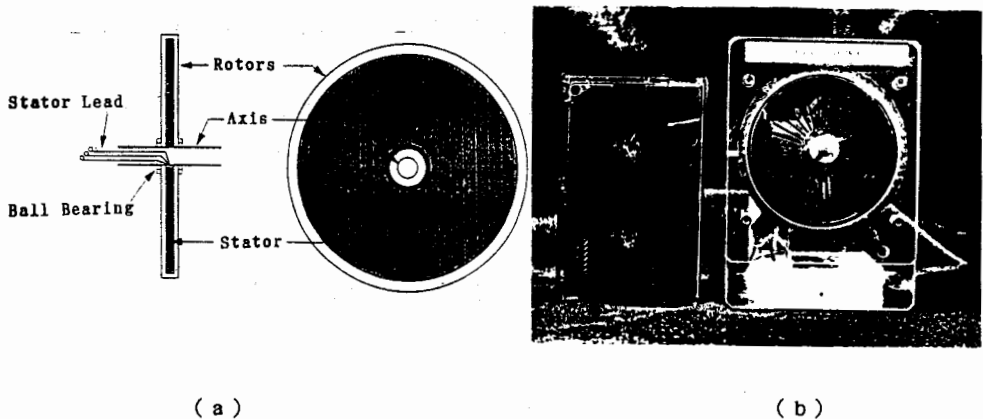


図2 フィルム型誘導機

図2に示すフィルム型誘導機の固定子コイル配置をSPM法のパイロット・ポイント解を用いて設計することが可能かどうかの検討を次の段階を踏んで行った。

- 1) (2)式の電流素片は台形状のループ電流とする。
- 2) SPM法のパイロット・ポイントの個数は $\gamma$ の最大値までとする。
- 3) 目標磁界は固定子表面に法線方向磁界分布であり、その分布は半径方向にも円周方向にも正弦波状とし、コイルは隣接する磁極間で重ね巻きとする。

図3(a)は目標とした6極中の1極当たりの磁界分布であり、図3(b)はSPM法によって求められたコイル配置(実線がコイル、点線が目標磁界が分布する範囲)である。図3(c)は実際にコイルを巻いて実測した磁界分布である。

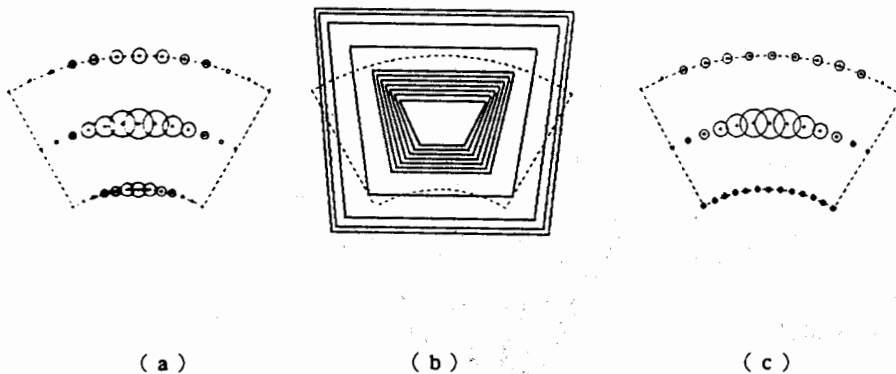


図3. 台形状コイルを前提として、SPM法で設計したコイル配置  
(a) 目標磁界分布, (b) 設計されたコイル配置, (c) 実験値の磁界分布

次に、薄型の固定子を実現するために、隣接する磁極間でコイルが重ならないようにし、円周方向にのみ正弦波状に磁束が分布することを目標にして設計した。図4にその結果を示す。

図4の結果は、円周方向に正弦波状の磁束分布を実現するためには短節巻きとなる結果を示していることが極めて興味深く、従来の設計理論でも空間高調波低減のために短節巻きとなることを勘案すれば、合理的な結果がSPM法によって設計されることがわかる[17]。

最後に、本格的な実用化を前提として、台形状のコイルでなく円弧状のコイルを用いて設計した例を図5に示す。

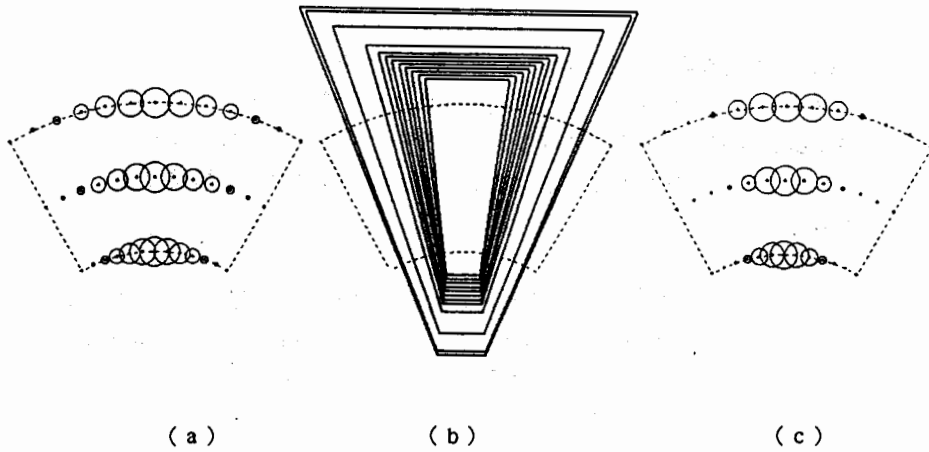


図4. 台形状コイルを前提として、SPM法で設計したコイル配置  
 (a) 目標磁界分布, (b) 設計されたコイル配置, (c) 実験値の磁界分布

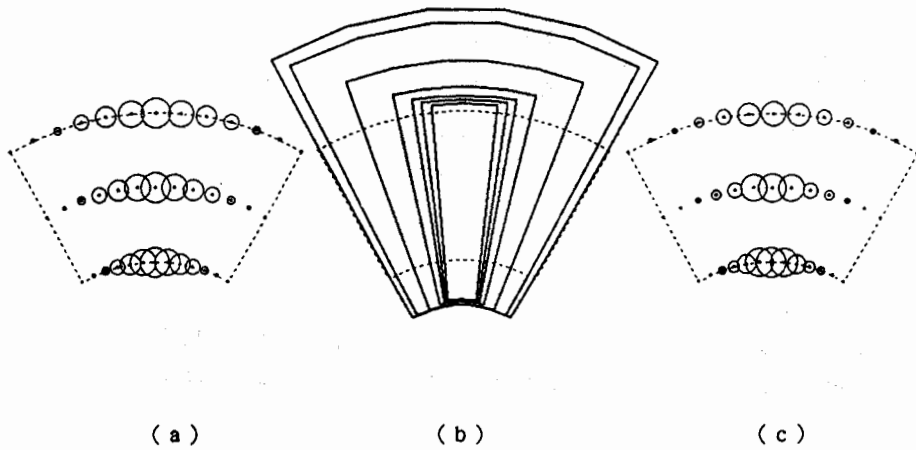


図5. 円弧状コイルを用いて固定子コイル配置を設計した例  
 (a) 目標磁界分布, (b) 設計されたコイル配置, (c) 実験値の磁界分布

### 3. まとめ

本稿では、逆問題の解析手法であるSPM法を用いて、筆者等の開発しているフィルム誘導機の固定子コイル設計を試みた。その結果、逆問題的手法による励磁コイルの最適設計はある程度可能であることがわかった。

### 参考文献

- [1] 岩井喜典, 他, 編著, "医用画像診断装置-CT MRIを中心として-", (コロナ社, 1988).
- [2] G. Anger, "Inverse Problems in Differentiated Equation, "(Plenum Press, New York and London 1980).
- [3] 堀内和夫著, "応用解析," (コロナ社, 電子情報通信学会大学シリーズ'A-2, 1988).
- [4] Y. Saito et al., "A Formulation of the Inverse Problems in Magnetostatic Fields and Its Application to a Source Position Searching of the Human Eye Fields," Journal of Applied Physics, Vol. 67, No. 9, Mar. (1990) pp. 5830-5832.
- [5] H. Saotome, K. Kitsuta, S. Hayano and Y. Saito, "Electromagnetic Field Source Searching from the Local Field Measurement," Int. J. Appl. Electromag. Materials, Elsevier, Vol. 3, No. 4, April (1993), pp. 297-306.
- [6] 早乙女英夫, 橋田和泰, 早野誠治, 斎藤兆古, "生体磁界における逆問題," 電気学会論文誌 A, 第112巻4号 (1992) pp. 279-286.
- [7] 早乙女英夫, 橋田和泰, 早野誠治, 斎藤兆古, "Sampled Pattern Matching法による生体内電流分布推定," 電気学会論文誌 C, 第113巻1号(1993) pp. 69-76.
- [8] 橋田和泰, 早乙女英夫, 早野誠治, 斎藤兆古, "心磁図・心電図併用による電磁界源分布の推定," 日本生体磁気学会誌 特別号, Vol. 5, No. 1, June (1992), pp. 100-103.
- [9] H. Saotome, T. Doi, S. Hayano and Y. Saito, "Crack Identification in Metallic Materials," IEEE Trans. Magn. MAG-29, No. 2, March (1993) pp. 1861-1864.
- [10] Y. Saito, H. Saotome, K. Kitsuta and S. Hayano, "Electromagnetic Field Source Searching by the Local Field Measurements," Elsevier Studies in Applied Electromagnetics in Materials Vol. 3, Jan. (1993), pp. 185-188.
- [11] 早乙女英夫, 他, 電学誌論文誌A投稿中.
- [12] T. Katoh et al., "A DESIGNING STRATEGY BASED ON THE INVERSE ANALYSIS," Elsevier Studies in Applied Electromagnetics in Materials, 4 in printing
- [13] 加藤俊行, 他, "逆問題の手法による励磁コイルの設計," 電気学会マグネティックス研究会資料 MAG-93-170.
- [14] O. Ishizawa et al., "A CORELESS FILM SHAPE INDUCTION MOTOR FOR APPLICATION TO THE SMALL DEVICES," Elsevier Studies in Applied Electromagnetics in Materials, 4 in printing
- [15] 石沢整, 他, "フィルムモータの試作," 電気学会マグネティックス研究会資料 MAG-93-169.
- [16] O. Ishizawa et al., "The Nature of Flat Induction Motor," Proceedings of 2nd Japan-Checho-Slovak Joint Seminar, January 19-21 '94 Kyoto.
- [17] A. S. Langsdorf, "Theory of Alternating Current Machinery." (McGraw-Hill, New York, 1955).

原稿受付日

平成6年2月9日