

局所直交座標系による
M C G , M E G 解析
- S Q U I D センサの最適配置 -

The locally orthogonal coordinate systems for MCG and MEG analyses

早乙女 英夫 齋藤 光古

H. Saotome Y. Saito

法政大学 工学部

College of Engineering, Hosei University

1. まえがき

超高感度磁束計 (S Q U I D) によって測定可能な心磁図 (M C G) 、脳磁図 (M E G) は、心電図 (E C G) や脳波 (E E G) からは抽出困難な医療診断情報を含んでいるおり、数多くの実測および解析が行われている [1 - 6]。しかしながら、これらの心磁図および脳磁図解析技術の研究は、未だ成熟期には達してはおらず、今尚発展状態にある。心磁図や脳磁図から医療診断情報を抽出することは、局所的に得られた磁界パターンからこれを生じる心臓もしくは脳内の電流分布を求めるに帰し、すなわち逆問題解析を行うこととなる。

著者らは、この逆問題解析手段として Sampled Pattern Matching (S P M) 法を提唱し、これを眼磁図 (M O G) 、心磁図および脳磁図などの生体磁気応用、さらに産業応用として金属材料の非破壊検査 (N D T) へ適用してきた [7 - 1 2]。これらの解析では、 $x - y - z$ デカルト座標系を用いて磁界源である電流双極子 (電流素片) 推定を行った。電流双極子は、電界を与える電荷分布を推定する場合と異なり、それ自身が空間ベクトル量であることから、磁界源の位置のみの推定だけではなく、その空間的角度の推定も必要となる。計算機を用いた解析において、電流双極子ベクトルの角度を同定することは、多くの繰り返し演算を要し、過大な C P U 時間を必要とする。すなわち、例えば電流双極子の $x - y$ 平面上の角度を 5 度の分解能で求めようすると、空間中のひとつの点に対し、72 回の推定演算が必要となる。逆問題解析におけるひとつの課題として、推定結果が出るまでの演算時間の削減がある。本稿では、電流双極子ベクトルの 2 成分の作る磁界パターン間の直交性が成立する局所直交座標系を提案し、これによりこの電流双極子ベクトルの 2 成分が独立に推定できることを示す。具体的には、図 1 および 2 に示した円筒および球座標系をそれぞれ心磁図および脳磁図解析へ適用し、従来必要であった電流双極子の角度推定のためのスキャニング演算を不要とするものである。これにより、リアルタイムに近い医療診断情報の提供が可能となる。

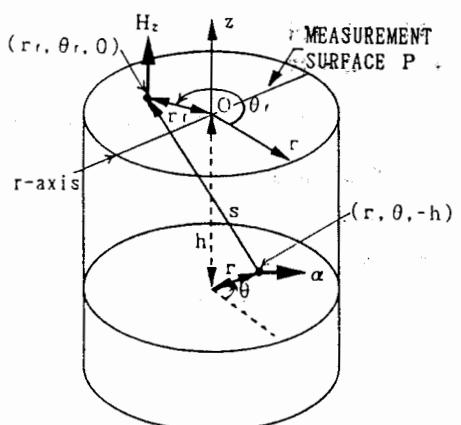


図 1. 心磁図解析用円筒座標系

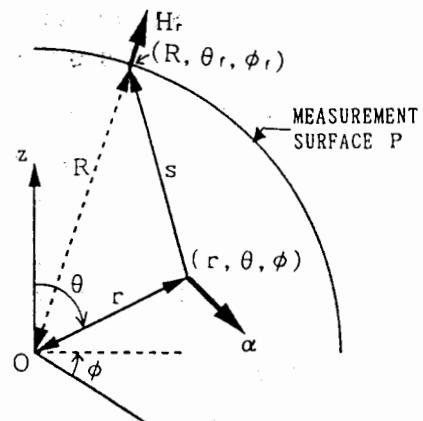


図 2. 脳磁図解析用球座標系

2. 心磁図および脳磁図解析のシステム方程式

心磁図および脳磁図は磁界パターンであり、これらの解析のための支配方程式は測定磁界 \mathbf{H} とその源、すなわち、電流密度 \mathbf{J} との関係によって表される。磁界測定は磁界源の存在しない体外でしかも局所的に行われる所以、 \mathbf{H} と \mathbf{J} が同一点にある場合の $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$ の関係式は適用できず、次式の如く \mathbf{H} と \mathbf{J} との距離に依存するグリーン関数 G によって表される積分形式の支配方程式を解くこととなる。

$$\mathbf{H} = \nabla \times \int_V G \mathbf{J} d\mathbf{v} \quad (1)$$

ここで、体積積分は磁界源の推定領域 V について行う。また、電流密度 \mathbf{J} と微小体積 $d\mathbf{v}$ との積 $\mathbf{J} d\mathbf{v}$ は、電流とその経路との積、すなわち、電流双極子ベクトルとなり、これを図 1 および 2 に示した如く α と記す。

現在までに測定されている心磁図および脳磁図は測定面の法線方向成分のみを捉えたものであり、正接方向成分も同時測定可能な装置の開発が期待されている。実際には、心磁図では平面状測定面の法線方向、すなわち、図 1 の円筒座標系における z 方向成分 H_z 、そして脳磁図では図 2 の球面状測定面の法線成分 H_r がそれぞれ測定されることになる。従って、推定される電流双極子ベクトル α について、(1) 式の回転演算から、心磁図では r および θ 方向成分のみ、また、脳磁図では θ および ϕ 方向成分のみが推定対象となる。

心磁図解析に円筒座標系を適用すると、測定された H_z は 2 成分 H_{zr} および $H_{z\theta}$ に分解して考えることができる。

$$H_z = H_{zr} + H_{z\theta} \quad (2)$$

ここで、 H_{zr} および $H_{z\theta}$ はそれぞれ電流双極子ベクトル α の r 方向成分 α_r お

より θ 方向成分 α_θ によって生じた磁界成分である。円筒座標系における空間単位ベクトル e_r , e_θ および e_z を用いると H_{zr} および $H_{z\theta}$ はそれぞれ次式の如く与えられる。

$$H_{zr} = \frac{(\alpha_r e_r) \times s}{4 \pi |s|^3} \cdot e_z \quad (3a)$$

$$H_{z\theta} = \frac{(\alpha_\theta e_\theta) \times s}{4 \pi |s|^3} \cdot e_z \quad (3b)$$

ここで、距離ベクトル s は図 1 に示した如く、 H_z と α の位置関係によって決まる。円筒座標系では、これら磁界成分間の直交性が成立する。

$$\int_P H_{zr} H_{z\theta} dS = 0 \quad (4)$$

ここで、面積分は、図 1 の円形磁界測定面全域 P に渡って行う。この直交性は、 H_{zr} および $H_{z\theta}$ による磁界パターンが、図 1 の r 軸に沿ってそれぞれ奇関数および偶関数となっているため生じ、通常用いられるデカルト座標では同様の直交性は得られない。

$$\int_P H_{zx} H_{zy} dS \neq 0 \quad (5)$$

ここで、 H_{zx} および H_{zy} は $x - y - z$ デカルト座標系における電流双極子ベクトルの x および y 方向成分による磁界成分である。

図 2 の球座標系においては、円筒座標系と同様、以下の様なフォーミュレーションが行える。測定された法線方向磁界 H_r は 2 成分 $H_{r\theta}$ および $H_{r\phi}$ に分解して考えることができる。

$$H_r = H_{r\theta} + H_{r\phi} \quad (6)$$

$H_{r\theta}$ および $H_{r\phi}$ は、球座標系における電流双極子ベクトル α の θ 方向成分 α_θ および ϕ 方向成分 α_ϕ によって生ずる磁界成分である。この場合も、

$$\int_P H_{r\theta} H_{r\phi} dS = 0 \quad (7)$$

が成立する。ここで、面積積分範囲 P は球面状測定面全域である。球座標系における空間単位ベクトル e_r , e_θ および e_ϕ を用いると、 $H_{r\theta}$ および $H_{r\phi}$ は、

$$H_{r\theta} = \frac{(\alpha_\theta e_\theta) \times s}{4 \pi |s|^3} \cdot e_r \quad (8a)$$

$$H_{r\phi} = \frac{(\alpha_\phi e_\phi) \times s}{4 \pi |s|^3} \cdot e_r \quad (8b)$$

となる。ここで、距離ベクトル s は図 2 に示した。

(1) 式の支配方程式を円筒および球座標系を用いてその積分領域 V を m

個の微小体積に離散化すると、心磁図および脳磁図解析のシステム方程式が導かれる。

$$u = \sum_{j=1}^n (\alpha_{pj} d_{pj} + \alpha_{qj} d_{qj}) \quad (9a)$$

ここで、 u は測定された心磁図または脳磁図パターンであり、添え字 p および q は、円筒座標系では $p=r$ 、 $q=\theta$ 、そして球座標系では $p=\theta$ 、 $q=\phi$ である。また、 α_{pj} および α_{qj} は、(1)式の体積積分領域V内の点 j における電流双極子ベクトルの各 p 、 q 成分であり、測定面にそれぞれ d_{pj} および d_{qj} のパターンを与える。測定点数を n とすると、 u 、 d_{pj} および d_{qj} は n 次の列ベクトルとなり、

$$u = [H_{w1}, H_{w2}, \dots, H_{wn}]^T \quad (9b)$$

$$\begin{aligned} d_{pj} = & \{1/(4\pi)\} [(e_{pj} \times s_{1j}) \cdot e_{w1} / |s_{1j}|^3, (e_{pj} \times s_{2j}) \cdot e_{w2} / |s_{2j}|^3, \\ & \dots, (e_{pj} \times s_{nj}) \cdot e_{wn} / |s_{nj}|^3]^T \end{aligned} \quad (9c)$$

$$\begin{aligned} d_{qj} = & \{1/(4\pi)\} [(e_{qj} \times s_{1j}) \cdot e_{w1} / |s_{1j}|^3, (e_{qj} \times s_{2j}) \cdot e_{w2} / |s_{2j}|^3, \\ & \dots, (e_{qj} \times s_{nj}) \cdot e_{wn} / |s_{nj}|^3]^T \end{aligned} \quad (9d)$$

として与えられる。ただし、添え字 w は、円筒座標系では $w=z$ 、球座標系では $w=r$ である。

3. 空間領域スペクトラム理論に基づく S P M 法

(9a)式において、 u は測定量、 d_{pj} および d_{qj} は(1)式の離散化によって決まる評価磁界パターンであり、 α_{pj} および α_{qj} が未知数である。ここで、連立方程式として(9a)式をみると、式の数に対応する n と未知数の数 m とは一般に不一致であり、

$$n < m \quad (10)$$

の関係がある。このことはすなわち、 α_{pj} および α_{qj} を一意的に求めることはできないことを意味する。このため、著者らは(9a)式の一意解を求めるのではなく、 α_{pj} および α_{qj} ($j=1, 2, \dots, m$) 全体によって空間に構成される一意的な解パターンを求める手法、すなわち、S P M法を開発した[7-12]。

(9a)式の評価列ベクトル d_{pj} および d_{qj} を基底ベクトルとみなした展開を考えると、 α_{pj} および α_{qj} はこれらに対する空間領域における電流双極子スペクトラムと考えることができる。この概念は正弦・余弦関数を基底関数として展開したフーリエ級数展開とのアナロジーによって説明できる。フ

フーリエ級数展開は時間関数 $f(t)$ を

$$f(t) = a_0/2 + \sum_{i=1}^{\infty} \{a_i \cos(i\omega t) + b_i \sin(i\omega t)\} \quad (11a)$$

と展開し、その周波数スペクトラム a_0 、 a_i および b_i を

$$a_0 = (2/T) \int_T f(t) dt \quad (11b)$$

$$a_i = (2/T) \int_T f(t) \cos(i\omega t) dt \quad (11c)$$

$$b_i = (2/T) \int_T f(t) \sin(i\omega t) dt \quad (11d)$$

として求めるものである。ただし、

$$\omega = 2\pi/T \quad (11e)$$

である。ここで、(9a) 式および (11a) 式を比較すると、 α_{pj} および α_{qj} は、(9a) 式の周波数領域スペクトラムに対して、空間領域の電流双極子スペクトラムに対応していることがわかる。フーリエ級数展開において、基底関数 $\cos(i\omega t)$ および $\sin(i\omega t)$ は、互いに直交している。

$$\int_T \cos(i\omega t) \sin(i\omega t) dt = 0 \quad (12)$$

(11c) および (11d) 式により周波数スペクトラム a_i および b_i が独立に求めることのできるのは、(12) 式が成立しているからである。また、高調波 i が通常と異なり、たとえ 1, 1.1, 1.2, ..., ∞ と変えていても上式は成立する。

本稿の SPM 法の新しいフォーミュレーションにおいて最も注目すべき点は、(4) および (7) 式の直交性であり、これはフーリエ級数展開における (12) 式に対応する。(4) および (7) 式を離散化して書くと、

$$\mathbf{d}_{pj}^T \cdot \mathbf{d}_{qj} = 0; p=r, q=\theta \text{ or } p=\theta, q=\phi \quad (13)$$

となる。従って、電流双極子スペクトラム α_{pj} および α_{qj} を規格化した γ_{pj} および γ_{qj} は、それぞれ独立に、次式によって与えられる。

$$\gamma_{pj} = \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{d}_{pj} / (\|\mathbf{u}\| \|\mathbf{d}_{pj}\|) \quad (14a)$$

$$\gamma_{qj} = \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{d}_{qj} / (\|\mathbf{u}\| \|\mathbf{d}_{qj}\|) \quad (14b)$$

これは、離散値系における (14a) および (14b) 式のベクトルの内積が、連続系（解析的な系）における 2 つの関数の畳み込み積分 (11c) および (11d) 式に対応するためである。また、(14a) および (14b) 式は、測定磁界パターン \mathbf{u} と評価磁界パターン \mathbf{d}_{pj} または \mathbf{d}_{qj} とのパターンマッチング度合いを示す指標とも考えることができる [7-12]。(14a)

および(14b)式において、これらの磁界パターンベクトルは規格化されており、 $\gamma_{\theta j}$ および $\gamma_{\phi j}$ はこれらのパターンが一致したとき、その最大値1をとる。磁界パターンベクトルを規格化したのは、電流双極子の位置推定はそれによって生ずる磁界パターンの振幅には依らず、磁界パターンの相似形状のみに依って決まるためである。

(14a) および (14b) 式の γ_{pj} および γ_{qj} より、空間上の点 j における規格化された電流双極子スペクトラム γ_j および $p-q$ 面上の角度 ϕ_j は、

$$\gamma_j = \sqrt{\gamma_{pj}^2 + \gamma_{qj}^2} \quad (14c)$$

$$\psi_j = \tan^{-1} (\gamma_{q,j} / \gamma_{p,j}) \quad (14d)$$

となる。ただし、角度 ϕ_j は γ_{pj} および γ_{qj} の符号を考慮して決定する。

デカルト座標においては、(5)式から明かな様に、電流双極子ベクトルの2成分は独立に求めることはできない。すなわち、電流双極子ベクトルの角度推定のために $x-y$ 平面上における角度の離散化を要し、空間上のひとつの点において繰り返しパターンマッチング演算が必要となる。

$j = 1, 2, \dots, m$ について (14a) - (14d) 式のプロセス終了後、 $j = k$ 、すなわち、 γ_k が $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_m$ のなかで最大値を取ったものとすると、SPM法ではさらに $j = 1, 2, \dots, m$ について以下のプロセスを実行する。測定された磁界パターン u が、異なる空間上の2点、 k および j 点によって生ずる4極のN-S磁極から構成されているものとすると、

$$\gamma_{p,k,j} = \mathbf{u}^T \cdot (\mathbf{d}_{p,k} + \mathbf{d}_{p,j}) / (\|\mathbf{u}\| \|\mathbf{d}_{p,k} + \mathbf{d}_{p,j}\|) \quad . \quad (15a)$$

$$\gamma_{q,k,i} = \mathbf{u}^T \cdot (\mathbf{d}_{q,k} + \mathbf{d}_{q,i}) / (\|\mathbf{u}\| \|\mathbf{d}_{q,k} + \mathbf{d}_{q,i}\|) \quad (15b)$$

$$\gamma_{kj} = \sqrt{\gamma_{pkj}^2 + \gamma_{qkj}^2} \quad (15c)$$

の最大値 γ_{kj} を得ることによって第 2 の電流双極子の位置を求めることがで
きる。

さらに、 u がより多数の N-S 磁極より成ると仮定すると、(14) より (15) 式と同様の演算を続けることになる。各磁極対数において得られた各々の最初のピーク値まで演算を続行することにより、

$$\gamma_1' = \sqrt{(\gamma_{p1} + \gamma_{pk1} + \dots)^2 + (\gamma_{q1} + \gamma_{qk1} + \dots)^2} \quad (16a)$$

$$\gamma_{\text{g}^*} = \sqrt{(\gamma_{\text{g}2} + \gamma_{\text{g}k2} + \dots)^2 + (\gamma_{\text{g}2} + \gamma_{\text{g}k2} + \dots)^2} \quad (16b)$$

$$r_k' = \sqrt{(r_{pk} + r_{pkk} + \dots)^2 + (r_{qk} + r_{qkk} + \dots)^2} \quad (16c)$$

$$\gamma_m^* = \sqrt{(\gamma_{b,m} + \gamma_{p,k,m} + \dots)^2 + (\gamma_{a,m} + \gamma_{q,k,m} + \dots)^2}, \quad (16d)$$

を得る。ここで、 h を続行された演算回数とすると、測定された磁界パターンの極対数は h であったと結論できる。

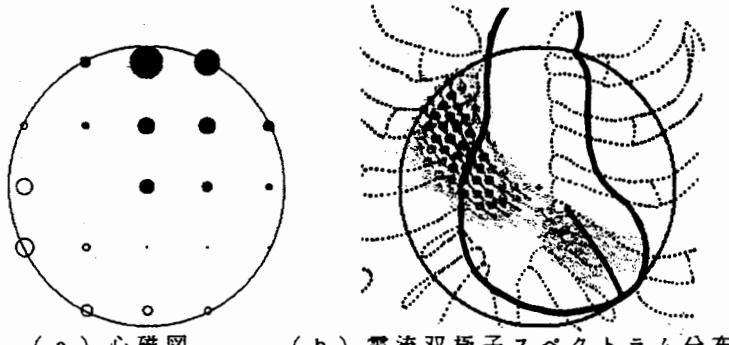
(10)式の条件により、電流双極子スペクトラム α_{pj} および α_{qj} の個々の振幅を一意的に求めることはできないが、規格化された電流双極子スペクトラムの空間分布パターンは(16)式より一意的に求めることができる。また、異なる空間上の点、例えば $j = 1$ と $j = 2$ にある電流双極子ベクトルの作る磁界パターン d_{pj} と d_{qj} または d_{q1} と d_{q2} の直交性は一般ではなく、SPM法は、静磁界系の逆問題の支配方程式である(1)式を、非直交の基底ベクトル d_{pj} および d_{qj} にて離散化、展開したものと位置づけることができる。従って、(16)式によって得られる規格化された電流双極子スペクトラムは、空間上にある幅を持った分布となる。このことは、基底関数の周波数が連続的に変化する、フーリエ変換によって得られた幅を持った周波数スペクトラムに相当する。

4. 心臓および脳内における電流双極子スペクトラム分布

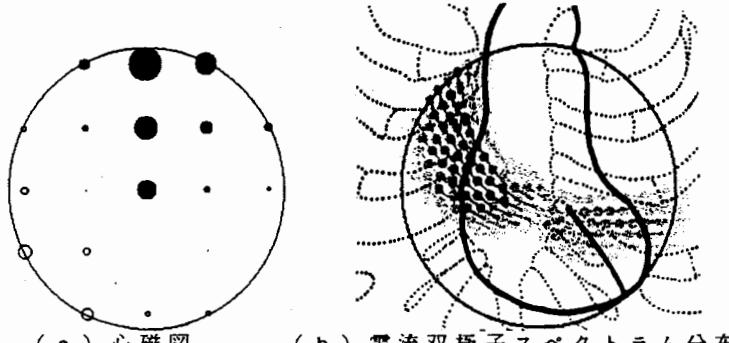
心電図のP波は、主に右心房の興奮によって生ずることが知られている。中屋らは健常被験者および右心房過負荷状態、Right Atrial Overload (RAO) の患者のP波中の心磁図を測定した[4]。図3(a)および4(a)は、健常被験者P波の33msおよび55msにおける心磁図であり、また、図5(a)はRAO患者P波40msにおける心磁図を示すものである。図中、●および○は、NおよびS極領域をそれぞれ示している。

磁界パターン成分間の直交性を利用した、本稿提案の新しい高速SPM法を図3(a)、4(a)および5(a)の心磁図解析に適用する。図3(b)、4(b)および5(b)は(16)式より得られた規格化された電流双極子スペクトラムの上位10%を図示したもので、針の方向は電流双極子ベクトルの正の向きを示す。これらの結果は、(9a)式において、未知数の数 $m = 10250$ および式の数(測定点数) $n = 21$ として求めたものである。また、図中の太線は心臓、大動脈および大静脈の輪郭を示し、点線は肋骨を図示したものである。前述した様に、(16)式によって得られた電流双極子スペクトラムは、空間中にある幅を持って分布する。

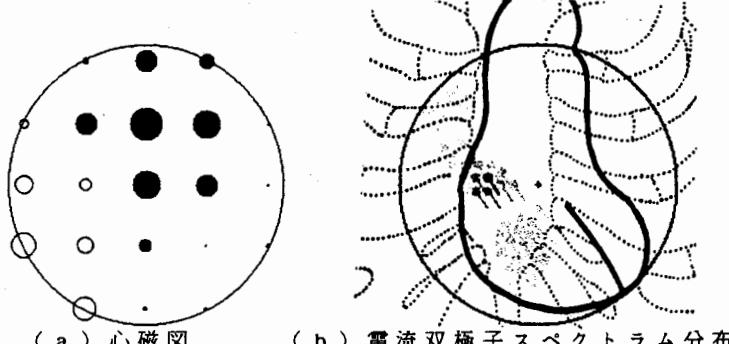
健常被験者の電流双極子スペクトラムは、洞結節(Sinoatrial Node)近傍に非常に強く、そして房室結節(Atrioventricular Node)近傍にも観測される。また、P波33msおよび55msのパターン間では顕著な差異は見られず、このことは医学的所見と一致している[4]。しかしながら、この時間内にあるRAO患者P波40msの心磁図解析結果(図5(b))は健常被験者の



(a) 心磁図 (b) 電流双極子スペクトラム分布
図3. 健常被験者 P波 33 ms における心房興奮



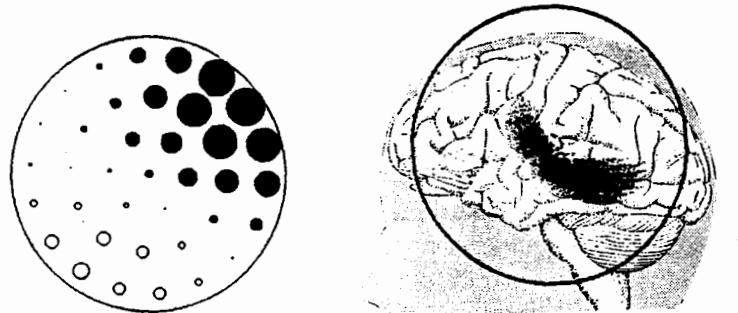
(a) 心磁図 (b) 電流双極子スペクトラム分布
図4. 健常被験者 P波 55 ms における心房興奮



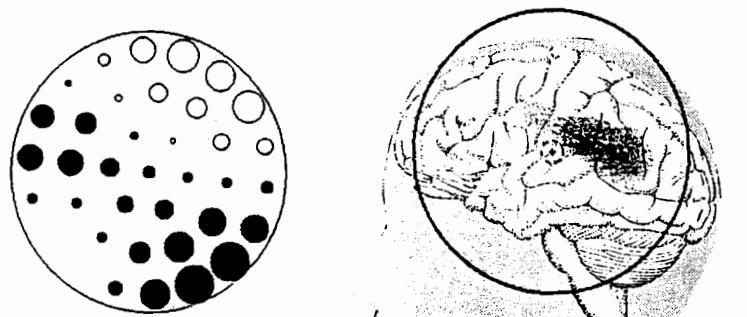
(a) 心磁図 (b) 電流双極子スペクトラム分布
図5. R A O 患者 P波 33 ms における心房興奮

場合と大きく異なり、洞結節近傍以外に右心室にも電流双極子スペクトラムが現れている。さらに、この場合の洞結節近傍の電流双極子スペクトラムの向きが健常被験者のそれと比較して右下よりもなっている。

球表面上に配置された 37 チャンネル S Q U I D 磁束計を用いて、栗木らは健常被験者が音声「ハ」を聞いたときの脳磁図を測定した[6]。図6 (a) および 7 (a) は音声発生後 110 ms および 160 ms における脳磁図をそれぞれ示すものである。図6 (b) および 7 (b) はこれらの脳磁図より



(a) 脳磁図 (b) 電流双極子スペクトラム分布
図 6. 音声「ハ」聞き取り後 110 ms 後の脳内興奮



(a) 脳磁図 (b) 電流双極子スペクトラム分布
図 7. 音声「ハ」聞き取り後 160 ms 後の脳内興奮

本高速 SPM 法によって得られた結果で、(16) 式の上位 10% を図示したものである。ここで、(9a) 式における未知数の数は $m = 9843$ および式の数（測定点数）は $n = 37$ である。図 6 (b) および 7 (b) より、以下の所見が得られる。110 ms の時点では一次聴覚野からウェルニッケの領域にかけて、そして 160 ms の時点では主に角回が興奮している様子が観測できる。従って、これらの領域が聴覚機能に重要な役割を果たしていることがわかる。

5. まとめ

本稿では、逆問題解析のひとつの課題である演算時間の短縮に対し、信号処理的な視点からではなく、局所直交座標系を用いて静磁界系逆問題の支配方程式を離散し、新しい高速 SPM 法を定式化することにより解決した。SPM 法は、磁界パターンを非直交基底ベクトルにて展開し、これらに対応する空間領域における電流双極子スペクトラムを求める手法であることを示した。

本高速 SPM 法を心磁図および脳磁図解析へ適用し、心臓の欠陥部位および脳の興奮部位の特定化に本手法が極めて有効であることを示した。これら

の結果より、リアルタイムに近い医療診断情報提供のため、S Q U I D センサを通常の格子状配置ではなく、同心円状に平面もしくは球面上に配置することを提案する。

参考文献

- [1] H. Carr, E. M. Purcell, *Phys. Rev.*, 94, p630, 1954.
- [2] D. Cohen and D. McCaughan, "Magnetocardiograms and their variation over the chest in the normal subjects," *Am. J. Cardiol.*, 29, pp. 678-685, 1972.
- [3] T. Katila, "Functional localization studies in magnetocardiography," *Int. J. Appl. Electromag. Matrls*, Elsevier, vol.1, Nos. 2-4, pp. 179-187, Dec. 1990.
- [4] A. Takeuchi, K. Watanabe, M. Nomura, S. Ishihara, M. Sumi, M. Murakami K. Saito, Y. Nakaya and H. Mori, "The P wave in the magnetocardiogram," *J. Electrocardiol.*, 21 (2), pp. 161-167, 1988.
- [5] S. J. Williamson and L. Kaufman, "Application of SQUID sensors to the investigation of neural activity in the human brain," *IEEE Trans. Magn.*, vol. MAG-19, no. 3, pp. 835-844, May 1983.
- [6] S. Kuriki and F. Takeuchi, "Measurements of auditory evoked fields and analysis of their sources," *J. Japan Biomag. Bioelectromag. Soci.*, vol. 5, no. 1, pp. 20-23, Jun. 1992.
- [7] Y. Saito, E. Itagaki and S. Hayano, "A formulation of the inverse problems in magnetostatic fields and its application to a source position searching of the human eye fields," *J. Appl. Phys.*, vol. 67, no. 9, pp. 5830-5832, May 1990.
- [8] 早乙女英夫、橋田和泰、早野誠治、斎藤兆古、「生体磁界における逆問題」、電学論 A、112巻4号、平成4年、pp. 279-286。
- [9] 早乙女英夫、橋田和泰、早野誠治、斎藤兆古、「Sampled Pattern Matching 法による生体内電流分布推定」、電学論 C、113巻1号、平成5年、pp. 69-76。
- [10] H. Saotome, K. Kitsuta, S. Hayano and Y. Saito, "A neural behavior estimation by the generalized correlative analysis," *IEEE Trans. Magn.*, Mar. 1993 (in press).
- [11] H. Saotome, K. Kitsuta, S. Hayano and Y. Saito, "Electromagnetic field source searching from the local field measurement," *Int. J. Appl. Electromag. Matrls*, Elsevier, 1993 (in press).
- [12] H. Saotome, T. Doi, S. Hayano and Y. Saito, "Crack identification in metallic materials," *IEEE Trans. Magn.*, Mar. 1993 (in press).

原稿受付日	平成4年2月9日
-------	----------