

マグネティックス研究会資料

資料番号

MAG-88-174

新CHUA型磁化特性モデルの集中定数モデルによる妥当性の吟味

並木 勝，早野誠治，斎藤兆古

(法 政 大 学)

1988年10月12日

社 団 電 気 学 会
法 人

東京都千代田区有楽町1-12-1

新C H U A型磁化特性モデルの集中 定数モデルによる妥当性の吟味

Experimental Verification of New Chua Type Model
Using a Lumped Circuit Model

並木 勝 早野 誠治 斎藤 兆古
M.Namiki S.Hayano Y.Saito

法政大学 工学部
College of Engineering, Hosei University

1. まえがき

磁性材料を用いた磁気装置は、大型の発電機から小型のフロッピーディスク等まで広汎に分布し、文明社会を構成し維持する道具として多大に寄与している。これらの磁気装置を設計する場合、従来では磁性材料の磁化特性を厳密に導入した解析は不可能であったため、多大な試行錯誤を必要とした。近年ではデジタル計算機を前提とした解析が実用段階となりつつある。しかし、磁気装置の解析においては計算に使用する磁化特性モデルが不完全であれば、結果として得られた解に信頼性がなく不十分なものになってしまう。また、現在では高応答特性や小型化に伴って過渡特性まで含めたより精密な設計が要求されているため、磁化特性モデルも精密で広汎に使用できるものが求められている。

一般に磁化特性モデルは大別してPreisach型モデルとChua型モデルがある。Preisach型モデルは静的な磁化状態を前提としているため過渡特性まで表現できず不十分である。一方Chua型モデルは動的な磁化状態を前提としているため、静的な状態を表現できないということが指摘されている。しかし、筆者等は、Preisach型モデルとChua型モデルの関係から、Chua型モデルにおいても静的な磁化状態を表し得ることを指摘してきた。ChuaとStromsmoeの基本Chua型モデルは、磁化特性の周波数依存性、マイナーループの再現性、磁気余効等の再現性を有するが、Rayleighループや磁化反転時の特性等の再現性は不十分であるため筆者等は、基本Chua型モデルの欠点を補う新Chua型モデルを提唱した[1-7]。

本稿では、筆者等の提案する新Chua型モデルの妥当性を吟味するため、トロイダルコアの集中定数モデルを導き、Anhystereticな特性すなわち交流バイアス特性、周波数特性さらに鉄共振特性について吟味する。その結果、新Chua型モデルはいずれの場合も良好な再現性を有するものであることを示す。

2. 磁化特性モデル

2. 1 新C h u a型モデル

磁化特性モデルは、結果として磁気履歴特性を呈するものであるから、モデルを構成するパラメータが過去の磁気履歴に影響されるようではそのパラメータは使用できない。磁気飽和特性を表す磁化曲線で過去の磁気履歴に無関係に決定されるのは理想磁化曲線である。この理想磁化曲線は、測定時に曲線上の各点において交流消磁を行い過去の履歴を打ち消して得られるもので、それは次式によって表される。

$$H = (1/\mu) B \quad (1)$$

(1)式において、 μ 、 H 、 B はそれぞれ透磁率、磁界、磁束密度である。また、磁化曲線上での微小変化を表すパラメータとして可逆透磁率 μ_r があり、それは次式によって表される。

$$\mu_r = \lim_{\Delta H \rightarrow 0} \frac{\Delta B}{\Delta H} \quad (2)$$

ここで、(2)式によって表される可逆透磁率 μ_r が過去の磁気履歴に影響されなくても、バイアス磁束密度 B が過去の履歴に影響されるならば、この μ_r は使用できない。よってこの μ_r は、理想磁化曲線測定時に得られるものである。

(2)式の可逆透磁率 μ_r は、実質的に微分透磁率に等しいため

$$\mu_r = \frac{dB}{dH} = (dB/dt) / (dH/dt), \quad (3)$$

または、

$$\frac{\mu_r}{s} \frac{dH}{dt} = \frac{1}{s} \frac{dB}{dt}, \quad (4)$$

として表すことができる。ここで(4)式のパラメータ s はヒステリシス係数とよばれるパラメータで、(4)式の次元を(1)式の磁界 H と等しくするためのもので、 Ω/m の次元を持ち、磁性体の磁壁数に比例することが指摘されている[6]。B-H線図の原点からの磁化特性を示す(1)式と、理想磁化曲線上での微小部分の磁化特性を表す(4)式の和が、全体の磁化特性を表すものであるから

$$H + \frac{\mu_r}{s} \frac{dH}{dt} = \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{s} \frac{dB}{dt}, \quad (5)$$

となり、(5)式が筆者等の提案する新Chua型モデルである。また、(5)式で $\mu_r = 0$ としたものが基本Chua型モデルである。さらに(5)式の新Chua型モデルの μ 、 s 、 μ_r の各パラメータを一定値とした場合、楕円ヒステリシスループを呈示する。(5)式の透磁率 μ と可逆透磁率 μ_r は、測定法から明かなように磁束密度 B の一価関数であり、ヒステリシス係数 s は、(5)式で $B = 0$ としたとき、

$$H = \frac{1}{s} \left(\frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt} \right), \quad (6)$$

となるため、

$$s = \frac{1}{H} \left(\frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt} \right), \quad (7)$$

と表される。

2. 2 集中定数回路への応用

(a) R-L回路

新Chua型モデルの妥当性を調べるため、第1図に示すようなトロイダルコアR-L回路に新Chua型モデルを適用する。まず、(5)式をトロイダルコアの磁路長 l について積分を行うと、

$$\int_0^l H dl + \int_0^l \frac{\mu_r}{s} \frac{dH}{dt} dl = n i + n \frac{\mu_r}{s} \frac{di}{dt}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \int_0^l \frac{1}{\mu} B dl + \int_0^l \frac{\mu_r}{s} \frac{dB}{dt} dl &= \frac{1}{\mu A} \phi + \frac{1}{s A} \frac{d\phi}{dt} \\ &= \frac{1}{L_i} \phi + \frac{1}{R_i} \frac{d\phi}{dt}, \quad (9) \end{aligned}$$

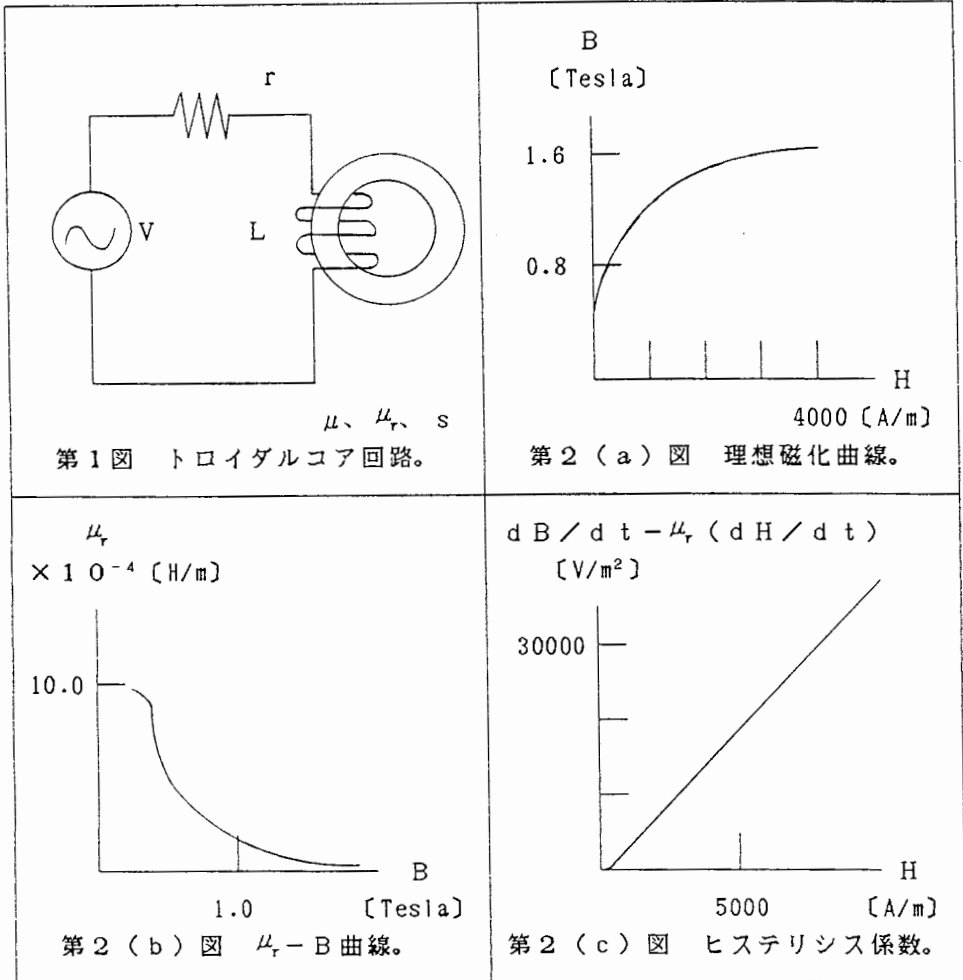
の関係式を導くことができる。ここで l 、 A 、 ϕ 、 L_i 、 R_i はそれぞれ平均磁路長、断面積、磁束、コイル一巻あたりのインダクタンスと等価鉄損抵抗である。また、トロイダルコアR-L回路に流れる電流とその時間微分は、

$$i = \frac{1}{r} \left(V - n \frac{d\phi}{dt} \right), \quad (10)$$

$$\frac{d i}{d t} = \frac{1}{r} \left(\frac{d V}{d t} - n \frac{d^2 \phi}{d t^2} \right), \quad (11)$$

となるため、(10)、(11)式を(8)式に代入すると、(8)、(9)式は等しいので、

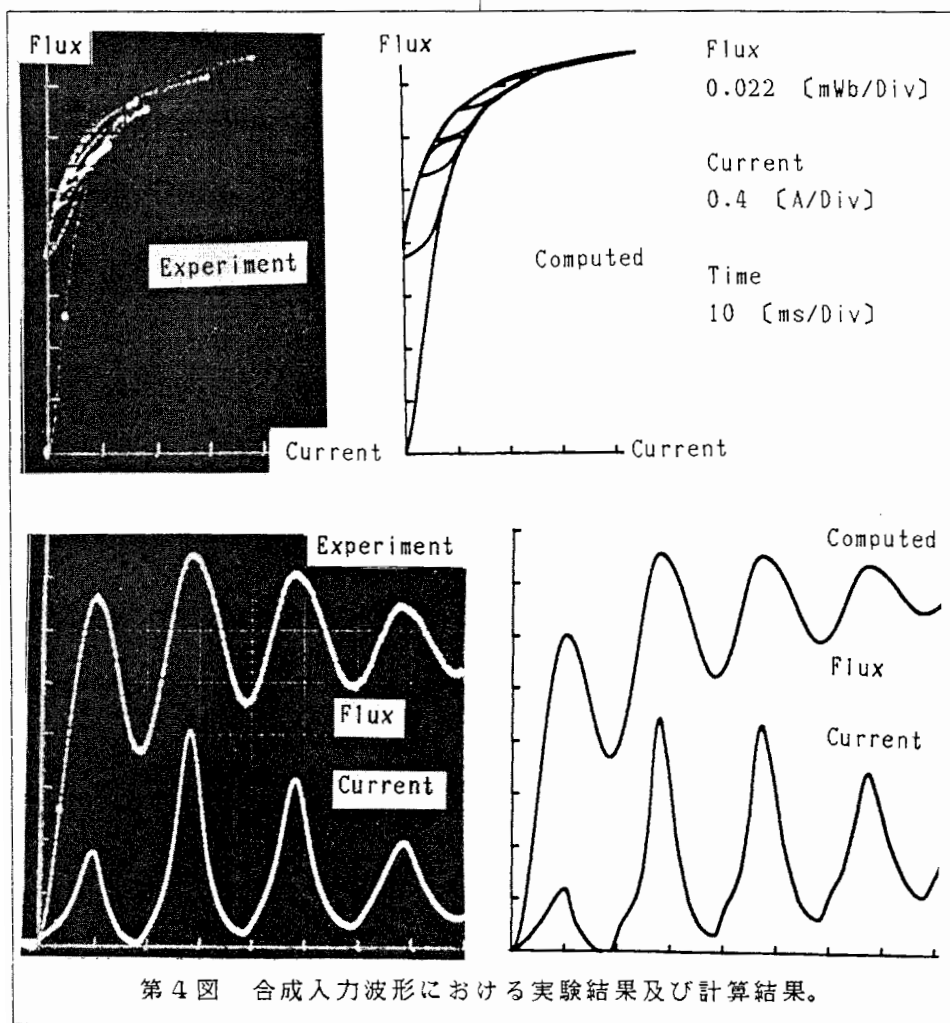
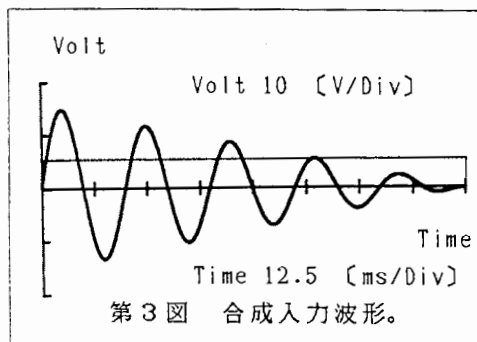
$$\frac{n}{r} \left(V + \frac{\mu_r}{s} \frac{d V}{d t} \right) = \frac{n^2}{r} \frac{\mu_r}{s} \frac{d^2 \phi}{d t^2} + \left(\frac{n^2}{r} + \frac{1}{R_i} \right) \frac{d \phi}{d t} + \frac{1}{L_i} \phi, \quad (12)$$



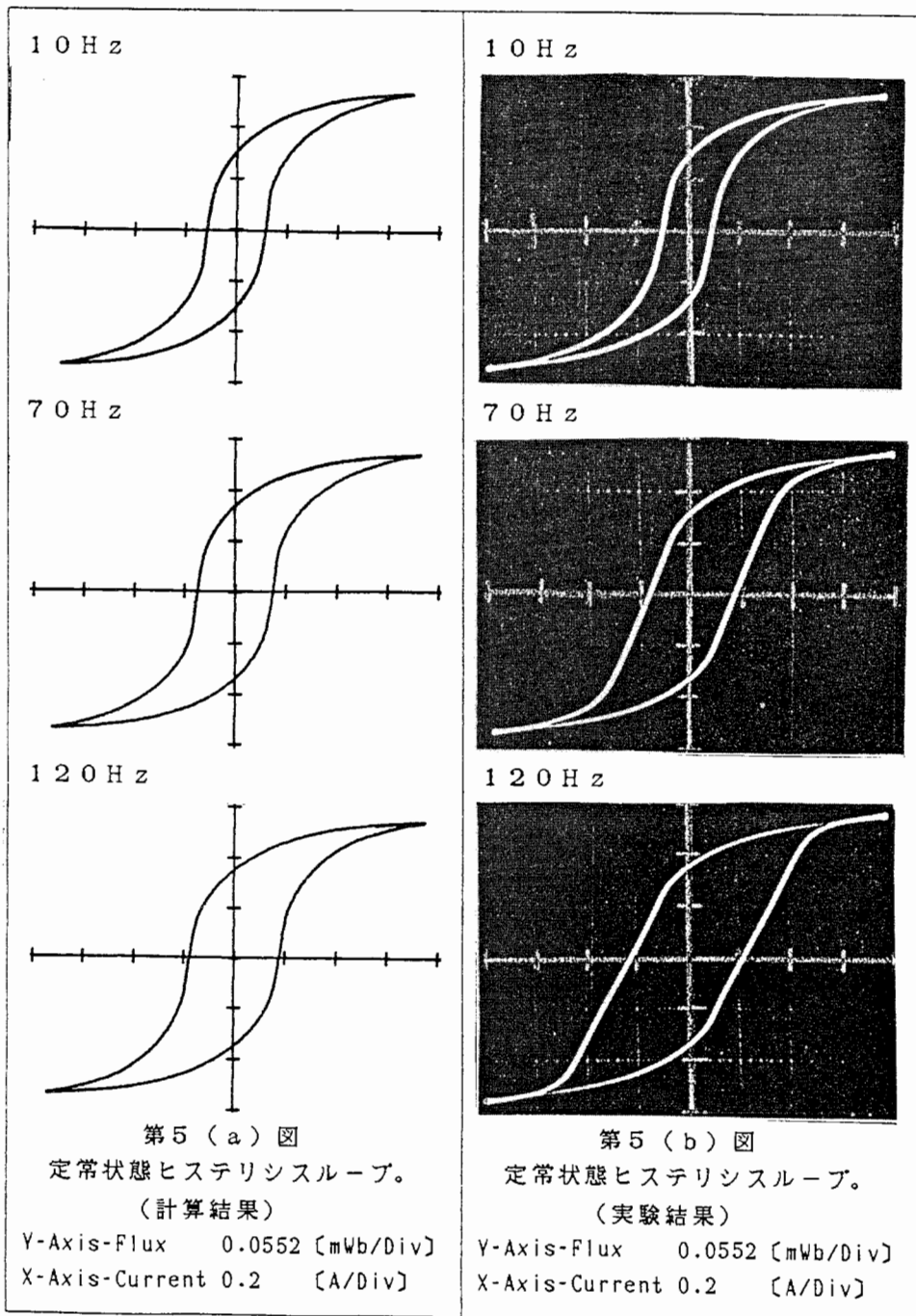
と表されるような磁束 ϕ に関する微分方程式として表される。電流 i は、(12)式より磁束 ϕ が求まると、(10)式から計算される。

第2 (a) 図に透磁率 μ を与える理想磁化曲線を示し、第2 (b) 図に可逆透磁率 μ_r と磁束密度 B の曲線、第2 (c) 図にヒステリシス係数 s を与える磁界 H と $(dB/dt) - \mu_r (dH/dt)$ の関係式を示す。

(10) 式と (12) 式をデジタル計算機で、第3 図に示すような直流と交流が合成された入力波形のもとで直流バイアスを種々変化させて計算を行った。第4 図にその計算結果と実験結果を示す。実験結果と計算結果を比較してみると明らかに新Chua型モデルは良好な再現性を示していることがわかる。

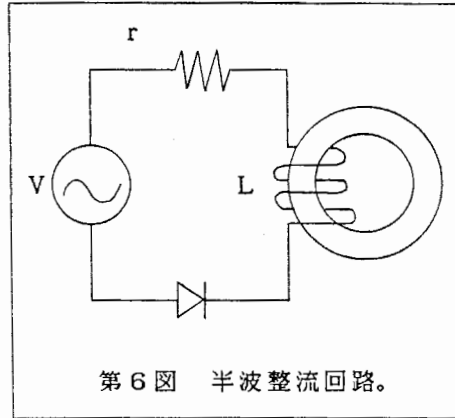


さらに、第5 (a) 図に定常状態の各周波数におけるヒステリシスループを示し、第5 (b) 図にそれらの実験値を示す。この場合も両者の比較から、新C h u a型モデルは良好な再現性を有することがわかる。



(b) R-L半波整流回路

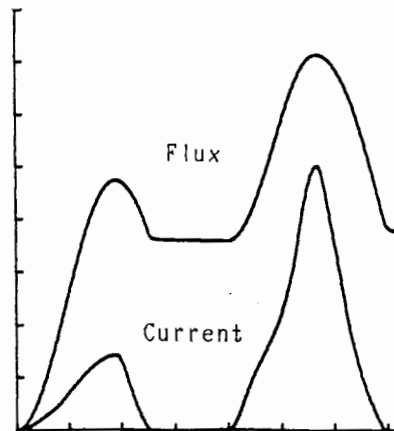
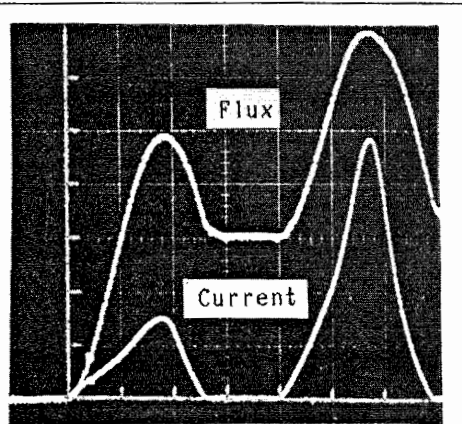
第6図に示すようにトロイダルコアに直列にダイオードを接続した半波整流回路について計算を行う。これは、半波整流回路では電流が不連続となり、磁気余効プロセスやマイナーループの再現性を検討できるためである。ここで、計算におけるダイオードの抵抗は電流 i の関数とし、電流 i が負のとき抵抗は数値的に無限に大きい値 10^{30} [Ω] とし、電流 i が正又は零のときは、ダイオードの抵抗は 0 [Ω] とした理想的な特性を仮定して計算を行った。



第6図 半波整流回路。

第7(a)図に時間 t と磁束 ϕ 及び電流 i の計算結果と実験結果を示し、第7(b)図に磁束 ϕ と電流 i の計算結果と実験結果を示す。

実験結果と計算結果を比較してみるとマイナーループの形状や磁化反転時の傾向等において良好な再現性が新Chua型モデルによって得られていることがわかる。



上図 - 実験結果

下図 - 計算結果

Y-Axis

磁束 0.022 [mWb/Div]

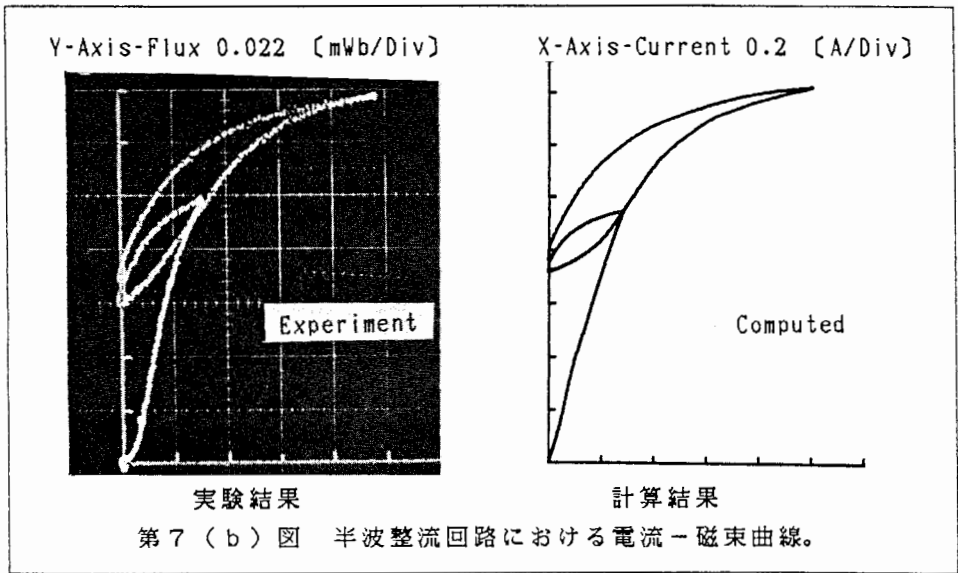
電流 0.2 [A/Div]

X-Axis

時間 5.0 [ms/Div]

印加電圧 11.63 [V]

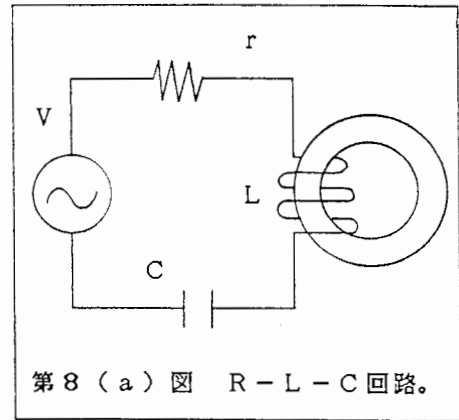
第7(a)図 半波整流回路における時間-磁束、電流曲線。



(c) R-L-C回路

新Chua型モデルの汎用性をより広げるため、R-L回路にコンデンサ-を加え、第8(a)図に示すような直列R-L-C回路に新Chua型モデルの適用を行う。

R-L回路の場合と同じ手法でR-L-C回路に流れる電流と、その時間微分を求めると、



$$i = \frac{1}{r} \left(V - V_c - n \frac{d\phi}{dt} \right) , \quad (13)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{r} \left(\frac{dV}{dt} - \frac{dV_c}{dt} - n \frac{d^2\phi}{dt^2} \right) , \quad (14)$$

となり、この(13)、(14)式を(8)式に代入すると(8)、(9)式は等しいので、

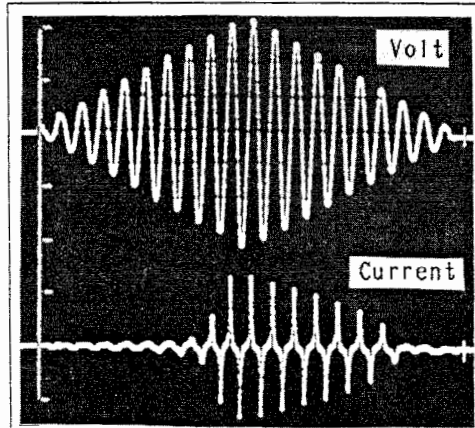
$$\frac{n}{r} V + \frac{n\mu_r}{sr} \frac{dV}{dt} = \frac{n^2\mu_r}{sr} \frac{d^2\phi}{dt^2} + \left(\frac{n^2}{r} + \frac{1}{R_i} \right) \frac{d\phi}{dt}$$

$$+ \frac{n \mu_r}{s r} \frac{d V_c}{d t} + \frac{1}{L_i} \phi + \frac{n}{r} V_c, \quad (15)$$

また、コンデンサーの端子電圧 V_c と電流の関係は、 $C (d V_c / d t) = i$ より、

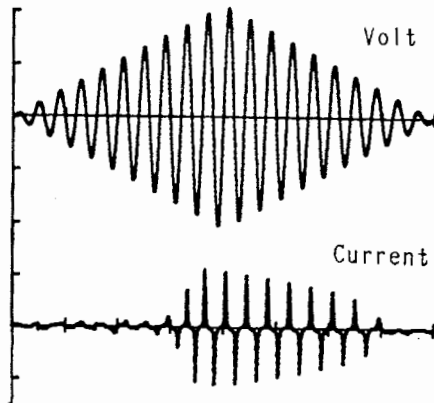
$$C \frac{d V_c}{d t} = \frac{1}{r} (V - V_c - n \frac{d \phi}{d t}), \quad (16)$$

を得る。(15)、(16)式から磁束 ϕ と V_c について解くことができる。さて、鉄心を有するリアクトルからなる $R-L-C$ 直列回路では、一定の周波数の交流電圧を与え、その振幅を増加させていくと、ある電圧値において共振現象が起き、電流が急激に増加する。逆に共振電圧から電圧を減少させても共振を続けようとする。このような複雑な鉄共振現象について新 $Chua$ 型モデルを適用する。鉄共振現象解析のため、直列 $R-L-C$ 回路に第 8 (b) 図に示すような振幅を徐々に増減させるような入力電圧を加え、共振現象のシミュレーションを行った。第 8 (b) 図に(15)、(16)式から計算された結果と実験結果を示す。実験結果と計算結果の比較から、筆者等の提案する新 $Chua$ 型モデルは鉄共振現象に対しても良好な再現性を有することがわかる。



上図 実験結果
下図 計算結果

Y-Axis
Volt : 20 [V/Div]
Current : 5 [A/Div]
X-Axis
Time : 5 [ms/Div]
Last Time : 0.4 [s]



第 8 (b) 図 $R-L-C$ 鉄共振現象の計算結果及び実験結果。

最後に、R-L回路、R-L半波整流回路、R-L-C回路に使用したトロイダルコアの諸定数を第1表に示す。

第1表 トロイダルコアの諸定数。

巻数	$n = 900$	[Turn]	断面積	$A = 0.0001$	[m^2]
抵抗	$r = 6.3$	[Ω]	平均磁路長	$l = 0.28$	[m]

3. 結論

本稿では、筆者等の提案する新Chua型モデルの妥当性を吟味するため、トロイダルコアの集中定数モデルを導き、Anhystereticな特性すなわち交流バイアス特性、周波数特性さらに鉄共振特性について吟味した。その結果、新Chua型モデルはいずれの場合も良好な再現性を有するものであることが示された。

参考文献

- [1] Y.Saito and et al, IEEE Trans., Magnetics, Vol. MAG-20, No.5(1984) pp.1234-1436.
- [2] Y.Saito and et al, IEEE Trans., Magnetics, Vol. MAG-22, No.5(1986) pp.647-649.
- [3] L.O.Chua et al, IEEE Trans., Circuit Theory, Vol. CT-17, No4(1970) pp.564-574.
- [4] 斎藤 他、電気学会マグネティックス研究会資料、Vol.MAG-86-110.
- [5] 斎藤 他、電気学会マグネティックス研究会資料、Vol.MAG-87-63.
- [6] 斎藤 他、電気学会マグネティックス研究会資料、Vol.MAG-88-88.
- [7] 斎藤 他、電気学会マグネティックス研究会資料、Vol.MAG-88-89.