

磁気ヒステリシス特性に関する一考察

齊藤兆古, 早野誠治, 津屋 昇
(法 政 大 学)

1984年1月26日

社団
法人 電 気 学 会

東京都千代田区有楽町1-12-1.

磁気ヒステリシス特性に関する一考察

A Study of Magnetic Hysteresis

津屋 昇, 斎藤 兆古, 早野 誠治 (法政大学)

Noboru TSUYA, Yoshifuru SAITO, Seiji HAYANO (Hosei Univ.)

1. 序論

Preisachは、磁気緩和現象やRayleigh範囲の磁化過程を説明するに際し、ヒステリシス現象を評価するために、強磁性体がそれぞれ角形ヒステリシスループを示す磁区からなり、その各磁区にはLocal Fieldが作用していると仮定したモデルを提案した。⁽¹⁾ 一方、Néelは、とりあえず2個の相互に作用する磁区を想定し、これらの間の相互作用磁界のあらゆる組み合わせを考慮して、各種の形状の合成ヒステリシスループを予言した。⁽²⁾ 上にも述べたように、Preisachのモデルは極めて簡単な仮定に基づくものであって、履歴現象を完全に記述できるものではない。また、Preisachの分布関数を実験的に決定する場合、磁化状態や磁化過程などの判定条件によって異なる値が得られる。いわゆる分布関数の不安定性の問題が何度か報告されている。⁽³⁾ しかしPreisachタイプのモデルは、ある場合には実験結果とよく一致する興味ある結果を与えるために、実用上にも有用な場合があることが知られている。⁽⁴⁾

一方、汎用電子回路シミュレーションプログラムを開発するために、Chua等は、動的ヒステリシスを呈する非線形インダクタのモデルを提案し、さらに静的ヒステリシスに対しても拡張した。⁽⁵⁾⁽⁶⁾ しかしながら、Chua等のモデルは本質的に、デジタル計算機の論理を前提とするデジタルシミュレーションモデルである。このことから斎藤は、電気機械の三次元磁束分布を算定するために、Chuaタイプに属するヒステリシスモデルを提案した。⁽⁷⁾⁽⁸⁾ さらに、このモデルは集中定数モデルに対して応用され、良好な結果が得られたことが報告されている。⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾

本論文は、Chuaタイプモデルから出発し、さらに実用的で有用な新しいモデルを誘導し、この新モデルとPreisachのモデルとの関係を論じる。ヒステリシス磁化特性を吟味するため、この新しいモデルに基づき、ヒステリシスループの形状や周波数依存性を調べ、磁化特性の分類を行ない、ついで、磁束密度が時間に対して極めて僅かしか変化しない準静的磁化過程に関する考察を行なう。

2. 磁気ヒステリシスモデル

2.1 Chuaタイプモデル

拡張されたChuaタイプに属する磁気ヒステリシスモデルは、次式で与

えられる。ここで、 H , B , μ , t は、それぞれ磁界の強さ、磁束密度、透磁率および時間であり、さらに s をヒステリシス係数と呼ぶ。(7)~(10)

$$H = \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{s} \frac{\partial B}{\partial t} \quad (1)$$

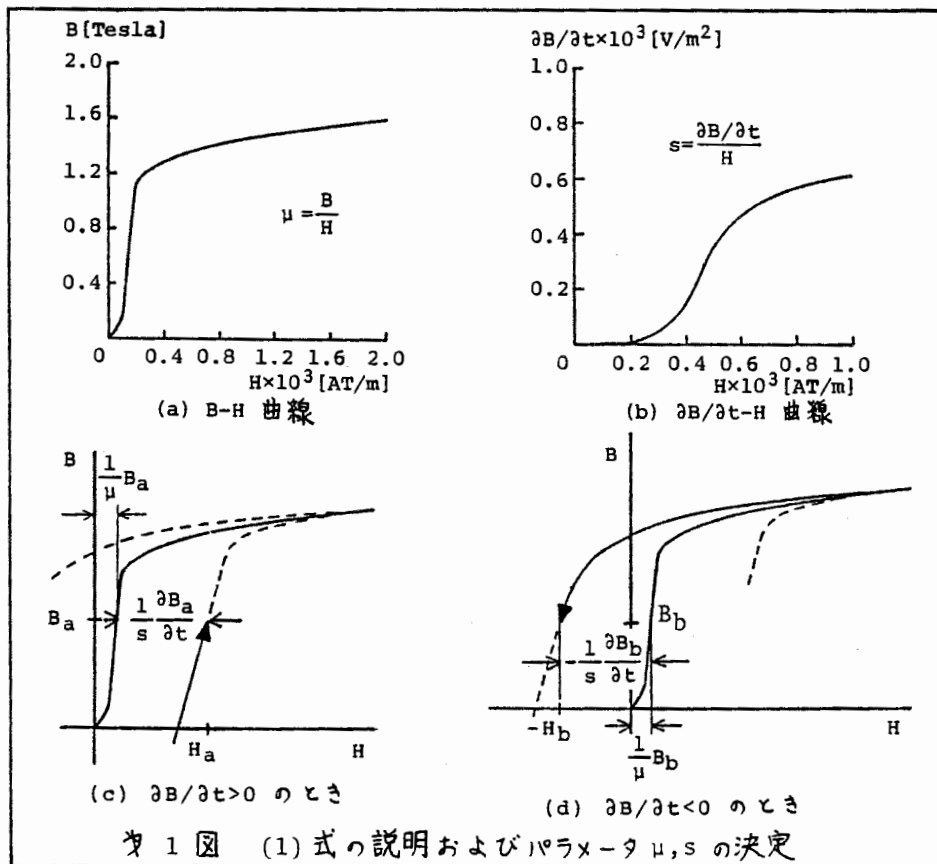
透磁率 μ とヒステリシス係数 s を、それぞれが 1 図 (a) に示す $B-H$ 曲線とが 1 図 (b) に示す $\partial B/\partial t-H$ 曲線によって与える。が 1 図 (c) に示すような、磁束密度 B が増加する状態に対応する磁界の強さ H_a を (1) 式に準じて表わすと、

$$H_a = \frac{1}{\mu} B_a + \frac{1}{s} \frac{\partial B_a}{\partial t} \quad (2)$$

となる。磁束密度が最大値に達した点では、(1) 式中の磁束密度の時間に対する変化率は零である。すなわち、(1) 式の右辺で $\partial B/\partial t = 0$ となる。

従って、最大磁束密度の異なるヒステリシスループ群の最大値の点を結ぶ曲線は、が 1 図 (a) の $B-H$ 曲線を与える。他方、が 1 図 (d) に示すような、磁束密度 B が減少する状態については、次式で表わされる。

$$-H_b = \frac{1}{\mu} B_b - \frac{1}{s} \frac{\partial B_b}{\partial t} \quad (3)$$



磁束密度が零に達した点では明らかに、(1)式右辺は $(1/S)\partial B/\partial t$ の項のみとなる。従って、 $\partial B/\partial t$ -Hループ群の最大値の点を結ぶ曲線は、図1(b)に示す $\partial B/\partial t$ -H曲線を与える。

2.2 Preisachタイプモデル

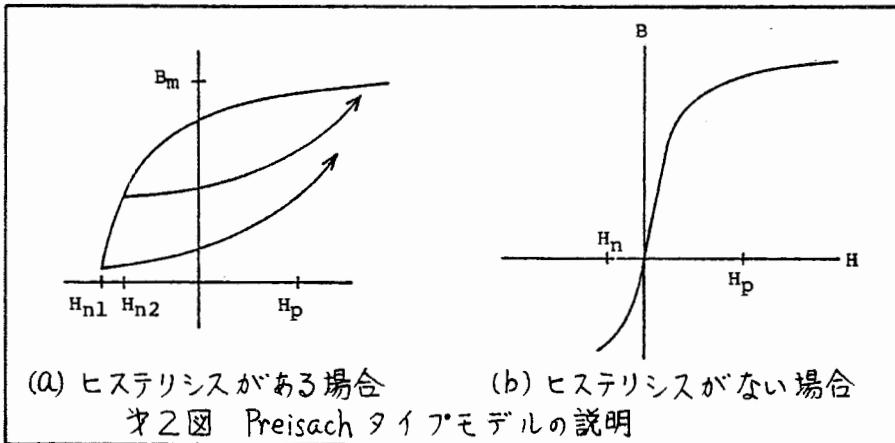
図2(a)から、B-H軌跡は明らかに、反転時の磁界の強さに依存して異なる経路をとる。従って、磁束密度Bは現在加わっている磁界の強さ H_p だけの関数ではなく、反転時の磁界の強さ H_n の関数でもあると考えられる。すなわち、次式のように表わされる。

$$B = B(H_p, H_n) \quad (4)$$

また、図2(a)からB-H軌跡は反転時の磁界の強さ H_n に依存して異なる経路をとるが、飽和磁束密度 B_m の点では常に一致する。従って、反転時の磁界の強さ H_n に対する $\partial B/\partial H_p$ の変化率、すなわち $\partial^2 B/\partial H_n \partial H_p$ は、飽和磁束密度以下の磁束密度の点において零でない値をとる。ヒステリシスが存在せずに磁気飽和だけがある場合を考えると、図2(b)からわかるように、明らかにB-H軌跡は反転時の磁界の強さ H_n に依存せずに、現在の磁界の強さ H_p のみによって決定される。従って、(4)式が成り立つのは磁気ヒステリシスが存在する場合のみであり、反転時の磁界 H_n に対する $\partial B/\partial H_p$ の変化率

$$\psi = \frac{\partial^2 B(H_p, H_n)}{\partial H_n \partial H_p} \quad (5)$$

は、磁気ヒステリシス特性を表わす関数となり、これがPreisachの分布関数と称せられるものである。



2.3 ChuaタイプモデルとPreisachタイプモデルの比較

(1)式から(5)式を導くため、図3図の状態を考える。このとき、図3図の状態は(1)式によって以下のように表わされる。

$$H_p = \frac{1}{\mu} B_a + \frac{1}{s} \frac{\partial B_a}{\partial t} \quad (6)$$

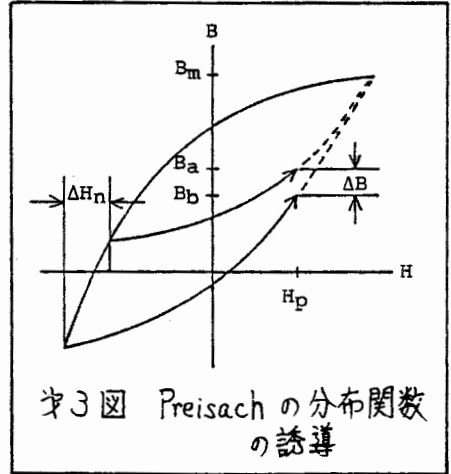
$$H_p = \frac{1}{\mu} B_b + \frac{1}{s} \frac{\partial B_b}{\partial t} \quad (7)$$

ここで、(6)、(7)式における透磁率 μ は、 ΔB が充分小さいため、 $(B_a + B_b)/2$ で決定される一定値と仮定する。また、ヒステリシス係数 s は、 $\{(\partial B_a/\partial t) + (\partial B_b/\partial t)\}/2$ で決定される一定値と仮定する。(7)式から(6)式を引き、変形すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\Delta B}{\mu} &= \frac{1}{\mu} (B_a - B_b) \\ &= \frac{1}{s} \left(\frac{\partial B_b}{\partial t} - \frac{\partial B_a}{\partial t} \right) \\ &= \frac{1}{s} \left(\frac{\partial B_b}{\partial H_p} - \frac{\partial B_a}{\partial H_p} \right) \frac{\partial H_p}{\partial t} \quad (8) \end{aligned}$$

(8)式をさらに変形すると

$$\frac{s}{\frac{\partial H_p}{\partial t}} = \frac{\frac{\partial B_b}{\partial H_p} - \frac{\partial B_a}{\partial H_p}}{\frac{\Delta B}{\mu}} \quad (9)$$



となり、ここで図3で $\Delta H_n \rightarrow 0$ のときを考えると、(9)式中の $\Delta B/\mu$ の項も零に近づくため、 $\Delta H_n = \Delta B/\mu$ となり次式が成り立つ。

$$\lim_{\Delta H_n \rightarrow 0} \frac{\frac{\partial B_b}{\partial H_p} - \frac{\partial B_a}{\partial H_p}}{\frac{\Delta B}{\mu}} = \frac{\partial^2 B}{\partial H_n \partial H_p} \quad (10)$$

(5)式および(9)、(10)式から、(7)式中のヒステリシス係数 s はPreisachの分布関数 ψ を用いて次式のように表わされる。

$$s = \frac{\partial H}{\partial t} \cdot \psi \quad (11)$$

ただし、(9)式中の $\partial H_p/\partial t$ の項は(11)式では、 $\partial H/\partial t$ と一般化して書いてある。また、(11)式で $\partial B/\partial t = (\partial B/\partial H) \partial H/\partial t$ と書けるため、(7)式を(11)式の関係より書き直すと次式のようにになる。

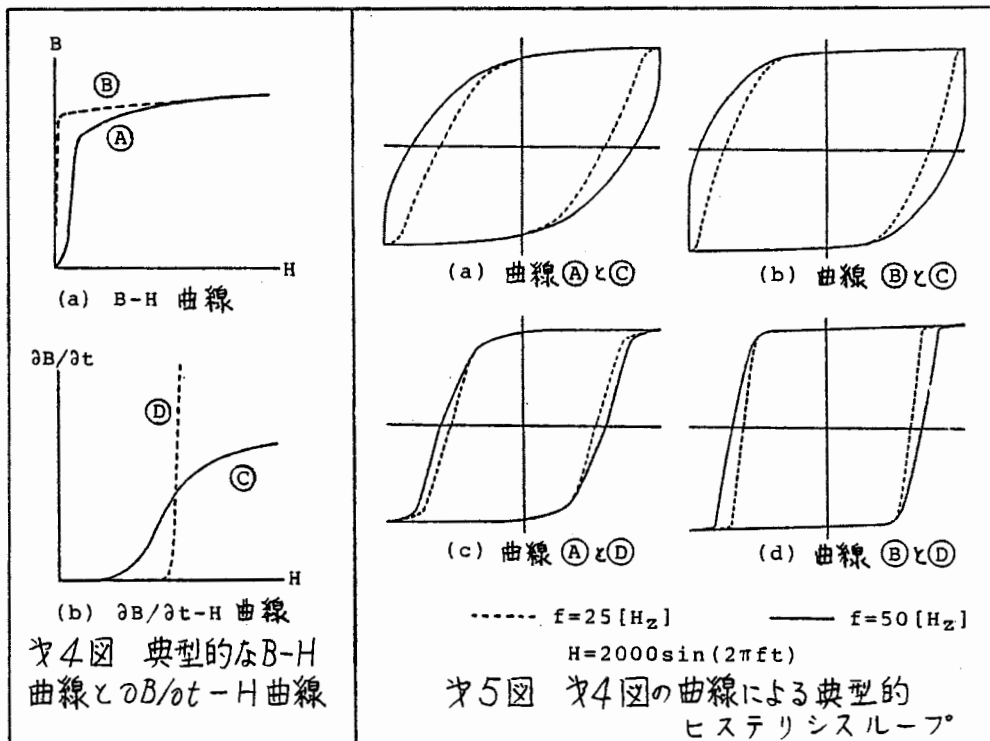
$$H = \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{\psi} \frac{\partial B}{\partial H} \quad (12)$$

(12)式は、磁気飽和特性が原点からの勾配を表わす透磁率 μ で導入され、磁気ヒステリシス特性がPreisachの分布関数 ψ と勾配 $\partial B/\partial H$ によって表わされることを意味する。

3. 磁気ヒステリシス特性

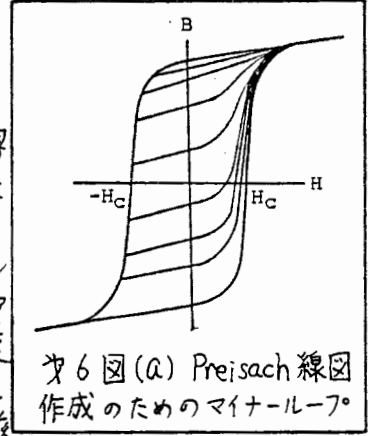
3.1 磁気ヒステリシス特性の分類

最初に、Chuaタイプモデルにより磁気ヒステリシス特性の分類を行なう。(1)式で、駆動源として磁界の強さを正弦波状に時間に対して変化させたとき、ヒステリシスループの形状は大別して、曲線部分を有する形のループと直線部分を有する形のループに分類できる。さらに、周波数に対するヒステリシスループの形状の変化から、周波数依存形と非依存形にも分類できる。(1)式のパラメータ μ を決定する $B-H$ 曲線と、パラメータ S を決定する $\partial B/\partial t-H$ 曲線を、それぞれについて典型的な例として図4(a), (b)のように仮定する。これらの曲線を組み合わせることによって、図5図に示すような各種の形状のヒステリシスループが得られる。曲線部分を有する形のヒステリシスループは、図5図からわかるように、図4図の曲線(A)と(C)または曲線(A)と(D)を組み合わせ、(1)式から得られる。また、直線部分を有する角形のヒステリシスループは、図4図の曲線(B)と(C)または曲線(B)と(D)を組み合わせ、(1)式から得られる。従って、ヒステリシスループの形状は、図4図(a)の $B-H$ 曲線によって決定されることがわかる。次に、周波数依存形は図4図の曲線(A)と(C)または曲線(B)と(C)の組み合わせから得られ、周波数非依存形は図4図の曲線(A)と(D)または曲線(B)と(D)の組み合わせから得られることから、ヒステリシスループの周波数依存性は、図4図(b)の $\partial B/\partial t-H$ 曲線によって決定されることがわかる。以上の結果から、Hard



な磁性材料は比較的そのヒステリシスループの形状が周波数に依存しないため、図4(b)の曲線④に対応すると考えられる。逆に、Softな磁性材料は比較的そのヒステリシスループの形状が周波数に依存するため、図4(b)の曲線③に対応すると考えられる。

次に、(11)式を使って Preisach の分布関数から磁気ヒステリシス特性の分類を行なう。Preisach の分布関数を図6(a)に示すマイナーループ群から得ることを考える。駆動源である磁界の強さが反転する点において、磁束密度の時間に対する変化率 $\partial B / \partial t$ は零である。従って、図1(b)からわかるように、(11)式中のヒステリシス係数 S は極めて小さい値をとる。同様に、図6(a)中のマイナーループ上の点で、磁束密度の時間に対する変化率 $\partial B / \partial t$ が小さい点では、ヒステリシス係数 S も小さい値をとる。逆に、磁束密度の時間に対する変化率 $\partial B / \partial t$ が大きい点では、ヒステリシス係数 S も大きな値をとる。よって、(11)式で $\partial H / \partial t$ を一定とすれば、Preisach の分布関数 ψ は、図6(a)において、反転時の磁界の強さ H_m が $H_m \leq 0$ で、かつ現時点の磁界の強さ H_p が $H_p \geq 0$ の領域で、零でない正の値をとる。



従って、Preisach の分布関数 ψ を、縦軸に H_m 、横軸に H_p をとった座標上にプロットすれば、この図はヒステリシス磁化特性を表わすことになり、これが Preisach 線図と呼ばれるものである。ヒステリシス磁化特性の周波数依存性を決定する図4(b)の $\partial B / \partial t - H$ 曲線で、周波数依存形すなわち Soft な磁性材料は、比較的ゆるやかな勾配を持つ曲線③で表わされる。従って、Soft な磁性材料の Preisach 線図は、ゆるやかな勾配を持つ分布となる。他方、周波数非依存形すなわち Hard な磁性材料を表わす図4(b)の曲線④は、比較的急な勾配を持っているため、Hard な磁性材料の Preisach 線図は急な勾配を持つ分布となる。

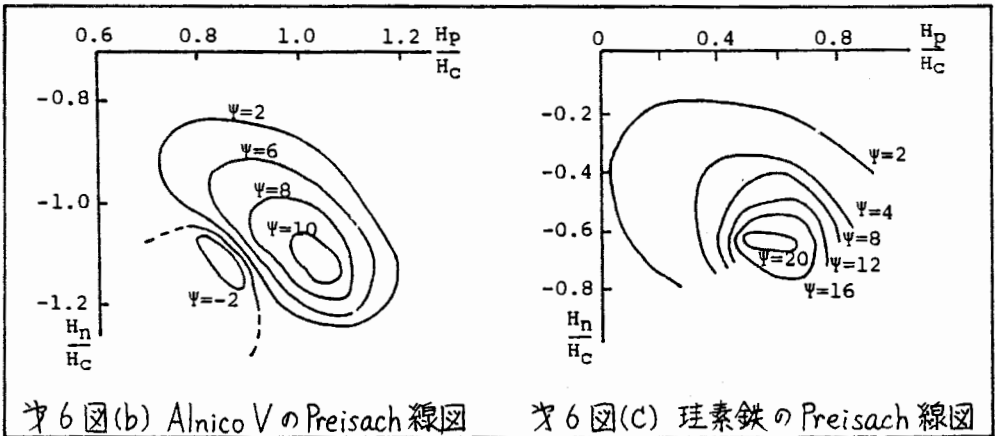


図6(b) Alnico V の Preisach 線図

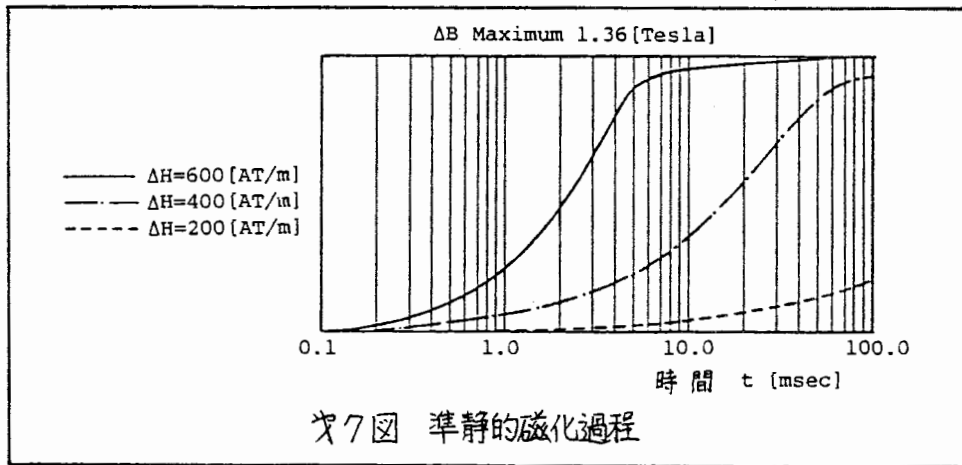
図6(c) 珪素鉄の Preisach 線図

以上の結果は、 $\partial H/\partial t$ を一定とする条件が満足されているとは限らないが津屋等が求めた実験結果と定性的に一致することを確認している。図6(b)に Alnico V、および図6(c)に珪素鉄の Preisach 線図を示す。⁽¹¹⁾⁽¹²⁾

図6(c)中に負の値をとる分布が存在するが、この点についてはより一層の検討が必要であると考えられる。

3.2 準静的磁化特性

(1)式で、駆動源の磁界の強さ H が H_0 から階段状に $H_0+\Delta H$ に変化した状態を考える。このように、駆動源が時間の連続関数でないとき、磁界の強さが ΔH 変化した後、時間の経過と共に磁束密度の時間に対する変化率 $\partial B/\partial t$ が零に近づく状態を準静的磁化過程と定義する。さて、(1)式中のパラメータ μ や λ は一定でなく、それぞれ磁束密度 B と磁束密度の時間変化率 $\partial B/\partial t$ の関数であるため、解析的に(1)式から、準静的状態における階段状入力 ΔH に対する磁束密度の変化 ΔB を求めることはできない。図7図に、図1図(a),(b)の曲線(これらの曲線は実験的に、軟鉄に対して測定されたものである。)を用いて $t=0$ で $H_0=0$ として、各種の ΔH に対する ΔB を数値的に求めた例が示してある。図7図から、磁束密度の変化 ΔB はある領域において、時間に対して対数的、すなわち $\log t$ に比例していることがわかる。しかし、入力 ΔH の大きさによって、 ΔB が $\log t$ に比例する領域は一個でなく複数個存在する可能性を示している。実験的には、山田等によって限られた領域であるが、 ΔB は $\log t$ に比例することが報告されている。⁽¹³⁾このことは、本モデルが、Néelの fluctuation after effectの機構と深い関係にあることを示唆している。しかし、 ΔB が $\log t$ に比例する領域が複数個存在する等、なお実験的検討を必要とするものが多い。



4. 結 言

本論文では、Chuaタイプモデルと Preisachタイプモデルの比較検討を行ない、その結果ヒステリシス磁化特性の分類を、ループ形状と駆動周波数の影響から分類できることを示した。さらに、準静的磁化特性で、階段状磁界入力に対して磁束密度の変化が、時間の対数に比例する領域の存在を見出した。

参 考 文 献

- (1) F.Preisach, "Über die Magnetische Nachwirkung," Zeitschrift für Physik, Vol.94, No.5-6, pp.277-302, Feb. 1935.
- (2) L.Néel, Compt. rend. (Paris) 246, 2313 (1958) および L.Néel, J. Phys. radium 20, 215 (1959)
- (3) E.Kondorsky, J. Phys. (USSR) 6, 93 (1959)
- (4) 島野, 津屋 "磁石材料と Preisach 分布" 東北大学電通談話会記録, ㊦35巻㊦2号, June 1966, pp.127-134
- (5) L.O.Chua and K.A.Stromsmoe, "Lumped Circuit Models for Non-linear Inductor Exhibiting Hysteresis Loops," IEEE Trans., Circuit Theory, Vol.CT-17, No.4, Nov.1970, pp.564-574.
- (6) L.O.Chua and S.C.Bass, "A Generalized Hysteresis Model," IEEE Trans., Circuit Theory, Vol.CT-19, No.1, Jan. 1972, pp. 36-48.
- (7) Y.Saito, "Three-dimensional Analysis of Magnetdynamic Fields in Electromagnetic Devices taken into account the Dynamic Hysteresis Loops," IEEE Trans., Magnetics, Vol.MAG-18, No.2, March 1982, pp.546-551.
- (8) Y.Saito, H.Saotome, S.Hayano and T.Yamamura, "Modeling of Hysteretic and Anisotropic Magnetic Field Problems," IEEE Trans., Magnetics, to be published in November issue in 1983.
- (9) Y.Saito, H.Saotome and T.Yamamura, "A Lumped Circuit Model for Nonlinear Inductor Exhibiting Dynamic hysteresis Loops and its Application to the Electric Circuits," comp. Meths. Appl. Mech. Eng., Vol.38, No.2, pp.185-202, 1983.
- (10) Y.Saito, H.Saotome, S.Hayano and T.Yamamura, "Modeling of Nonlinear Inductor Exhibiting Hysteresis Loops and its Application to the Single Phase Parallel Inverters," IEEE Trans., Magnetics, Vol.MAG-19, No.5, September 1983, pp.2189-2191.
- (11) 津屋, 島野, 東森 "角形履歴特性とプライザツハ・ダイアグラム" 磁気記録研究会資料, May 1966
- (12) 島野, 東森, 津屋 "磁心材料と Preisach 分布," 東北大学電通談話会記録, ㊦35巻㊦2号, June 1966, pp.135-141
- (13) O.Yamada, F.Ono and M.Yamada, "Thermal Fluctuation After-Effect in Soft Magnetic Materials," Journal of Magnetism and Magnetic Materials, Vol.19, 1980, pp.293-295.

原稿受付 昭和58年12月26日