

三次元電流分布推定に関する基礎的考察

山田 尚生^{*}, 斎藤 兆古^{*}, 林 昌世^{**}, 増田 幸一郎^{**}, 遠矢 弘和^{**}

* 法政大学 工学部 東京都小金井市梶野町3-7-2
** 日本電気(株) 川崎市宮前区宮崎4-1-1

あらまし 対象中の三次元電流分布は、対象周辺磁界の測定から解析的には求めることができないと数学的に証明されている。この問題に対して、本稿では、対象中の三次元電流分布推定に因子分析法を適用する。その結果、測定面に平行な電流分布は、対象表面の法線方向の磁界分布を測定することによって、かなり良い精度で推定されることを示す。さらに対象一側面の磁界分布しか測定できない場合に対して一般化因子分析法を適用する。具体的な例として、漏れ磁界源推定問題を取り上げる。

和文キーワード 逆問題、因子分析、漏れ磁界

A Basic Study of the 3D Current Estimation

H.Yamada^{*}, Y.Saito^{*}, S.Hayashi^{**}, K.Masuda^{**}, H.Tohya^{**}

* College of Engineering, Hosei University
3-7-2 Kajino, Koganei, Tokyo 184
** NEC Corporation
4-1-1 Miyazaki, Miyamae-ku Kawasaki, Kanagawa 213

Abstract The mathematical proof has been given that the 3D current distribution in a object could not be analytically evaluated by measuring the magnetic fields around the object. In order to overcome this difficulty, we apply a factor analysis to estimate the 3D current distribution pattern in a object. According to our results, it is revealed that the current distribution in parallel to the measurement surface can be estimated with fairly good accuracy by measuring the normal field distribution to the current distributing surface. Thus, we conclude that the magnetic field should be measured normal to the target surface and be estimated the currents distributing on the target surface. Further, comparison the conventional with generalized factor analysis is carried out to the leakage magnetic field source searching problems.

英文 key words Inverse Problems, Factor Analysis, Leakage Magnetic Fields

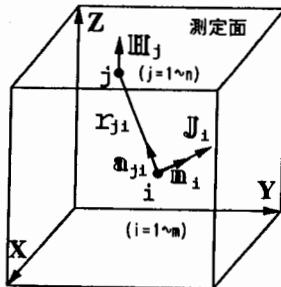


図 1 . 解析モデル

1. はじめに

ワードプロセッサーやパソコンなどの電子機器の小型・軽量化、すなわちダウンサウジングに供ない、電子機器を駆動する電源も小型化されつつある。電源の小型化は変圧器やリアクトル等の磁気素子を小型化するのが最も効果的である。このため、動作周波数の高周波化によって磁気素子の全体に占める割合が減少されている。電源の高周波化は、半導体のスイッチング損失のみならず磁性体の鉄損の著しい増加につながるため、鉄損の全く存在しない空心変圧器を用いた超小型・軽量 DC/DCコンバータの実用化も検討されている[1,2]。電源は装置全体の電力を供給するために扱う電力が大きい。このため、電源から漏洩する電磁界も大きく、周辺機器へ与える影響、すなわち Electromagnetic Compatibility (EMC) 対策を充分考慮しなければならない。

本稿では、EMC対策の第一歩として立方体周辺の磁界分布を測定することによって立方体内部の電流分布を推定する逆問題を因子分析法によって解析する。電子機器中の三次元電流分布が周辺磁界分布の測定から近似的にせよ推定可能であれば、EMC対策も容易となるだけではなく、大型計算機のモジュール化された電源の故障診断にも有効である。立方体中の三次元電流分布を周辺磁界の測定から解析的に求められないことが数学的に証明されている[3]。三次元の磁界分布の測定から厳密に求められるのは二次元の電流分布である。しかし、実用的には近似的であれ三次元の電流分布を推定する必要がある。このため、本稿では、三次元の磁界分布の測定から三次元の電流分布を近似的に推定する方法として因子分析法を適用する[4]。この因子分析法を用いて、立方体全周辺の磁界分布が測定された場合と立方体の任意の一面上で互いに直交する三次元磁界が測定された場合について吟味し、更に因子分析法を一般化した Sampled Pattern Matching (以下SPMと略す)法による三次元電流分布推定を試みる[5,6]。その結果、立方体の全周辺の磁界分布が測定された場合は因子分析法によって巨視的な電流分布が推定可能であること、一側面の磁界分布からは測定面に接近した部分の電流分布が比較的良好に推定可能であることが判明したので報告する。

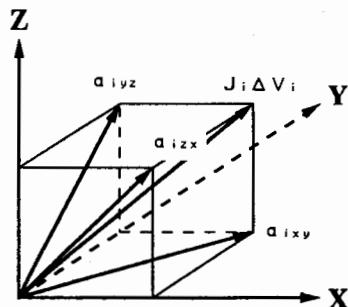


図 2 . 電流双極子の各成分

2. 三次元電流分布の推定

2.1. 基礎方程式

体積 V を持つ立方体中の電流密度 J と立方体周辺磁界 H との関係は、

$$H = \nabla \times \int_{V} \frac{J}{4\pi|r|} dv, \quad (1)$$

で与えられる。ここで、 r は電流密度 J を取る点と磁界の測定点 H 間の距離である。

図 1 に示すように、この立方体が m 個の微小立方体 ΔV_i ($i=1 \sim m$) に分割され、個々の微小立方体中で電流密度 J は一定値 J_i ($i=1 \sim m$) を取るものとし、磁界 H は立方体表面の n 個の点で測定される H_j ($j=1 \sim n$) とすれば、(1)式は次式のように離散化される。

$$H_j = \sum_{i=1}^m |J_i \Delta V_i| \cdot \frac{n_i \times a_{ij}}{4\pi r_{ij}^2}, \quad j=1 \sim n. \quad (2)$$

但し、 $J_i \Delta V_i$, n_i , r_{ij} および a_{ij} はそれぞれ、電流双極子ベクトル、電流双極子ベクトルの単位方向ベクトル、電流密度 J_i から磁界 H_j 迄の距離及び J_i から H_j 方向の単位方向ベクトルである。

2.2. システム方程式

図 1 で、 X -方向の磁界 H_{ix} を与える電流双極子は X -方向と垂直な $Y-Z$ 平面に平行な成分であり、 a_{iyz} とする。同様に Y -方向の磁界 H_{iy} と Z -方向の磁界 H_{iz} を与える電流双極子をそれぞれ a_{izx} と a_{ixy} とすれば、図 2 に示すように、電流双極子 $J_i \Delta V_i$ は各成分に分解できることを意味する。このとき、磁界の各成分を

$$U_x = [H_{x1}, H_{x2}, \dots, H_{xn}]^T, \quad (3a)$$

$$U_y = [H_{y1}, H_{y2}, \dots, H_{yn}]^T, \quad (3b)$$

$$U_z = [H_{z1}, H_{z2}, \dots, H_{zn}]^T, \quad (3c)$$

とし、各電流双極子と磁界の各成分との関係を表すべきトルを

$$\mathbf{d}_{ix} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\mathbf{n}_{yzj} \times \mathbf{a}_{1i}}{r_{1i}^2}, \frac{\mathbf{n}_{yzj} \times \mathbf{a}_{2i}}{r_{2i}^2}, \dots, \frac{\mathbf{n}_{yzj} \times \mathbf{a}_{ni}}{r_{ni}^2} \right)^T, \quad (4a)$$

$$\mathbf{d}_{iy} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\mathbf{n}_{zxj} \times \mathbf{a}_{1i}}{r_{1i}^2}, \frac{\mathbf{n}_{zxj} \times \mathbf{a}_{2i}}{r_{2i}^2}, \dots, \frac{\mathbf{n}_{zxj} \times \mathbf{a}_{ni}}{r_{ni}^2} \right)^T, \quad (4b)$$

$$\mathbf{d}_{iz} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\mathbf{n}_{xyj} \times \mathbf{a}_{1i}}{r_{1i}^2}, \frac{\mathbf{n}_{xyj} \times \mathbf{a}_{2i}}{r_{2i}^2}, \dots, \frac{\mathbf{n}_{xyj} \times \mathbf{a}_{ni}}{r_{ni}^2} \right)^T, \quad (4c)$$

とする。但し、 \mathbf{n}_{yzj} , \mathbf{n}_{zxj} , \mathbf{n}_{xyj} はそれぞれ第*j*点におけるY-Z, Z-X, X-Y平面に平行な単位方向ベクトルとする。(4a)~(4c)式の磁界は互いに直交するから、各成分について次のシステム方程式が成り立つ。

$$U_x = \sum_{i=1}^m \alpha_{iyz} d_{ix}, \quad (5a)$$

$$U_y = \sum_{i=1}^m \alpha_{izx} d_{iy}, \quad (5b)$$

$$U_z = \sum_{i=1}^m \alpha_{ixy} d_{iz}, \quad (5c)$$

2.3. 因子分析法

(5a)~(5c)式を変形すると、

$$\frac{U_x}{|U_x|} = \sum_{i=1}^m \left(\frac{|d_{ix}|}{|U_x|} \alpha_{iyz} \right) \frac{d_{ix}}{|d_{ix}|}, \quad (6a)$$

$$\frac{U_y}{|U_y|} = \sum_{i=1}^m \left(\frac{|d_{iy}|}{|U_y|} \alpha_{izx} \right) \frac{d_{iy}}{|d_{iy}|}, \quad (6b)$$

$$\frac{U_z}{|U_z|} = \sum_{i=1}^m \left(\frac{|d_{iz}|}{|U_z|} \alpha_{ixy} \right) \frac{d_{iz}}{|d_{iz}|}, \quad (6c)$$

が得られる。(6a)式の両辺の列ベクトル U_x と d_{ix} を転置し、 $d_{kx}/|d_{kx}|$, ($k=1 \sim m$) の内積を取ると、

$$\begin{aligned} \frac{U_x^T}{|U_x|} \cdot \frac{d_{kx}}{|d_{kx}|} &= \sum_{i=1}^m \left(\frac{|d_{ix}|}{|U_x|} \alpha_{iyz} \right) \cdot \frac{d_{ix}^T}{|d_{ix}|} \cdot \frac{d_{kx}}{|d_{kx}|} \\ &= \sum_{i \neq k}^m \left(\frac{|d_{ix}|}{|U_x|} \alpha_{iyz} \right) \cdot \frac{d_{ix}^T}{|d_{ix}|} \cdot \frac{d_{kx}}{|d_{kx}|} \\ &\quad + \frac{|d_{kx}|}{|U_x|} \alpha_{iyz} \\ &\approx \frac{|d_{kx}|}{|U_x|} \alpha_{iyz}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\therefore -1 < \frac{d_{ix}^T}{|d_{ix}|} \cdot \frac{d_{kx}}{|d_{kx}|} < 1, \quad i \neq k, \quad (8)$$

の関係が得られる。(7)式は正規化された第*k*番目のY-Z平面に平行な電流双極子が因子分析法によって

$$\frac{|d_{kx}|}{|U_x|} d_{kxy} \approx \frac{U_x^T}{|U_x|} \cdot \frac{d_{kx}}{|d_{kx}|}, \quad k=1 \sim m, \quad (9)$$

で与えられていることを意味している。(9)式は、ノルム $|d_{kx}|$ が一般に測定点 *j* と電流双極子の存在する点 *i* 間の距離 r_{ij} の自乗に反比例することから、測定点 *j* と入力点 *i* の距離が接近している程正確に求まるこを意味している。(6b)式と(6c)式の電流双極子についても同様に、

$$\frac{|d_{ky}|}{|U_y|} d_{kxz} \approx \frac{U_y^T}{|U_y|} \cdot \frac{d_{ky}}{|d_{ky}|}, \quad k=1 \sim m, \quad (10a)$$

$$\frac{|d_{kz}|}{|U_z|} d_{kxy} \approx \frac{U_z^T}{|U_z|} \cdot \frac{d_{kz}}{|d_{kz}|}, \quad k=1 \sim m, \quad (10b)$$

として正規化された電流双極子の近似値が因子分析法によって求められる。(9)式と(10a), (10b)式の結果をベクトル的に合成すれば近似的な三次元電流分布が得られるが、この電流分布はあくまでも近似的に得られた結果であるため、大きさの大きい部分のみ評価しなければならない[5,6]。

2.4. 一般化因子分析法

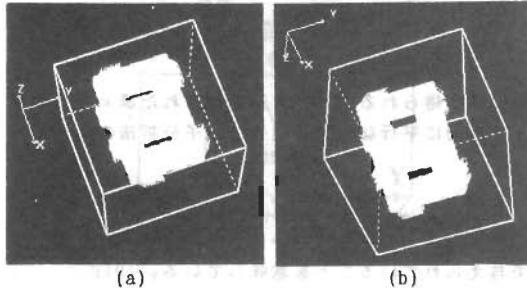
具体的な例としてZ-方向の磁界に関するシステム方程式(5c)について考える。(5c)式はベクトル U_z がベクトル d_{iz} ($i=1 \sim m$) の線形結合で表されることを意味するから、(5c)式が

$$\begin{aligned} U_z &= \sum_{i=1}^m (\beta_{iz} d_{iz} + \sum_{j \neq i}^m \beta_{ij} (d_{iz} + d_{jz})) \\ &\quad + \sum_{k \neq i, k \neq j}^m \beta_{ijk} (d_{iz} + d_{jz} + d_{kz}) + \dots \}, \end{aligned} \quad (11)$$

と変形できると仮定する。(11)式の右辺第一グループの正規化された電流分布は通常の因子分析と同様にして、(10b)式で与えられる。今、(10b)式で、 $Y_h = [U_z / |U_z|]^T [d_{hz} / |d_{hz}|]$ が最大値をとるすれば、第*h*点をパイロットポイントとして、(11)式の右辺第二グループの正規化された電流分布は、

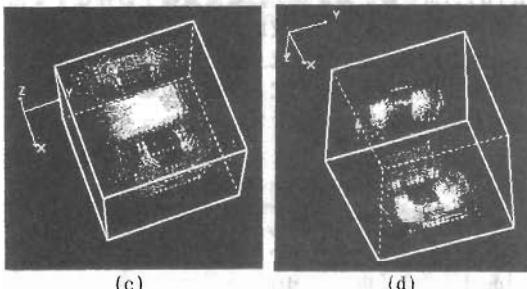
$$\frac{|d_{hz} + d_{jz}|}{|U_z|} \beta_{hj} \approx \frac{U_z^T}{|U_z|} \cdot \frac{(d_{hz} + d_{jz})}{|d_{hz} + d_{jz}|}, \quad j \neq h, \quad (12)$$

で与えられる。同様の過程を



(a)

(b)



(c)

(d)

図3. (a), (b)は正解の電流分布。(c),(d)は立方体各面の法線方向磁界分布から因子分析法によるそれぞれ(a), (b)に対する推定値。

$$\gamma = \frac{\mathbf{U}_z^T}{|\mathbf{U}_z|} \cdot \frac{(\mathbf{d}_{hz} + \mathbf{d}_{jz} + \dots)}{|\mathbf{d}_{hz} + \mathbf{d}_{jz} + \dots|}, \quad (13)$$

の最大値が得られるまで繰り返し、(5c)式の近似解を

$$a_{1xy} \left(\frac{|\mathbf{d}_{1z}|}{|\mathbf{U}_z|} \right) \approx \frac{\mathbf{U}_z^T}{|\mathbf{U}_z|} \cdot \left\{ \frac{\mathbf{d}_{1z}}{|\mathbf{d}_{1z}|} + \frac{\mathbf{d}_{hz} + \mathbf{d}_{jz}}{|\mathbf{d}_{hz} + \mathbf{d}_{jz}|} + \dots \right\}, \quad (14a)$$

$$a_{2xy} \left(\frac{|\mathbf{d}_{2z}|}{|\mathbf{U}_z|} \right) \approx \frac{\mathbf{U}_z^T}{|\mathbf{U}_z|} \cdot \left\{ \frac{\mathbf{d}_{2z}}{|\mathbf{d}_{2z}|} + \frac{\mathbf{d}_{hz} + \mathbf{d}_{jz}}{|\mathbf{d}_{hz} + \mathbf{d}_{jz}|} + \dots \right\}, \quad (14b)$$

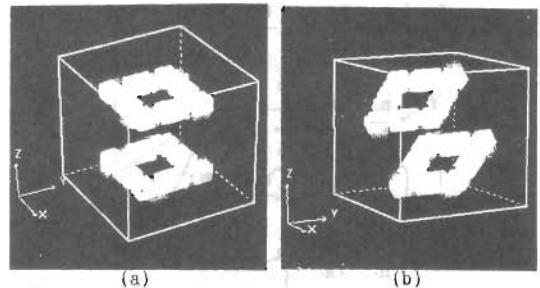
…

$$a_{hxy} \left(\frac{|\mathbf{d}_{hz}|}{|\mathbf{U}_z|} \right) \approx \left\{ \frac{\mathbf{U}_z^T}{|\mathbf{U}_z|} \cdot \frac{\mathbf{d}_{hz}}{|\mathbf{d}_{hz}|} + 1 + \dots \right\}, \quad (14c)$$

…

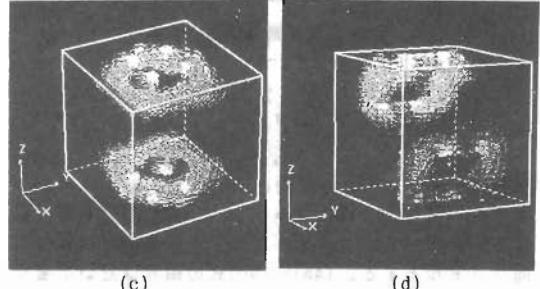
$$a_{jxy} \left(\frac{|\mathbf{d}_{jz}|}{|\mathbf{U}_z|} \right) \approx \frac{\mathbf{U}_z^T}{|\mathbf{U}_z|} \cdot \left\{ \frac{\mathbf{d}_{jz}}{|\mathbf{d}_{jz}|} + \frac{\mathbf{d}_{hz} + \mathbf{d}_{jz}}{|\mathbf{d}_{hz} + \mathbf{d}_{jz}|} + \dots \right\}, \quad (14d)$$

とする。この方法は、明らかに従来の因子分析法を複合化したベクトルに拡張した因子分析法であり、Sampled pattern Matching (以下SPMと略す) 法と呼ばれ、逆問題の解そのものではなく、解ベクトルのパターン (分布) を一意的に与え、空間の分割数 m が増加するほど正確な解ベクトルのパターンを再現することが報告されている [5,6]。他の磁界成分に関するシステム方程式 (5a), (5b) 式に対しても (14a)~(14d) 式の形で一意的な解パターンを得ることが出来る。



(a)

(b)



(c)

(d)

図4. (a), (b)は正解の電流分布。(c),(d)は立方体各面の法線方向磁界分布から因子分析法によるそれぞれ(a), (b)に対する推定値。

2. 5. 数値シミュレーション

<a> 全周辺の磁界分布が与えられた場合 図3に8の字状に電流が立方体中に分布している場合、立方体各面の法線方向の磁界が与えられたとして、因子分析法によって推定された電流分布を示す。図3 (a)はX-Y平面に平行に8の字状電流分布を示し、図3 (c)は因子分析法による推定値である。図3 (b)はX-Y平面に60度、Y-Z平面に30度の角度を持って8の字状に電流が分布し、図3 (d)は図3 (b)の因子分析法による推定値である。

図3の結果から、立方体の各面に法線方向の磁界分布を測定し、X-方向の磁界はY-Z平面に平行な電流、Y-方向の磁界はZ-X平面に平行な電流さらにZ-方向の磁界はX-Y平面に平行な電流をそれぞれ独立に因子分析法を適用することで比較的良好な推定結果を期待できることを示している。

図4は互いに逆方向に還流する電流が立方体中に分布している場合、立方体各面の法線方向磁界が与えられたとして、因子分析法によって推定された電流分布を示す。図4 (a)はX-Y平面に平行に電流が分布している様子を示し、図4 (c)は因子分析法による推定値である。

図4 (b)はX-Y平面に45度の遷状電流が平行に傾いて分布し、図4 (d)は図4 (b)の因子分析法による推定値である。図4の結果から、電流が立方体のいすれかの面に平行に分布している場合はかなり複雑な電流分布も因子分析法によって推定できるが、電流分布が立方体の面に平行でない場合は測定面に接近した部分が

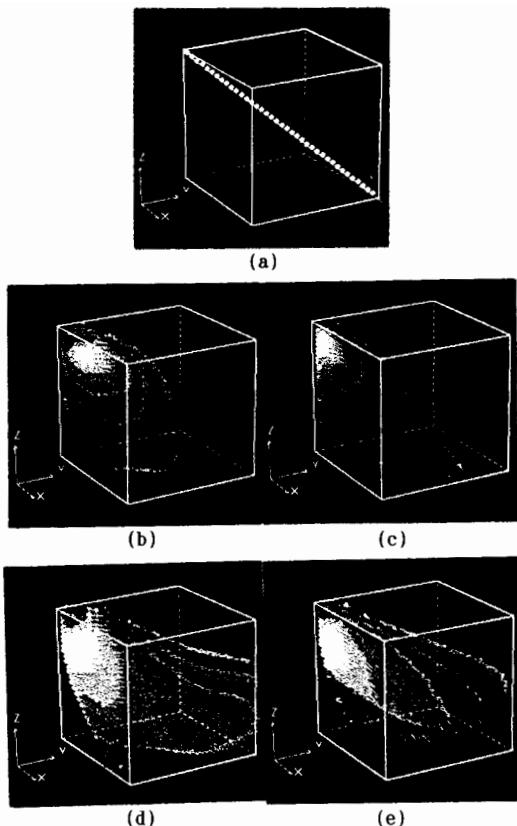


図5. 立方体で上面から下面へ電流が流れている場合、立方体上面で磁界を測定して、立方体中の電流分布推定。(a)モデル。(b)Z-方向磁界を用いた因子分析法による推定結果。(c)X,Y,Zの三成分磁界を用いた因子分析法による推定結果。(d)Z成分の磁界を用いた一般化因子分析法による推定結果。(e)X,Y,Zの三成分磁界を用いた一般化因子分析法による推定結果。

正確に推定されることを示している。

図3, 4の結果から、立方体全周辺の磁界分布が測定可能であれば、因子分析法によって巨視的な電流分布が推定可能であり、特に測定面が電流分布面と平行となれば、推定精度は向上することがわかる。

** 立方体一面の磁界分布が与えられた場合**　図5 (a)で立方体上面のX-Y平面上でX,Y,Z方向の三次元磁界分布が測定された場合について検討する。この場合の電流は、図5 (a)から明らかなように上面から下面へ流れている。図5 (b),(c)はそれぞれ図5 (a)に対して因子分析法によって求められた電流分布である。図5 (b)はZ-方向の磁界からX-Y平面上の電流分布を求めた結果であり、図5 (c)はX,Y,Z-方向の三次元磁界から三次元電流分布を得た結果である。図5 (b),(c)いずれの結果も測定面に近い部分のみ良好な精度で推定可能であり、下面方向の推定は単純な因子分析では困難であることが分かる。

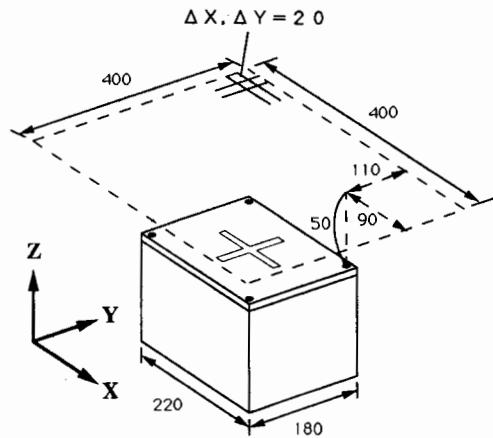


図6 供試実験装置(単位mm)

図5 (d),(e)はそれぞれ図5 (a)に対して一般化因子分析法によって求められた電流分布である。図5 (b),(c)の単純な因子分析の結果と図5 (d),(e)の一般化因子分析法の結果を比較すれば明らかに一般化因子分析法が良好な推定結果を与えることを示している。

以上の数値シミュレーションから以下の結果が明らかとなった。1) 対象の全周辺の三次元磁界分布が測定された場合、対象内の巨視的電流分布は単純な因子分析によってかなり複雑な分布でも推定可能である。特に、電流分布が何れかの測定面に平行であるとき比較的高精度の電流分布が推定可能である。しかし、電流分布が特定の測定面上に接近している場合、測定面に近い部分程正確に推定できる。2) 対象の一側面上の三次元磁界分布が測定された場合、単純な因子分析法は測定部に接近した部分のみある程度推定可能である。他方、一般化因子分析法(SPM法)は比較的良好な巨視的電流分布推定結果を与える。電流が測定面に平行に分布している場合は単純な因子分析法によってもある程度推定可能である。

2.6. 漏れ磁界源の推定

ここでは電子機器から漏洩する磁界分布の測定から磁界漏洩源の推定を一般化因子分析法で行う。推定計算の条件は以下の通りである。

- 1) 磁界は対象の一側面でX,Y,Zの互いに直交する三成分が測定される。
- 2) 測定対象から漏洩する磁界の空間波長は対象から測定点迄の距離に比較して充分長く、磁界の空間伝播時間は無視できるものとする。
- 3) 電流分布推定の探査領域は磁界の測定面の下方部直方体であり、153600個の $5 \times 5 \times 5 \text{mm}^3$ の立方体に分割されている。
- 4) 測定面は図6に示すように対象面から5cm上方に位置し、縦・横等間隔に分割された41x41個の網目の交点で磁界のX, Y, Z成分が測定され

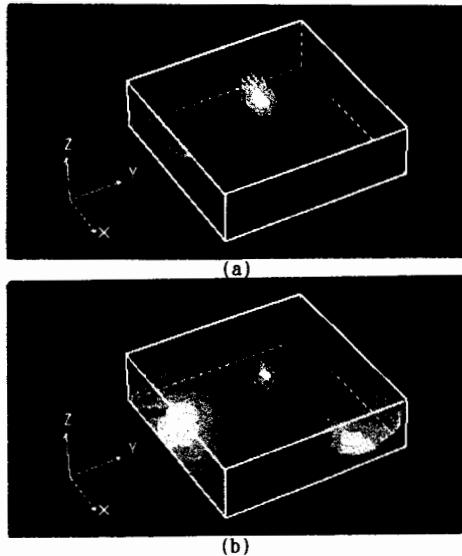


図7. 一般化因子分析法によって求めた三次元電流分布。(a)実数部,(b)虚数部。

る。また対象面は中心部に十字形で5mmの幅を持つスリットが設けられた鉄板がボルト締めで取り付けられている。対象内の中心部にループアンテナが設置され、1MHzで励振されている。

図7に一般化因子分析法によって求めた三次元電流分布を示す。図7 (a),(b)はそれぞれ実数部と虚数部で、いずれも大部分の電流は測定面に平行な成分であり、中心部に電流が集中していることがわかる。また、端部の比較的深い部分からも磁界源となる電流が分布していることがわかる。この結果は文献[7]の仮定を裏付けることとなる。

図8に、図6で、Y-方向140mm,X-方向260mmの長方形の測定面を対象から5mm上方に設置し、 $\Delta X = \Delta Y = 10$ mmの交点で磁界のX,Y,Z成分を測定した結果を用いて一般化因子分析法によって求めた電流分布が示してある。図8の結果も図7の結果と同様に大部分の電流が対象面の中心部に分布し、端部の比較的深い部分にも電流が分布していることが分かる。

3. まとめ

本稿では、三次元磁界分布の測定から三次元電流分布の推定を行った。その結果、対象の周辺磁界分布の測定から対象内の巨視的電流分布が単純な因子分析法によって推定可能であること、対象内の一側面の磁界分布測定からは測定面に平行な電流分布が測定面に接した部分程正確に推定されることを示した。

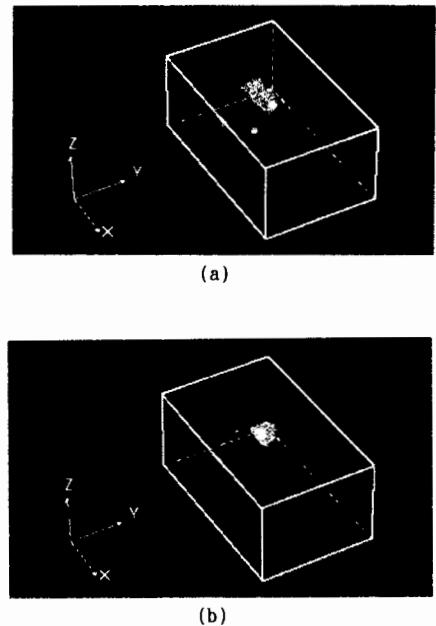


図8. 図6で、X-方向260mm, Y-方向140mmの長方形の測定面を対象から5mm上方に設置し、 $\Delta X = \Delta Y = 10$ mmとして磁界のX,Y,Z三成分を測定した結果を用いた、一般化因子分析法による電流分布推定結果。(a)実数部,(b)虚数部。

4. 参考文献

- [1] S.Hayano et al, "A New Type High Frequency Transformer," IEEE Trans. Magn. Vol.27, No.6, Nov. (1991)pp.5205-5207.
- [2] 小川他, "高周波空心トランスを用いたDC/DCコンバータの負荷特性," 電気学会マグネティックス研究会資料,MAG-92-132,July(1992).
- [3] W.Kullmann et al, "Fourier Imaging of Electrical Currents in the Human Brain from Their Magnetic Fields," IEEE Trans. Biomedical Engineering, Vol. SME-34, No.11, Nov. (1987)pp.837-842.
- [4] 山田他,"三次元立方体中の電流分布推定," 電気学会マグネティックス研究会資料,MAG-92-135, July (1992).
- [5] 早乙女他,"生体磁気における逆問題," 電気学会論文誌A,第112巻4号(1992)pp.279-286.
- [6] 早乙女他,"Sampled Pattern Matching法による生体内電流分布推定," 電気学会論文誌C, 第113巻1号(1993)pp.101-108.
- [7] 林他,"漏洩磁界測定による波源分布解析法の検討," 電子通信情報学会研究会資料, A-P92-25/EMCJ92-8.