

P22

Chua 型磁化特性モデルによる鉄共振回路解析

Ferroresonance Circuit Analysis Employing Chua Type Model

松尾 佳祐^{*1} (学生), 齋藤 兆古^{*1} (正員)

Keisuke MATSUO (Stu.), Yoshifuru SAITO (Mem.)

This paper studies nonlinear phenomena caused by ferromagnetic materials. To represent nonlinear properties of ferromagnetic materials used in the electrical transformer, we employ a Chua-type magnetization model composed of the nonlinear parameters: permeability μ , reversible permeability μ_r , and hysteresis parameter s independently measured from the past magnetization history. By the backward Euler method with automatic modification, the transient analysis of this initial value problem is carried out. As a result, it is clarified that ferroresonance phenomenon could be observe secondary circuit of transformer. Moreover, computed transient response is well corresponding to measured one.

Keywords: Nonlinear, Ferromagnetic materials, Ferroresonance, Electric machine

1 緒言

磁氣的結合など磁性材料の特性を積極的に利用し多彩な機能を有する電気機器が数多く開発され、実用化されている。しかし、磁性材料の持つ磁気飽和、ヒステリシス、渦電流等の特性は、時として磁性材料を用いる電気機器において、予測困難で複雑なシステム応答を示す場合がある。したがって、磁性材料を含む電磁界解析の高信頼化は、高度化する電気機器の設計に必要不可欠であり、予測し難いシステム応答の解明に重要な役割を果たす。このような現状と共に、近年のパーソナルコンピュータの演算速度の高速化は目覚しく、比較的大規模な有限要素解、非線形解析をも遂行可能としつつある。

磁気ヒステリシスを表現するためにさまざまな磁化特性モデルが提案されているが、その大半は過去の磁気履歴や物理的要因、例えば、残留磁気、残留応力等によって影響を受けるパラメータを用いている。このため、履歴特性を表現するパラメータそのものが履歴を含むことに起因して、再現される履歴現象は限定されることとなる。磁性材料を含む電磁界解析のキーは、材料の特性を表現する磁化特性モデル、すなわち構成方程式を導出し、Maxwell の方程式を解くことに帰す

る。以前から早野・齋藤らが提案する Chua 型磁化特性モデルに関し、強磁性体特有の現象であるヒステリシス、磁気余効、鉄共振現象などのシミュレーションおよびその実験的検証に成功し、電気機器設計に有用な鉄損、周波数特性、表皮深さに関する報告がなされている[1,2]。さらに他の代表的磁化特性モデルとの関係も明らかにされている[1,2,3]。

本論文では、Chua 型磁化特性モデルを用いて変圧器に於ける二次鉄共振回路の非線形現象に関して報告する。定電流特性となる直列鉄共振回路と定電圧特性となる並列鉄共振回路を Chua 型磁化特性モデルの構成方程式より導出される回路方程式を状態変数法で表現し、逐次修正型後方オイラー法を用いて過渡解析を行う[4]。その結果、磁性体の磁気飽和のみならずヒステリシス特性を考慮した変圧器に於ける鉄共振現象が解析可能であることを報告する。

2 Chua 型磁化特性モデル

鉄共振回路の過渡解析を行うために、式(1)で表現される Chua 型磁化特性モデルの構成方程式を用いる。

$$H = \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{s} \left(\frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt} \right) \quad (1)$$

式(1)の右辺第 1 項は静的な磁区状態を表し、第 2 項は動的な磁区状態を表す。ここで、 H 、 B はそれぞれの磁界の強さ H [A/m]と磁束密度 B [T]を表し、 μ 、 μ_r 、 s は Chua 型磁化特性モデルのパラメータであり、それぞれ透磁率[H/m]、可逆透磁率[H/m]、ヒステリシス係数[Ω/m]である。この 3 パラメータは、過去の履歴や駆

連絡先： 松尾 佳祐，〒184-8584 東京都小金井市梶野町 3-7-2，法政大学大学院工学研究科電気工学専攻齋藤兆古研究室，

e-mail: matsuo@ysaitoh.k.hosei.ac.jp

^{*1}法政大学

動周波数に依存しない方法で導出，測定されることが磁化特性モデル構成に関する最大のキーポイントである[5]．

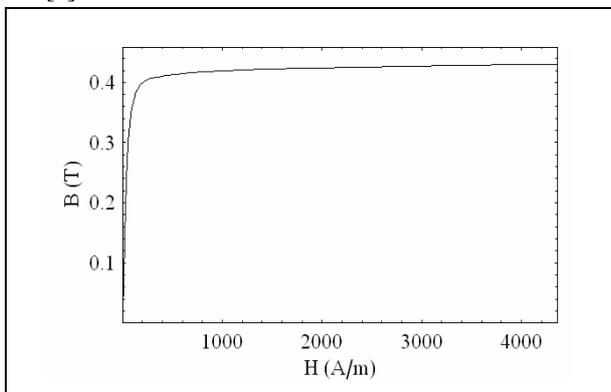


Fig.1 Magnetization Curve Giving Permeability μ (TDK H5A)

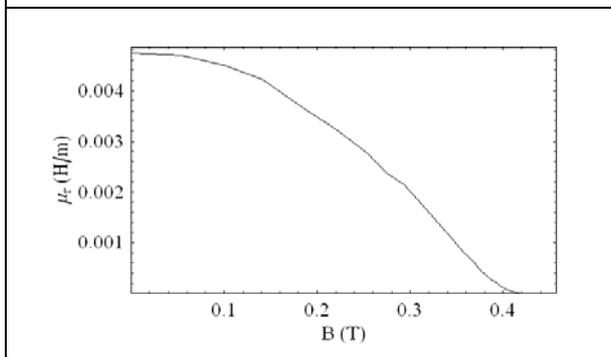


Fig.2 Reversible Permeability μ_r (TDK H5A)

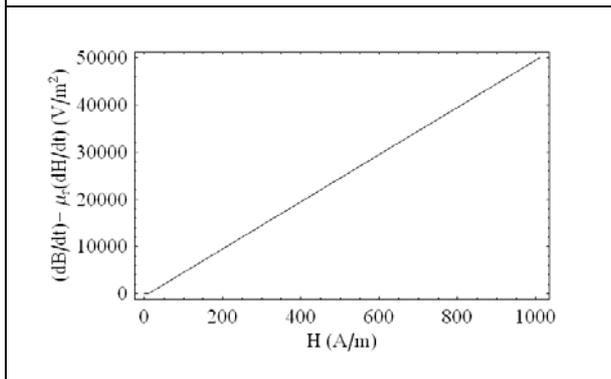


Fig.3 Hysteresis Parameter s (TDK H5A)

透磁率 μ は各点において交流消磁をして得られる理想磁化曲線から決定する．飽和値に達する周期的磁化状態のヒステリシスループにおいて，同一磁束密度における上昇曲線と下降曲線それぞれの磁界の平均値をトレースすると近似理想磁化曲線が得られることが知られている．この理想磁化曲線は過去の履歴を交流消

磁して得られるから過去の履歴に無関係である．

可逆透磁率 μ_r もまた，過去の履歴に依存しないパラメータでなければならない．よって，過去の履歴に無関係である理想磁化曲線測定時におけるマイナーループ，すなわち理想磁化曲線測定時に得られる増分透磁率を用いる．この増分透磁率を測定する場合，渦電流や表皮効果の影響を削減するため，極めて低周波の励磁電圧を用いて測定する必要がある．

ヒステリシス係数 s は，磁束密度 $B=0$ 時のサーチコイル誘起電圧より dB/dt と電流波形より dH/dt を求めることで決定できる．磁束密度 $B=0$ 時の磁界 H は，保磁力 H_c に対応するから式(1)よりヒステリシス係数 s は，

$$s = \frac{1}{H_c} \left(\frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt} \right) \quad (2)$$

となる．結果として，励磁電圧を変化させ，磁束密度 $B=0$ 時の dB/dt と dH/dt より，ヒステリシス係数 s が求まる．また，可逆透磁率 μ_r は $B=0$ のとき最大となるため，ヒステリシス係数を求める式(2)で使用する値は最大可逆透磁率である．

磁化特性モデルは，磁気履歴を表現しようとするものであり，モデルを構成するパラメータ自身が過去の履歴に依存するようなものであってはならない．Figs.1-3 は実験で測定されたフェライトコア((TDK H5A)の Chua 型モデルのパラメータ μ , μ_r , s を与える曲線である．本論文ではこれらのパラメータを解析に用いる．

3 鉄共振回路の解析

3.1 直列鉄共振回路

本論文の解析対象は，Fig.4 に示すように変圧器の 2 次側が R-L-C 直列回路を構成するものである．

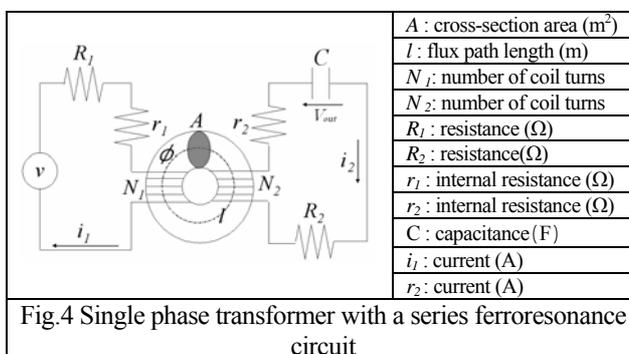


Fig.4 Single phase transformer with a series ferroresonance circuit

式(1)の構成方程式を Fig.4 に示す変圧器として用いられるトロイダルコアの磁路 l に沿って線積分するこ

とで, 電流 i_1, i_2 と磁束 の関係式(3)を得る .

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 + \frac{\mu_r}{s} (N_1 \frac{di_1}{dt} - N_2 \frac{di_2}{dt}) = \frac{l}{\mu A} \phi + \frac{l}{sA} \frac{d\phi}{dt} \quad (3)$$

Fig.4 に示す回路より, 電流 i_1, i_2 とその時間微分 $di_1/t, di_2/t$ は以下式(4)-(7)でそれぞれ与えられる .

$$i_1 = (v - N_1 \frac{d\phi}{dt}) / (R_1 + r_1) \quad (4)$$

$$i_2 = -(N_2 \frac{d\phi}{dt} + V_{out}) / (R_2 + r_2) \quad (5)$$

$$\frac{di_1}{dt} = (\frac{dv}{dt} - N_1 \frac{d^2\phi}{dt^2}) / (R_1 + r_1) \quad (6)$$

$$\frac{di_2}{dt} = -(N_2 \frac{d^2\phi}{dt^2} + \frac{dV_{out}}{dt}) / (R_2 + r_2) \quad (7)$$

式(4)-(7)を電流 i_1, i_2 とその時間微分 $di_1/t, di_2/t$, 磁束 の関係式である式(3)に代入し, 解くべき連立微分方程式(8), (9)を得る .

$$\frac{\mu_r}{s} (\frac{N_1^2}{R_1 + r_1} + \frac{N_2^2}{R_2 + r_2}) \frac{d^2\phi}{dt^2} = \frac{l}{\mu A} \phi - (\frac{N_1^2}{R_1 + r_1} + \frac{N_2^2}{R_2 + r_2} + \frac{l}{sA} - \frac{\mu_r}{s} \frac{N_2^2}{C(R_2 + r_2)}) \frac{d\phi}{dt} \quad (8)$$

$$- (\frac{N_2}{R_2 + r_2} + \frac{\mu_r}{s} \frac{N_2}{C(R_2 + r_2)}) V_{out} + \frac{N_1}{R_1 + r_1} v + \frac{\mu_r}{s} \frac{N_1}{R_1 + r_1} \frac{dv}{dt} - \frac{dV_{out}}{dt} = -(N_2 \frac{d\phi}{dt} + V_{out}) / (CR_2 + Cr_2) \quad (9)$$

式(8), (9)から式(10)の状態変数方程式が導かれる .

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \phi \\ \frac{d\phi}{dt} \\ V_{out} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi \\ \frac{d\phi}{dt} \\ V_{out} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ u \\ 0 \end{pmatrix} \quad (10)$$

式(10)の非線形状態変数方程式を時間刻み幅自動逐次修正型後方オイラー法を適用して解く . [6]

3.2 直列鉄共振回路の解析結果

Table.1 に示す定数を用いて変圧器の直列鉄共振回路の過渡解析を行った .ここでコンデンサ容量 C の決

定方法であるが, 鉄共振現象は LC 共振に基づいているから共振する条件を勘案しなければならない .

μ : permeability (H/m)	Fig. 1
μ_r : reversible permeability (H/m)	Fig. 2
s : hysteresis parameter(Ω /m)	Fig. 3
A : cross-section area (m^2)	48.0×10^{-6}
l : flux path length (m)	75.4×10^{-3}
N_1 : number of coil turns	100
N_2 : number of coil turns	50
R_1 : resistance (Ω)	800.0
R_2 : resistance(Ω)	1
r_1 : internal resistance (Ω)	0.4
r_2 : internal resistance (Ω)	0.2
C: capacitance (F)	4.0×10^{-6}

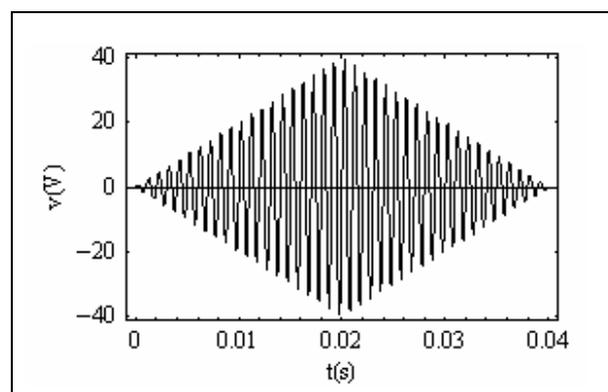


Fig.5 Driving voltage

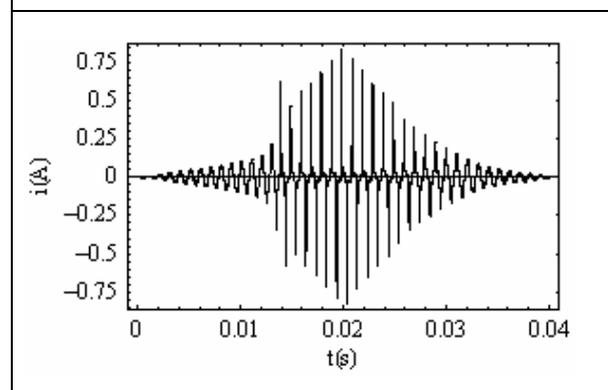


Fig.6 Secondary current (computed)

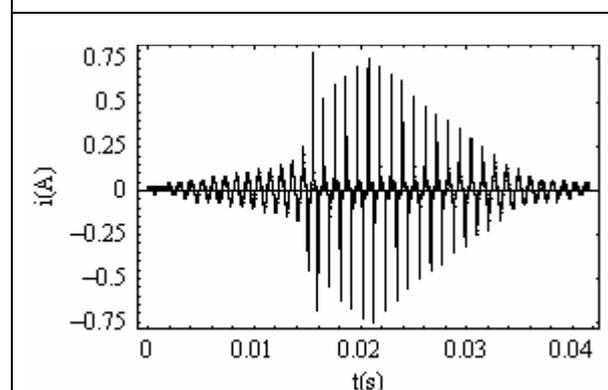
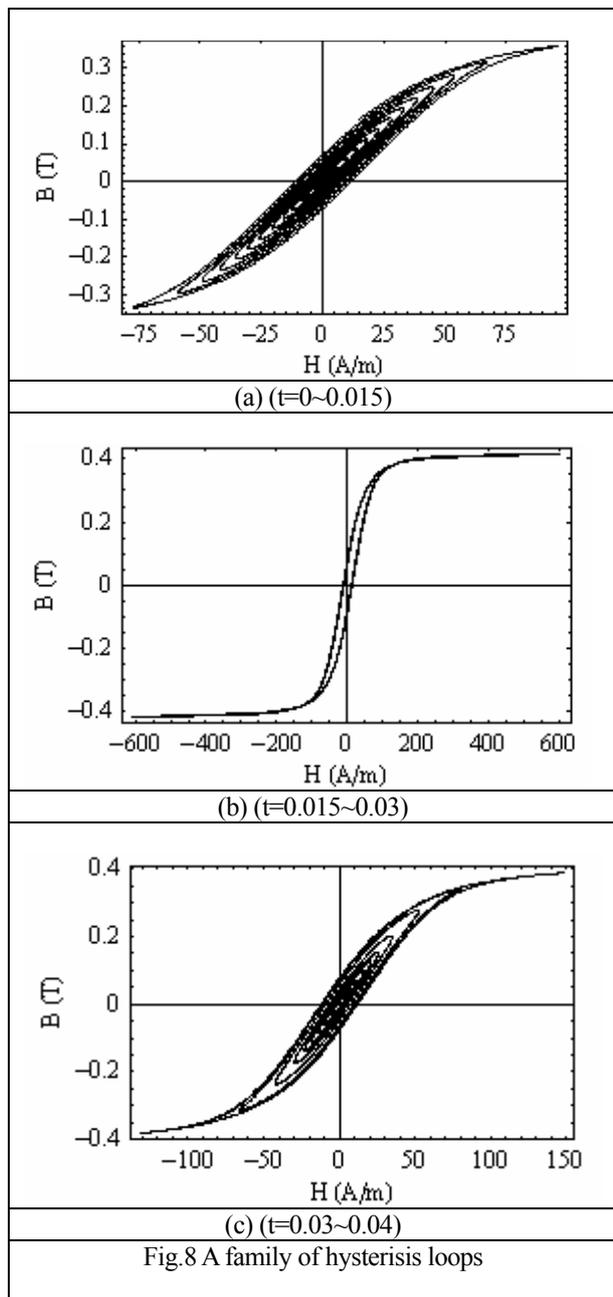


Fig.7 Secondary current (Measured)

本論文においては、以下の手順でコンデンサ容量 C を決定した。

- 1)飽和領域に入る直前周辺の透磁率 μ を選ぶ
- 2)変圧器の等価回路における 2 次側の自己インダクタンス L_2 を求める
- 3)共振条件と励磁周波数からコンデンサ容量を決める。



Figs.5, 6 はそれぞれ入力となる駆動電圧 v , 計算結果と実験結果の 2 次電流 i_2 の時間領域波形である。Fig.5 の駆動電圧は、周波数を 1kHz 一定にし、振幅 0V から駆動を開始し、振幅を徐々に増加させ 40V まで増加させた後、振幅を徐々に減少させている。Figs.6, 7

では $t=0.015[s]$ 付近において 2 次側の電流が急激に増加し、その後持続して左右非対称になる典型的な直列鉄共振現象を示している。また、Figs.6, 7 において計算値と実験値を比較すると、よく一致しており Chua 型モデルの妥当性を示している。

Figs.8(a), (b), (c) はそれぞれ共振前、共振中、共振後のヒステリシスループを表したものである。共振前では徐々に振幅が増加し線形的なヒステリシスループを描いている。共振中は飽和領域まで達する大振幅ヒステリシスループを描いている。共振後は共振前と比較して急激に減少しながら線形的なヒステリシスループを描いている。

3.3 並列鉄共振回路

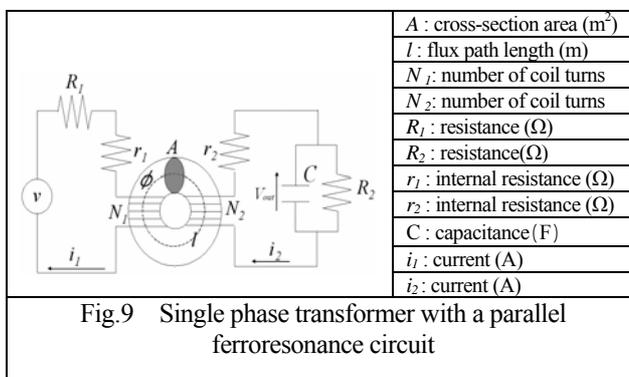


Fig.9 に示す変圧器の 2 次側を R-L-C 並列回路とした並列鉄共振回路を考える。

Fig.9 に示す回路より、電流 i_1, i_2 とその時間微分 $di_1/t, di_2/t$ は式(11)-(14)でそれぞれ与えられる。

$$i_1 = (v - N_1 \frac{d\phi}{dt}) / (R_1 + r_1) \quad (11)$$

$$\frac{di_1}{dt} = (\frac{dv}{dt} - N_1 \frac{d^2\phi}{dt^2}) / (R_1 + r_1) \quad (12)$$

$$i_2 = (N_2 \frac{d\phi}{dt} - V_{out}) / r_2 \quad (13)$$

$$\frac{di_2}{dt} = \frac{N_2}{r_2} \frac{d^2\phi}{dt^2} - \frac{N_2}{Cr_2^2} \frac{d\phi}{dt} + \frac{V_{out}}{Cr_2^2} + \frac{V_{out}}{Cr_2 R_2} \quad (14)$$

式(11)-(14)を電流 i_1, i_2 とその時間微分 $di_1/t, di_2/t$, 磁束 の関係式である式(3)に代入し、解くべき連立微分方程式(15)を得る。

$$\frac{\mu_r}{s} \left(\frac{N_1^2}{R_1+r_1} + \frac{N_2^2}{r_2} \right) \frac{d^2\phi}{dt^2} = -\frac{l}{\mu A} \phi - \left(\frac{N_1^2}{R_1+r_1} + \frac{N_2^2}{r_2} + \frac{l}{sA} - \frac{\mu_r N_2^2}{s c r_2^2} \right) \frac{d\phi}{dt} \quad (15)$$

$$+ \left(\frac{N_2}{r_2} - \frac{\mu_r N_2}{s c r_2^2} - \frac{\mu_r N_2}{s c r_2 R_2} \right) V_{out} + \frac{N_1}{R_1+r_1} v + \frac{\mu_r N_1}{s R_1+r_1} \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dV_{out}}{dt} = \frac{N_2}{C r_2} \frac{d\phi}{dt} - \frac{V_{out}}{C r_2} - \frac{V_{out}}{C R_2} \quad (16)$$

式(15) ,(16)から式(17)の状態変数方程式が導かれる .

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \phi \\ \frac{d\phi}{dt} \\ V_{out} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi \\ \frac{d\phi}{dt} \\ V_{out} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

式(17)を直列鉄共振回路と同様に時間刻み幅逐次自動修正型後方オイラー法を適用して解き , 並列鉄共振回路の過渡解析を行う .

3.4 並列鉄共振回路の解析結果

Table.2 に示す定数を用いて変圧器を含む並列鉄共振回路の過渡解析を行った . コンデンサ容量 C は , 直列鉄共振の場合と同様の方法で決定した .

μ : permeability (H/m)	Fig. 1
μ_r : reversible permeability (H/m)	Fig. 2
s : hysteresis parameter(Ω/m)	Fig. 3
A : cross-section area (m^2)	48.0×10^{-6}
l : flux path length (m)	75.4×10^{-3}
N_1 : number of coil turns	100
N_2 : number of coil turns	50
R_1 : resistance (Ω)	500.0
R_2 : resistance(Ω)	1000
r_1 : internal resistance (Ω)	0.4
r_2 : internal resistance (Ω)	0.2
C : capacitance(F)	4.0×10^{-6}

Figs.10-12 はそれぞれ入力駆動電圧 v , 計算結果と実験結果の出力電圧 V_{out} の時間領域波形である . Fig.10 の駆動電圧は , 周波数を 1kHz 一定にし , 振幅 0V から駆動を開始し , 振幅を徐々に増加させ 20V まで増加させた後 , 振幅を徐々に減少させている . Figs.11, 12 は , $t=0.019[s]$ 付近において , 出力電圧が減少しその後一定電圧となっており出力電圧が左右非対称であり、典型

的な並列鉄共振現象を示している . また Figs.11, 12 から、計算値と実験値はよく一致していることが判る .

Figs.13 (a), (b), (c)はそれぞれ共振前 , 共振中 , 共振後のヒステリシスループを表したものである . 共振前では振幅が徐々に増加しながら線形的なヒステリシスループを描いている . 共振中は振幅が飽和領域まで達する大振幅ヒステリシスループを描いている . 共振後は共振前と比較して急激に振幅が減少しながら線形的なヒステリシスループを描いている .

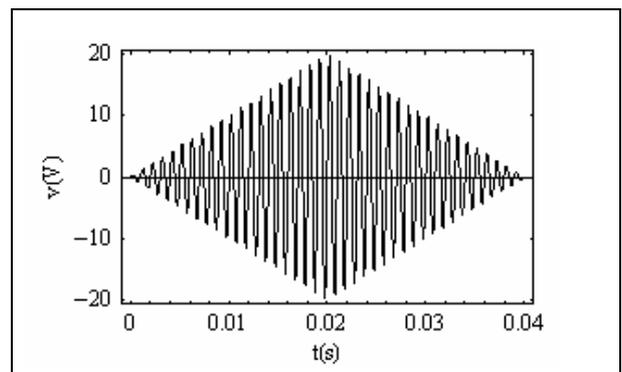


Fig.10 Driving voltage

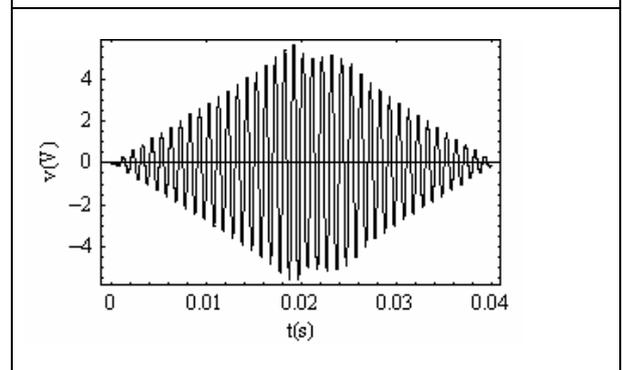


Fig.11 Secondary output voltage (computed)

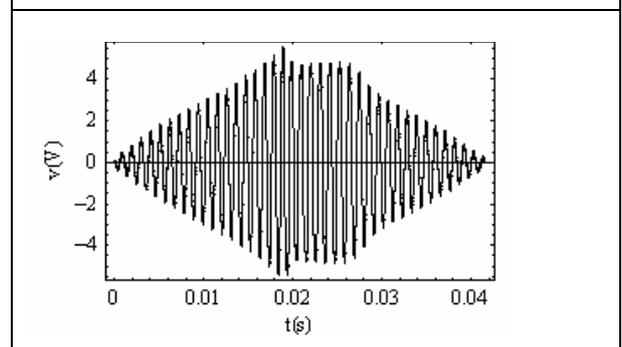


Fig.12 Secondary output voltage (Measured)

4 結言

本論文では Chua 型磁化特性モデルを用いて変圧器を含む鉄共振回路の過渡解析を行い、変圧器の2次側に於ける鉄共振現象を解析可能とした。これにより、共振現象が起こるためには、飽和領域に入る直前の透磁率を用いた2次側の自己インダクタンスと共振するようにコンデンサ容量を決定する必要があることが判明した。

従来、鉄共振現象は比較的多く解析されているが、磁性体の磁化特性で磁気飽和現象のみならず磁気履歴現象を勘案した現実に即応した解析を可能としたと考える。

参考文献

- [1] 早野誠治, “磁性材用の構成方程式に関する研究”, 法政大学学位論文 (1995-1)
- [2] Y. Saito, M. Namiki, and S. Hayano, “A Magnetization Model for Computational Magnetodynamics”, J. Appl Phys., Vol.69, No.8, pp.5684-5686, (1991-4)
- [3] Y. Saito, S. Hayano, and Y. Sakaki, “A Parameter Representing Eddy Current Loss of Soft Magnetic Materials and Its Constitutive Equation”, J. Appl. Phys., Vol.64, No.10, pp.5684-5686(1988-11)
- [4] R.S.Varger, “Matrix Iterative Analysis”, Prentice-hall, NJ (1962)
- [5] 遠藤久, 早野誠治, 齋藤兆古, “可飽和インダクタンスを含む回路解析に関する考察”, 電気学会マグネティクス研究会資料, MAG-02-139
- [6] 田中祐司, 齋藤兆古, “磁化特性のモデリングと電気機器可視化解析への応用”, 第 15 回 MAGDA コンファレンス in 桐生 講演論文集, pp104-109, (2006-11)

