

## 多層基板における周波数別電流分布推定法

白石加奈子<sup>○</sup>, 早野誠治, 斎藤兆古 (法政大学)  
堀井清之 (白百合女子大学)

### A Method of Frequency Classified Currents Estimation on Multi-Layered Circuit Board

Kanako SHIRAIKI, Seiji HAYANO,  
Yoshifuru SAITO, and Kiyoshi HORII

#### ABSTRACT

Principal purpose of this paper is to obtain the frequency classified current distribution on the multi-layered Printed Circuit Board without any decomposition and destruction. Only inverse approach, where the current distributions could be estimated from the locally measured magnetic fields around the electronic devices, enables us to carry out this non-destructive inspection. Since the modern PCB is composed of a lot of semi-conductor elements processing various frequency signals, then we focus on the frequency classified current distributions. Concretely, at first, we have measured magnetic field from the top and bottom sides of a PCB. Second, we have applied Fourier transform to the output sensor signals in order to classify the measured magnetic field into the distinct frequency components. Third, solving for the linear system of equations to each of the classified magnetic fields yields the frequency classified current distributions on each of PCB layers. Finally, convolution of the obtained current distributions between the top and bottom sides of estimation exactly identifies the current flowing paths.

Keywords : Printed circuit board, Inverse problem, Visualization

#### 1. まえがき

現在、携帯電話、パソコン、ファックス、エアコン等の多くの電気・電子機器が我々の日常生活においても必要不可欠となり広汎に普及している。それに伴い、従来の機器よりもより小型化、軽量化を実現するため、プリント基板の需要が高まっている。電子デバイスを解体せずに内蔵されたプリント基板の電流分布を可視化することが可能であれば、デバイスの検査だけでなく、放射磁界の削減対策にも非常に有用である。しかし、発生する磁界は無限遠点にまで広がっているため、空間中に分布する全磁界を測定することは不可能である。したがって、局所的に測定された磁界分布から磁界源となる電流分布を推定する逆問題を解かなければならぬ<sup>1)2)</sup>。

筆者らはこれまでに電気電子機器中の電磁界源可視化システム開発・実現を目的とし、理論的および実験的検証を行ってきた<sup>4)7)</sup>。文献7)では、測定磁界と磁界源である電流との関係から線形システム方程式を導出し、それを解くことで密閉された立方体内の電流分布を可視化可能であることを報告した。

本論文では、多層基板中の電流分布を周波数別に推定する方法を提案する。本論文の手法の妥当性を検討する第1段階として、多層プリント基板の代わりに、3個の平面形励磁コイルを積層し、各コイルに異なる周波数の電流を通

電した多層コイルモデルを仮定する。多層コイルモデルの表面と裏面、それぞれに対してソレノイドコイルをサーチコイルとして多層コイルモデルから発生する磁束に起因する誘導電圧を測定する。得られた電圧信号に対してフーリエ変換を適用し、周波数別に磁界を分類する。多層コイルモデルの表面と裏面それぞれの測定で得られる磁界分布データを入力としたシステム方程式を周波数別に導き、それらを独立に解くことでプリント基板上に分布する周波数別電流を推定する。

#### 2. 多層基板の周波数別電流分布推定法

##### 2.1 解析モデル

Fig. 1は、本論文で解析対象とする多層プリント基板を想定した多層コイルモデルである。多層コイルモデルは3個の平面形励磁コイルをz方向に積層して作成してある。各励磁コイルの大きさは、x, y方向ともに、11cmとした。さらに、多周波数成分をもつプリント基板を想定するため各励磁コイルに周波数A層10kHz, B層30kHz, C層50kHzの正弦波電流を通電した場合について議論を進める。Table 1, 2は、それぞれサーチコイルの仕様と各層の励磁コイルと測定点間の距離を記す。磁界測定点数は、x, y方向ともに1cm毎に11点とした。したがって、全体で空間的に121点の時系列サーチコイル誘起電圧を得る。

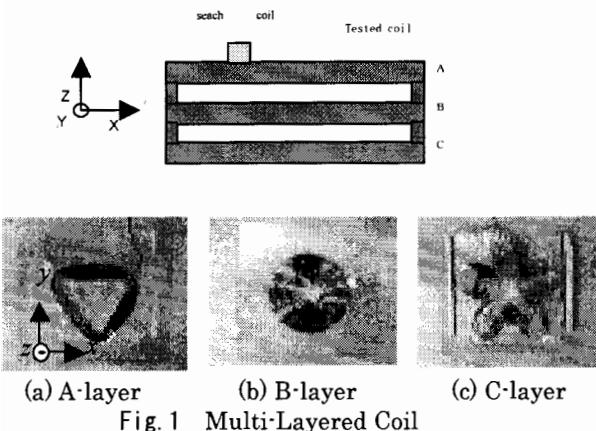


Table 1 Basic Dimension of Search Coil

Turn	Radius
144	0.5(cm)

Table 2 The Distance Between Each Layer and Measurement Surface

	top	bottom
A	0.6(cm)	1.3(cm)
B	0.9(cm)	1.0(cm)
C	1.3(cm)	0.6(cm)

## 2.2 周波数別測定磁界分布

測定磁界分布から電流分布を推定する場合、必然的に与えられる情報量が求めようとする解の情報量より圧倒的に少なくなる。本論文では、多層コイルの表面と裏面から、ソレノイドコイル型サーチコイルを用いて  $z$  方向磁界に起因する誘起電圧を測定し、与えられる情報量を増やすことを試みる。さらに、サーチコイルの巻き数を  $N$  として誘起電圧  $V(\omega)$  と磁束  $\Phi(\omega)$  との関係は、ファラデーの法則

$$V(t) = -N \frac{d\Phi(t)}{dt} \quad (1)$$

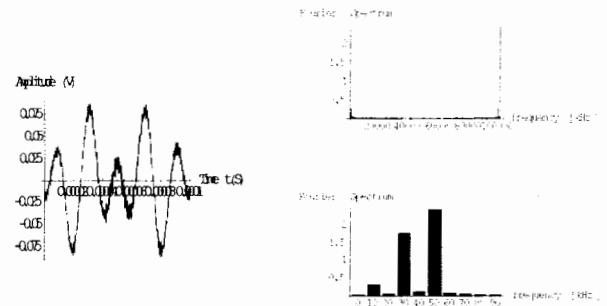
で与えられる。多層コイルに異なる周波数の電流を通電していることから、測定される誘起電圧は Fig. 2(a) のような歪波となる。ここでプリント基板の場合、系に非線形材料が存在しないことから重ね合わせの理が成り立つ。したがって、フーリエ変換を用いて各周波数成分の磁界に分解し、それぞれの成分について電流分布を推定する。フーリエ変換を用いて磁束のフーリエスペクトラム  $\Phi(\omega)$  は

$$\Phi(\omega) = -\frac{V(\omega)}{j\omega N} = B(\omega)S \quad (2)$$

である。ここで  $V(\omega)$ 、 $B(\omega)$  はそれぞれ誘起電圧、磁束密度のフーリエスペクトラムであり、 $j$  は虚数単位  $\sqrt{-1}$  である。真空中の透磁率を  $\mu_0$  とすれば、サーチコイルの誘起電圧と測定される磁界の関係は(3)式で与えられる。

$$H(\omega) = -\frac{V(\omega)}{j\omega\mu_0 NS} \quad (3)$$

Fig. 2(a) に示す時間領域波形のフーリエスペクトラムは同図(b)の上図である。支配的な振幅を持つ周波数成分は、同図(b)の下図に示す 10kHz, 30kHz, 50kHz 周波数成分である。これら周波数成分のみに対して(3)式の逆フーリエ変換することで、周波数別測定磁界分布を得る。Fig. 3 に各周波数における磁界分布の等高線を示す。色が濃い方と淡い方それぞれ負と正に対応し、紙面の奥から読者方向を正方向としている。



(a) Measured Waveform      (b) Fourier Spectrum  
Fig. 2 Induced Voltage by Search Coil

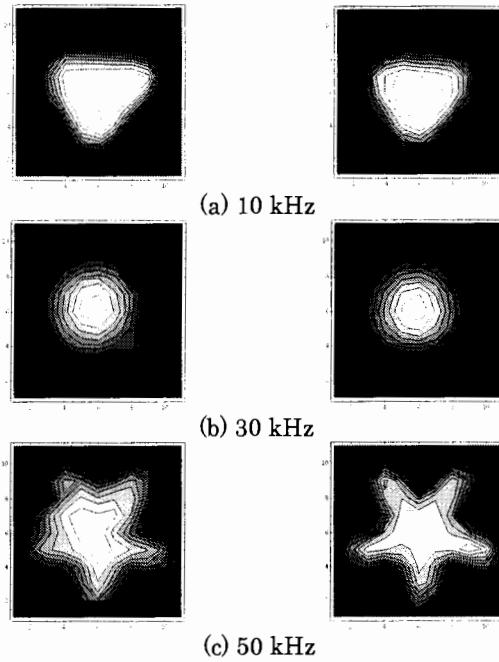


Fig. 3 Classified Magnetic Fields Distribution

## 2.3 微小ループ電流モデル

Fig. 3 に示した磁界分布それぞれに対して独立に線形システム方程式を解き、電流分布を推定する。本論文では、電流と磁界との関係を微小なループ電流で表現する微小ループ電流モデルを用いて線形システム方程式を導出する。

Fig. 4 に示すように、ある平面導体に分布する電流密度  $J$  を、平面導体上の磁界  $H$  を測定することによって求める問題を考える。変位電流密度  $\partial D / \partial t$  が無視できる系で電流密度  $J$  は磁界  $H$  と次式で関係づけられる。

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (4)$$

したがって、電流密度  $\mathbf{J}$  は必ず次式を満足しなければならない。

$$\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{H} = \nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (5)$$

(5)式の関係はキルヒホッフの節点則と等価であり、電流密度を面積について積分したある点に流入する電流  $i$  は流出電流と等しいことを意味する。 (5)式を自動的に満足する電流の一例は Fig. 4 に示す環状に循環するループ電流  $i$  である。これは環状導体の何れの部分でも必ず入る電流と出る電流が等しいことに起因する。ここでは推定される電流が Fig. 5 に示すループ電流でモデル化されると仮定する。Fig. 5 のループ電流  $i$  が与える円筒座標系の、 $z$  軸方向の磁界  $H_r, H_z$  はそれぞれ(6), (7)式で与えられる。

$$H_r = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{1}{\sqrt{(a+r)^2 + z^2}} \right] \left[ \frac{a^2 + r^2 + z^2}{(a-r)^2 + z^2} E(\kappa) - K(\kappa) \right] \quad (6)$$

$$H_z = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{z}{\sqrt{(a+r)^2 + z^2}} \right] \left[ \frac{a^2 - r^2 - z^2}{(a-r)^2 + z^2} E(\kappa) + K(\kappa) \right] \quad (7)$$

$$\kappa^2 = \frac{4ra}{(r+a)^2 + z^2} \quad (8)$$

これはループ電流  $i$  が与えられれば、ループの中心からループ面に沿った距離  $r$ 、ループ面からの高さ方向  $z$  における法線方向磁界  $H_z$  がアンペアの法則と同様な形(6)式で計算できることを意味する。

Fig. 5 のループ電流を微小ループ電流モデルに置き換える。電流の分布する対象導体を Fig. 6 に示すように微小長方形に分割し、分割された微小長方形中に電流ループを仮定する。円形ループの半径  $a$  は(9)式によって決める。

$$a = \sqrt{\left(\frac{dx}{2}\right)\left(\frac{dy}{2}\right)} \quad (9)$$

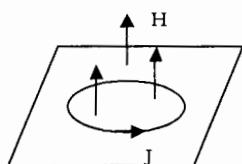


Fig. 4 Loop Current  $J$  and Magnetic Field  $H$

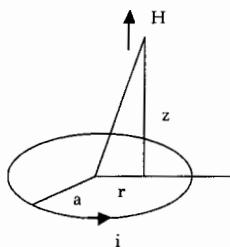


Fig. 5 Relationship Between the Loop Current  $i$  and Magnetic Field  $H$ .

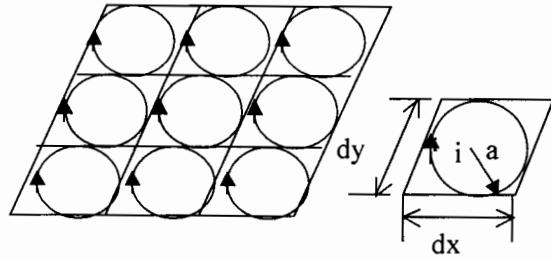


Fig. 6 Consider of Microscopic Loop Model

### 2.3 システム方程式

2.2 節で述べたように、導体上の磁界測定点と各ループの中心が一致するように対象を分割しループ電流モデルを適用すると、(10)式のシステム方程式が与えられる。

$$\mathbf{X} = D\mathbf{Y} \quad (10)$$

または

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & \cdots & d_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad (11)$$

全ループ数を  $n$  とすれば、 $X, Y, D$  はそれぞれ測定磁界を要素とする  $n$  次のベクトル、ループ電流の振幅を要素とする  $n$  次のベクトル、そして 2.2 節で導入した微小ループ電流モデルから得られる  $n \times n$  のシステム行列である。本論文では、 $z$  軸方向成分の磁界のみを測定しているのでシステム行列  $D$  は、(7)式より導かれる。また、導体上の磁界測定点と各ループの中心の  $x, y$  座標が一致するように対象を分割するため、行列  $D$  は正方行列になる。(11)式を直接逆行列法<sup>4)</sup>を用いて解き、各ループ電流の大きさを計算する。ループ電流は閉じた経路を流れているから、隣接するループ電流値間の差分演算となり、ループ電流分布の等高線に沿った形で流れていることになる。したがって、(11)式を解くことで得られるループ電流分布に対して回転演算を施すことで対象導体上の電流ベクトル分布を得ることができる<sup>5)</sup>。

### 2.4 電流ベクトルのたたみ込み演算

Fig. 7 で示した各周波数の磁界分布は、コイル間の誘導電流から生じる磁界分布も含まれている。このことは計算された Fig. 8 の電流分布にも影響を与えていくこととなる。各層の支配的な電流分布を抽出するために、電流ベクトル成分の最大値を 1 へ正规化した後、電流成分を格納した配列要素間の積を計算する過程により、実験と計算による誤差が反映したノイズ成分の値は、主要成分に比べより小さな値となる。いわゆる、たたみ込み演算(Convolution)で、表面と裏面に共通な電流分布を抽出する<sup>8)</sup>。その結果は、Fig. 9 に示すように、ノイズベクトルが削減されていることがわかる。Fig. 9 の結果から、周波数別の電流分布推定が原理的に可能であることが判る。

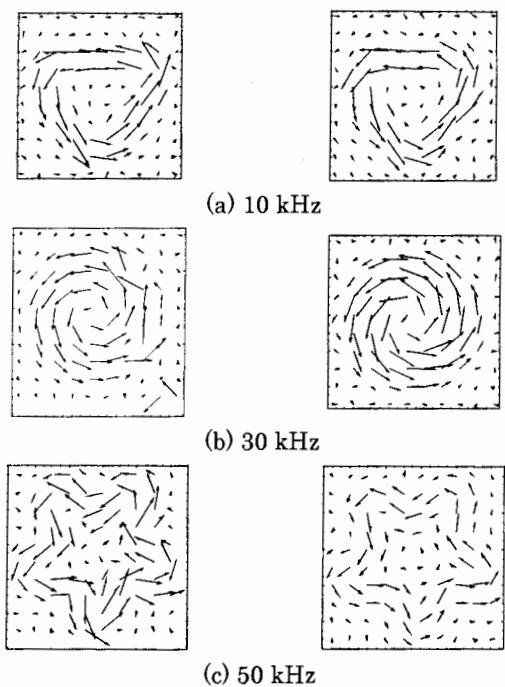
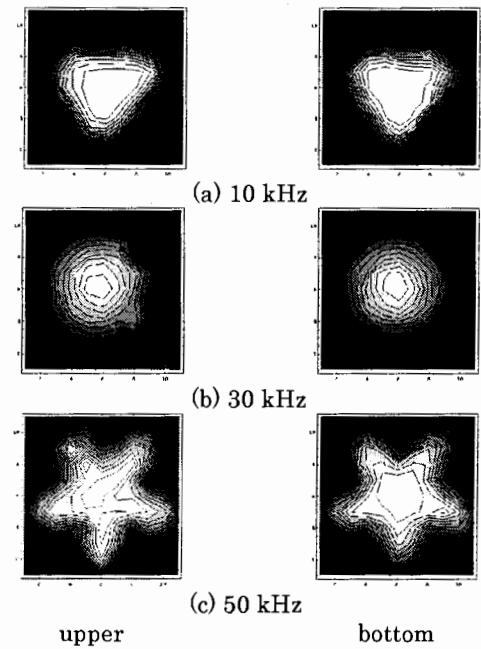


Fig. 8 Evaluated Current Distribution Vectors

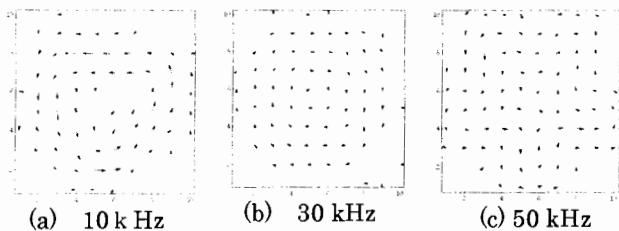


Fig. 9 Convolved Current Distribution Vectors

### 3.まとめ

本論文では、2次元電流分布可視化技術で用いられている磁界測定法と解析モデルを、多層基板の電流分布可視化法に適用した。検証実験において、フーリエ変換を用いることにより、時系列で測定された誘起電圧から磁界分布の周波数成分に分離できることを示した。分離された磁界分布と微小ループ電流モデルを用い、各層における電流分布の推定をおこなった。さらに多層コイルモデルの両面から、測定を行い両データの共通部分を抽出することで、ノイズの削減された支配的な電流分布が可視化可能であることを示した。今後は、コイル間の相互誘導を考慮し、より正確な電流分布推定法について検討している。

### 参考文献

- 1) Tatuya, D., Seiji, H. and Yoshifuru, S.: Magnetic Field Distribute on Caused by a Notebook Computer and its Source Searching, Journal of Applied Physics, Vol. 79, No. 8, April, 1996, pp. 5214-5216.
- 2) Amane, T., Seiji, H. and Yoshifuru, S.: A Weighed Inverse Matrix Approach to Searching for the Electric Field Sources, IEEE Trans. Magn., Vol. 36, No. 4, pp1031-1034, 2000.
- 3) 遠藤久, 早野誠治, 斎藤兆古: 電磁界可視化手法に関する考察, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-00-70, 2001.
- 4) 宮原晋一郎, 早野誠治, 斎藤兆古, 遠矢弘和: 準3次元電磁界可視化システムの開発—その1. 基礎理論-, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-98-112, 1998
- 5) 宮原晋一郎, 早野誠治, 斎藤兆古, 遠矢弘和: 準3次元電磁界可視化システムの開発—その2. -, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-98-262, 1998
- 6) 宮原晋一郎, 早野誠治, 斎藤兆古, 遠矢弘和: 準3次元電磁界可視化システムの開発, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-99-153, 1999
- 7) 関島大志朗, 宮原晋一郎, 早野誠治, 斎藤兆古: 準3次元電流分布推定法に関する研究, 電学論, Vol. 120-A, No. 10, pp. 907-912, 2000.
- 8) Kanako, S., Seiji, H. and Yoshifuru, S.: Visualization of 2D Current Distributions along with Convolution Processing, Proceedings of ASAEM' 2001-Hangzhou May 2001.