

磁化特性のモデリング

Modeling of Magnetization Characteristics

その1. Chua型とPreisach型モデルの検討

斎藤兆古,	早野誠治,	福島一弘,	木住野泰光	津屋昇
Y.Saito	S.Hayano	K.Fukushima	Y.Kishino	N.Tsuya

法政大学工学部

College of Engineering, Hosei University

1. まえがき

磁性材料を利用する機器は、大型発電機や電動機のような電力用機器から磁気記録装置まで極めて多くの種類がある。このような磁気装置を設計する場合、多くの従来の方法では過去の経験に基づき試行錯誤的に設計するのが、通例である。近年では、ディジタル計算機の普及に伴い、具体的に磁気装置の磁界分布を算定し、その結果を用いて最適な設計を行う方法が検討されている。

従来の経験に基づく方法又はディジタル計算機による方法のいずれにおいても、磁気装置を構成する磁性材料の特性を把握し、数式的に表現することは設計結果の妥当性を支配する重要な段階である。

磁化特性を汎用電子回路シュミレーションプログラムに導入するために、ChuaとStromsmoeは、磁気ヒステリシスループを呈示する非線形インダクターモデルを提案した[1]。このChua型モデルは、斎藤等によって拡張され、磁界分布算定や磁気余効等の算定に応用された[2-4]。また、Preisachは、Rayleigh範囲の磁化特性を説明する分布関数モデルを提案した[5]。津屋、岩崎等は、Preisach型モデルの分布関数を多くの材料について測定し、分布関数の不安定性を指摘し、その原因を報告している[6,7]。

本報告では、Chua型モデルのフーリエ級数による導出の概要を述べ[8]、Preisach型モデルの導出を磁区を用いて行い、さらにChua型とPreisach型モデルの関係とそれらの複合モデルを導出する。また、Chua型モデルとPreisach型モデルおよび両者の複合モデルについて、実験的事実と比較してそれらの問題点について検討を行い、磁化特性モデルの具備すべき条件を吟味する[9]。

なお、本報告で述べる磁化特性モデルは、従来と同様に、磁束密度は常に磁界の強さと平行であるとした理想的な実験装置で得られる磁化特性を前提としている。

2. 磁化特性のモデリング

2.1. Chua型モデル

磁束密度 B が時間 t に対して正弦波状に変化しているとき、第1図(a)に示すよう

なヒステリシスループが得られたものとする。このときの磁束密度Bと磁界の強さHを時間tに対して描いた図が第1図(b)に示してある。第1図(b)の磁界Hをフーリエ級数で表すと、

$$H = \sum_{n=1}^{\infty} H_{sn} \sin(n\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} H_{cn} \cos(n\omega t) \quad (1)$$

ここで、基本波の周期をTとすれば、 H_{sn} と H_{cn} は

$$\begin{cases} H_{sn} = 2/T \int_0^T H \sin(n\omega t) dt, \\ H_{cn} = 2/T \int_0^T H \cos(n\omega t) dt, \end{cases} \quad (2)$$

である。(1)式で、磁束密度Bと同相成分は、奇関数であるから、

$$H_o = \sum_{n=1}^{\infty} H_{sn} \sin(n\omega t) \quad (3)$$

であたえられる。一方、磁束密度Bの時間微分dB/dtと同相成分は、偶関数であるから、

$$H_e = \sum_{n=1}^{\infty} H_{cn} \cos(n\omega t) \quad (4)$$

で与えられる。磁束密度Bと磁界の奇関数成分 H_o は同相であるから、両者の関係は透磁率 μ を用いて、

$$H_o = (1/\mu)B \quad (5)$$

で表される。また、磁束密度の時間微分dB/dtと磁界の偶関数成分 H_e は同相であるから、両者の関係は、ヒステリシス係数sをもちいて、

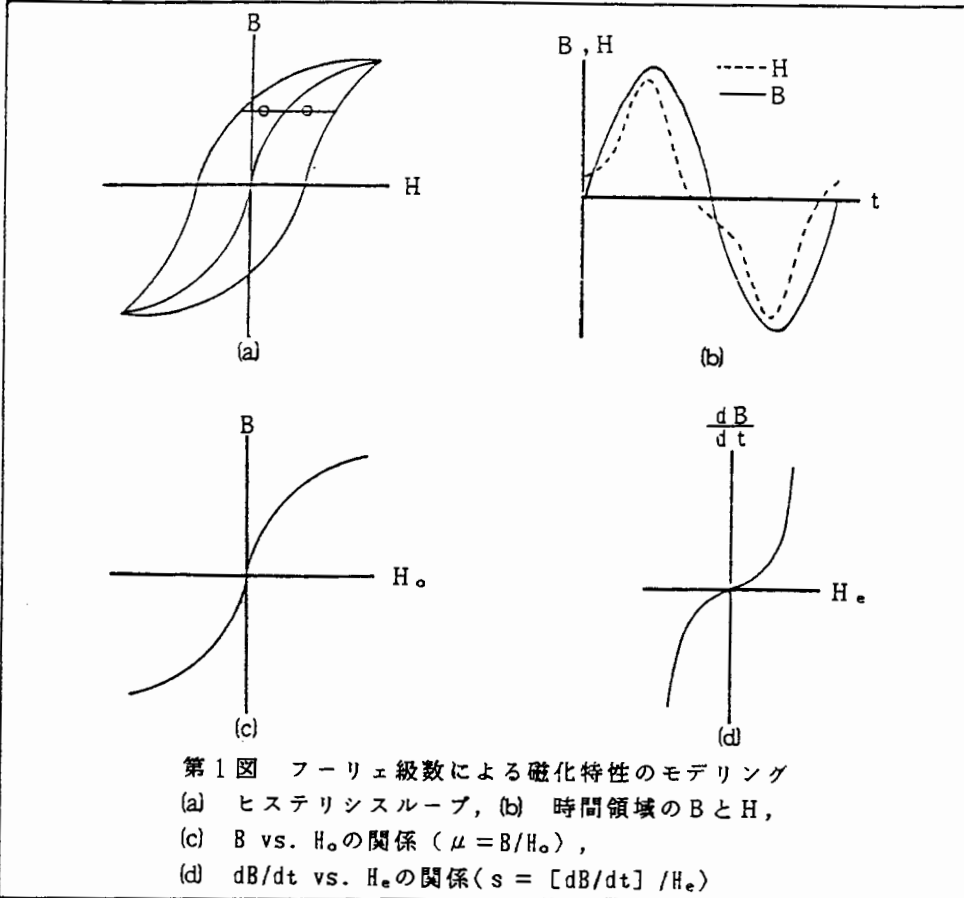
$$H_e = (1/s)dB/dt \quad (6)$$

で表される。(1)式の磁界Hは、磁界の奇関数成分 H_o と偶関数成分 H_e の和で表されるから、(5)、(6)式より

$$H = (1/\mu)B + (1/s)dB/dt \quad (7)$$

が成り立つ。ここで、透磁率 μ は定数ではなく、磁束密度 B の一価関数として第1図(c)から与えられる。第1図(c)の曲線は、第1図(a)のヒステリシスループで、上昇時と下降時の同一磁束密度 B に対応するそれぞれの磁界 H の平均値をトレースした曲線と一致する[10]。

他方、ヒステリシス係数 s も定数ではなく、第1図(d)に示されているように磁束密度の時間微分 dB/dt の一価関数として表される。(7)式はChua型モデルを一般化したものである。



2.2. Preisach型モデル

強磁性体は、自発磁化を持つ磁区から構成されていることは周知の事実である。いま、磁性体が単位磁化を持つ単位磁区から構成されているとした理想的な磁性体モデルを想定する。第2図(a)における各磁化状態をこの理想磁区モデルで表すことを考える。第2図(a)で、図中に示されているように、磁界 H の正方向を H_0 、負方向を H_a とすれば、原点 o の非磁化状態は、第2図で、 $+$ を正の単位磁化、 $-$ を負の単位磁化として同図(b)の状態を表される。第2図(b)では、 $+$ の数と $-$ の数

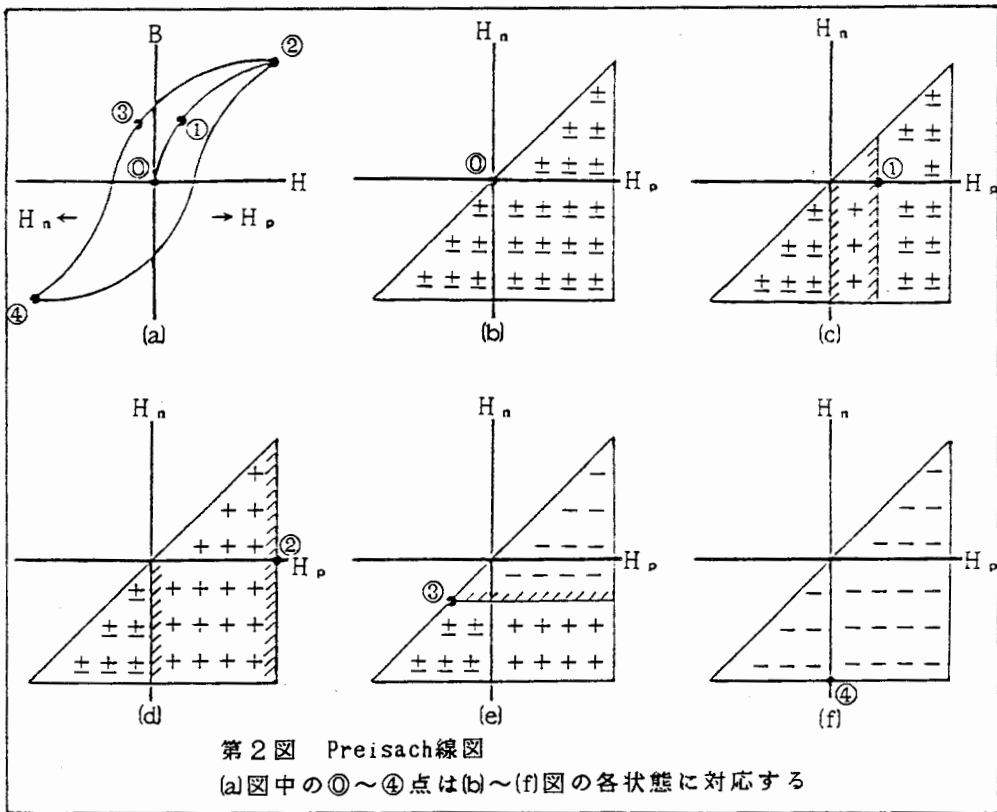
が等しく三角形全体としての磁化は零であり、非磁化状態を表すことになる。第2図(a)の点①の磁化状態は、三角形の一部の磁化が正の値となる第2図(c)によって表される。同様にして、第2図(a)中の点②～④の磁化状態は第2図(c)～(f)の三角形全体の磁化の総和で与えられる。以上の対応から、第2図(b)～(f)は磁性体の磁化状態を表す分布図となる。この分布図をPreisach線図という。さて、実際の磁性体では磁区の大きさも形も一樣でないから、各磁区中の磁化の大きさも一樣でない。従って、Preisach線図の座標(H_p, H_n)に対応する点の磁化の値 ϕ を実験的に求めるとすれば、Preisach線図全体の磁化が磁性体の磁化状態に対応するから、

$$B = \iint \phi dH_p dH_n, \quad (8)$$

によって、各磁化状態における磁束密度 B を知ることができる。Preisach線図の座標(H_p, H_n)に対応する点の磁化の値 ϕ をPreisachの分布関数と称し、これは(8)式から

$$\phi = \frac{\partial^2 B}{\partial H_p \partial H_n}, \quad (9)$$

として表される。(8)式又は(9)式がPreisach型の磁化特性モデルである。



2.3. Chua型とPreisach型モデルの関係

Chua型モデルとPreisach型モデルの関係を調べるために、第3図の磁化状態を考える。第3図中の磁界 H_p に対応する磁束密度 B_a 、 B_b の各磁化状態は、(9)式のChua型モデルによって、

$$H_p = \frac{1}{\mu} B_a + \frac{1}{s} \frac{dB_a}{dt}, \quad (10)$$

$$H_p = \frac{1}{\mu} B_b + \frac{1}{s} \frac{dB_b}{dt}, \quad (11)$$

で表される。いま、第3図中で、 $\Delta B = B_a - B_b$ は十分小さく、透磁率 μ とヒステリシス係数 s がそれぞれ一定値を持つと仮定し、(10)式から(11)式を辺々引算すれば、

$$\begin{aligned} \frac{B_a - B_b}{\mu} &= \frac{\Delta B}{\mu} = \frac{1}{s} \left(\frac{dB_b}{dt} - \frac{dB_a}{dt} \right) \\ &= \frac{1}{s} \left(\frac{\partial B_b}{\partial H_p} - \frac{\partial B_a}{\partial H_p} \right) \frac{\partial H_p}{\partial t}, \end{aligned} \quad (12)$$

の関係が得られる。(12)式を変形すると、

$$s = \frac{1}{\Delta B/\mu} \left(\frac{\partial B_b}{\partial H_p} - \frac{\partial B_a}{\partial H_p} \right) \frac{\partial H_p}{\partial t}, \quad (13)$$

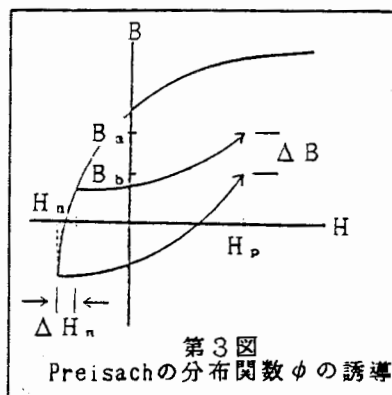
となる。ここで、第3図中の ΔH_n が零に近づくとき、 $\Delta B/\mu$ も零に近づくことから、 ΔH_n が充分小さいとき、 $\Delta H_n = \Delta B/\mu$ と仮定すれば、(13)式は、

$$\begin{aligned} s &= \lim_{\Delta H_n \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta B/\mu} \left(\frac{\partial B_a}{\partial H_p} - \frac{\partial B_b}{\partial H_p} \right) \frac{\partial H_p}{\partial t} \\ &= \frac{\partial^2 B}{\partial H_n \partial H_p} \frac{\partial H_p}{\partial t}, \end{aligned} \quad (14)$$

となる。Preisachの分布関数 ϕ は(9)式で与えられるから、(14)式に(9)式を代入すれば、分布関数 ϕ とヒステリシス係数 s の関係は、

$$s = \phi \frac{\partial H}{\partial t}, \quad (15)$$

で与えられる。ただし、(14)式中の $\partial H_p/\partial t$ は、(15)式の中では $\partial H/\partial t$ と一般化し書いてある。(15)式の結果は、Chua型モデルのヒステ



リシス係数 s が、磁区中の磁化の値 ϕ と磁界の変化率 $\partial H / \partial t$ の積で与えられる物理量に対応することを意味する。Chua型モデルを表す(7)式右辺の第2項は、

$$(1/s)(dB/dt) = (1/s)(\partial B / \partial H)(\partial H / \partial t)$$

と変形できる。よって、(7)式は(15)式の関係から

$$H = \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{\phi} \frac{\partial B}{\partial H} \quad (16)$$

と変形できる。(16)式はChua型モデルとPreisach型モデルの両者を合成した複合モデルである。

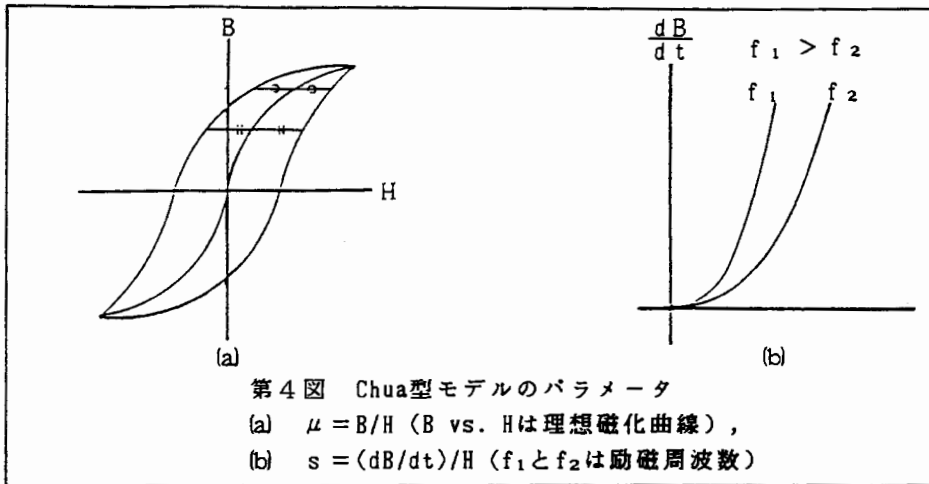
3. 磁化特性モデルの検討

3.1. Chua型モデル

Chua型モデルのパラメータは、磁束密度 B の1価関数で与えられる透磁率 μ と磁束密度の時間微分 dB/dt の1価関数で与えられる磁気ヒステリシス係数 s である。

透磁率 μ を与える B - H 曲線は、第4図(a)に示すように、ヒステリシスループの上昇曲線と下降曲線で同一磁束密度 B に対応するそれぞれの磁界 H の平均値をトレースした曲線と一致する[10]。磁化特性を表す B - H 特性曲線で、直流と交流の磁界で磁化し、交流の磁界を飽和値に達する充分大きな値から零まで減少して得られる磁束密度 B と直流磁界 H の関係を示す曲線を理想磁化曲線 (Ideal Magnetization Curve) 又は Anhyseretic Magnetization Curve) と称する。Bozorthは、この理想磁化曲線が、第4図(a)に示す、ヒステリシスループの上昇曲線と下降曲線で同一磁束密度 B に対応するそれぞれの磁界 H の平均値をトレースした曲線とよく一致することを指摘した[11]。従って、Chua型モデルの透磁率 μ を与える B - H 曲線は理想磁化曲線と考えられる。理想磁化曲線は、その測定方法から明らかなように、磁化の周波数に依存せずユニークに決定される。このことから、Chua型モデルの透磁率 μ は、理想磁化曲線から磁束密度 B の1価関数としてユニークに決定される。

他方、Chua型モデルのもう1個のパラメータであるヒステリシス係数 s を与える dB/dt - H 曲線は、第4図(b)に示すように、磁化の周波数に依存して異なり、特にフェライトなどの初期透磁率の大きな磁性材料では、周波数依存性が顕著となる。従って、Chua型モデルのパラメータで、磁気ヒステリシス係数 s はユニークに決定することは困難である。しかしながら、Chua型モデルが比較的实验事実をよく再現することも報告されている[1-4]。これは、Chua型モデルを応用した例において、比較的磁束密度の高い飽和領域まで磁化した場合を取り扱っているため、磁束の時間に対する変化率 dB/dt が小さく透磁率 μ が系を支配したケースを取り扱っているためである。すなわち、透磁率 μ が系を支配し、磁気ヒステリシス係数 s の影響が小さい問題に対しては、Chua型モデルは充分な再現性を有する。



3.2. Preisach型モデル

Preisachの分布関数 ϕ を軟磁性材料から硬磁性材料まで多くの材料について実験的に求めた結果、津屋、岩崎等は、本来分布関数 ϕ が負の値を取るべきでない点に負の値が測定されるというPreisach分布の不安定性を指摘し、さらに各磁区の形状に依存する反磁場係数を考慮することで安定なPreisach分布を得るのに成功した[6,7]。従って、Preisach分布の不安定性の問題は解決されたと考えられる。第5図(a)から、 B - H 軌跡は明らかに、反転時の磁界 H_n によって異なった経路をとる。従って、磁束密度 B は現時点での磁界 H_p だけでなく、反転時の磁界 H_n の関数となり、

$$B = f(H_p, H_n), \quad (17)$$

と表され、(9)式で与えられるPreisachの分布関数 ϕ は零でない有限の値を取る。一方、第5図(b)の場合には、磁束密度 B は磁気ヒステリシスの影響のない磁気飽和のみである場合、明らかに磁束密度 B は現時点の磁界 H_p の関数となり、(9)式で与えられるPreisachの分布関数 ϕ は零となる。これは、Preisach型モデルが磁気ヒステリシス特性のみを表すモデルであり、磁気飽和特性を含まないことを意味している。さらに、次式で与えられるRayleigh loop [12]

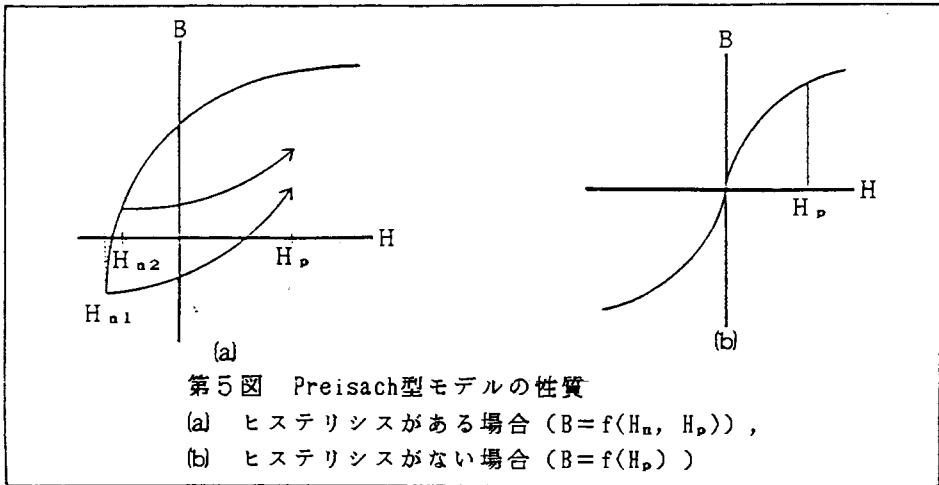
$$B = (\mu_i + \nu H_n) H_p \pm \frac{1}{2} \nu (H_p^2 - H_n^2), \quad (18)$$

ここで、 μ_i は初期透磁率、 ν はRayleigh定数、 \pm はそれぞれ上昇下降曲線に対応するものとする。

に対して、(9)式を適用すれば、

$$\phi = \nu \quad , \quad (19)$$

の関係が得られ、Preisachの分布関数 ϕ は、Rayleigh範囲において、Rayleighの定数 ν に等しく、初期透磁率 μ_1 と無関係であることから明らかである。



3.3.複合型モデル

(16)式で与えられるChua型とPreisach型の複合モデルは、Chua型の磁気飽和特性を表す透磁率 μ とPreisach型の磁気ヒステリシスを表す分布関数 ϕ をパラメータとするモデルであるため、両モデルの欠点を補い合うモデルと考えられる。

比較的磁束密度の低い、Rayleigh範囲においては、透磁率 μ は一定とみなし得る。また、Preisachの分布関数 ϕ は、(19)式により、Rayleighの定数 ν に等しく定数とみなし得る。従って、(16)式を、 μ と ϕ を一定値としてHに関して解くと、

$$B = \mu H + \frac{\mu^2}{\phi} \{ \exp(-\phi H/\mu) - 1 \} , \quad (20)$$

を得る。(20)式は、複合型モデルによる初期磁化曲線を表している。さて、磁界Hが充分小さいRayleigh範囲を前提としているから、(20)式で指数部をTaylor展開し、第3項までを用いて近似するとすれば、(20)式は、

$$B \doteq \frac{1}{2} \phi H^2 , \quad (21)$$

となり、これはRayleighの初期磁化曲線を表す関係式

$$B = \mu_1 H + \frac{1}{2} \nu H^2 , \quad (22)$$

から、初期透磁率 μ_i を除いた場合と等価である。従って、Chua型とPreisach型の結合に基づく(16)式のモデルは初期透磁率 μ_i を含んでいないことが明らかである。

4. 結論

本稿では、Chua型モデル、Preisach型モデルおよび両者の結合に基づく複合型モデルの導出と実験的事実に対する問題点について検討を行い、以下の問題点が指摘された。

- (1) 筆者等が従来から提唱してきたChua型モデルは、モデルのパラメータである磁気ヒステリシス係数が励磁周波数に依存して変化するため、ユニークに決定できない。従って、Chua型モデルは磁気飽和が系を支配する高磁束密度領域ではよい結果を与えるが、磁気ヒステリシスが系を支配する低磁束密度領域ではよい結果を期待できない。
- (2) Preisach型モデルは、本来のモデルでは磁気飽和特性を含んでいるが、実験的に分布関数を測定し決定する段階で磁気飽和特性が失われ、磁気ヒステリシスのみを表すパラメータのみとなる。従って、何らかの手段で、磁気飽和特性を表すパラメータを導入しなければならない。
- (3) Chua型とPreisach型の結合に基づく複合型モデルは、両者の問題点を補うモデルであるが、初期透磁率を含んでいない。

以上、本稿では従来モデルの問題点を指摘したが、次稿で、従来モデルの問題点を克服する新しいモデルを提案する。

参 考 文 献

- [1] L.O.Chua and et al,IEEE Trans.,Circuit Theory Vol.CT-17,
No.4,Nov.1970,pp.564-574.
- [2] Y.Saito,IEEE Trans.,Magnetics,Vol.MAG-18,No.2,March 1982,pp.546-551.
- [3] Y.Saito,and et al,IEEE Trans.,Magnetics,Vol.MAG-20,
No.5,Sep.1984,pp.1434-1436.
- [4] Y.Saito,and et al,IEEE Trans.,Magnetics,Vol.MAG-20,
No.5,Sep.1984,pp.1965-1967.
- [5] F.Preisach,Zeitschrift für Physik,Vol.MAG-94,
NO.5-6,Feb.1935,pp.1965-1967.
- [6] 津屋 他,東北大学電通談話会記録,第35巻第2号,
June 1966,pp.127-134.
- [7] Iwasaki and et al,IEEE Trans.,Magnetics,Vol.MAG-6,No.3,
Sep.1970,pp.1613-1614.
- [8] Y.Saito and et al,Journal of Magnetism and Magnetic Materials,
Vol.54-57,1986,pp.1613-1614.

- [9] Y.Saito and et al,IEEE Trans.,Magnetics,Sep.1986,in printing.
[10] 斎藤 他,電気学会 Magnetics 研究会資料, No.MAG-85-64,July,1985.
[11] R.M.Bozorth,Ferromagnetism (Van Nostrand.1951).
[12] S.Chikazumi and et al,Physics of magnetism (Jhon Wiley & Sons,1984)