

動的ヒステリシス現象を考慮した単相内鉄形変圧器の3次元解析

齊藤 兆古
(法政大学工学部)

早乙女 英夫
(法政大学大学院修士課程)

第1章 序論

変圧器の解析あるいは設計において、定量的算出の困難なもの例として次の3項目をあげることができる。

- (i) 磁気材料の磁気飽和現象
- (ii) 磁気材料のヒステリシス現象
- (iii) 巻線間の磁氣的結合状態、すなわち漏れ磁束の考慮

ここで(i)および(ii)は材料の物理的特性であり、(iii)は変圧器の形状に主に関係するものである。

これらのことを解析的にとり扱うことは非常に困難であり、一方最近の電子計算機技術の発展にともない数多くの数値解析法が報告されているが、(ii)のヒステリシス現象をも考慮したものは非常に少なく、多くの場合その数学的モデルが問題となっている。その中で、論文[1]および[2]で用いられたモデルは実験値との比較において良い精度を得ている。

本論文では、論文[1]および[2]で用いられたヒステリシスモデルを用いて2次元に抵抗負荷がある場合の単相内鉄形変圧器の3次元解析を行なうものであり、最後に数値解と実験値との比較をする。

第2章 動的ヒステリシス現象を表現する磁界方程式

2.1 磁界方程式

第1図(a)に典型的なヒステリシスループを示す。第1図(a)の任意の点Aにおいて、磁界の強さ H_a は2つの磁界成分 H_μ と H_s とから成り立っていると考えられる。ただし、第1図(a)の曲線OMは飽和曲線である。

$$H_a = H_\mu + H_s \quad (1)$$

磁界の強さ H_μ と磁束密度 B_a との関係は次式によって表わされる。

$$H_\mu = \left(\frac{1}{\mu}\right) B_a \quad (2)$$

ここで μ は磁気材料の透磁率である。透磁率 μ を磁界の強さ H_μ の関数として表わすと、(2)式は磁気材料の磁気飽和現象を表わす。したがって(1)式の右辺第2項 H_s は磁気材料のヒステリシス現象を表わすことになる。

よって(1)式の磁界の強さ H_s は以下の条件を満足することになる。

- (i) 第1図(a)において、 B が $-B_m$ から $+B_m$ まで変化するとき、 H_s は正の値をとる。
- (ii) 第1図(a)において、 B が $+B_m$ から $-B_m$ まで変化するとき、 H_s は負の値をとる。
- (iii) 第1図(a)において、 B が正または負の最大値に達した時には H_s は零である。
- (iv) ヒステリシスループで囲まれた面積は磁気材料の単位体積当りのエネルギー損失に等しい。

第1図(b)に磁界の強さ H と磁束密度 B の時間微分との間の関係を示す。ここで、第1図(a)のヒステリシスループは反時計方向に回転しているのに対して、第1図(b)のループの回転は時計方向回りとなっている。上に示した4つの条件(i)~(iv)と第1図(a)および(b)より、次式を仮定することができる。

$$H_s = \left(\frac{1}{s}\right) \frac{dB_a}{dt} \quad (3)$$

ここでヒステリシス係数 s は H_s と dB_a/dt との関係から与えられ、単位は $[A \cdot m / W]$ である。さらに条件(iv)より第1図(a)の点Aにおける単位体積当りのヒステリシス損失パワー $P_a [W/m^3]$ は次式の如くなる。

$$P_a = H_s \left(\frac{dB_a}{dt}\right) = \left(\frac{1}{s}\right) \left(\frac{dB_a}{dt}\right)^2 \quad (4)$$

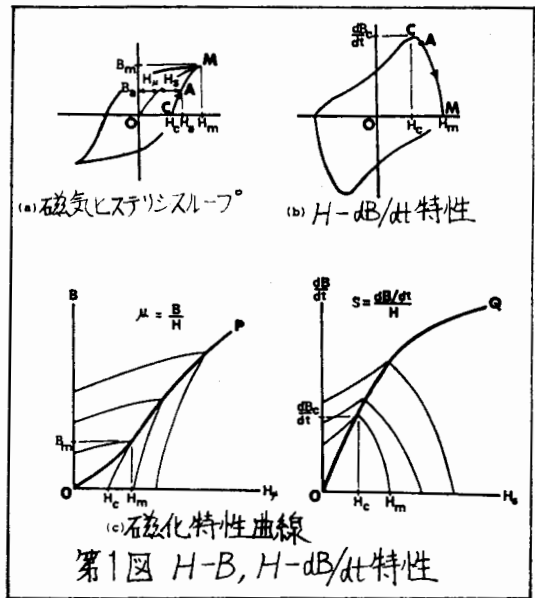
(1)~(4)式より、動的ヒステリシス現象を考慮した磁界方程式が得られる。

$$H = \left(\frac{1}{\mu}\right) B + \left(\frac{1}{s}\right) \frac{dB}{dt} \quad (5)$$

(5)式は典型的なヒステリシス現象、たとえばループ面積の印加電圧特性やマイナーループ等も表現することができる。[1], [2]

2.2 磁化特性曲線

第1図(a)の磁束密度 B が最大値 B_m に達した時、その時間微分である第1図(b)の dB/dt は零である。よって(5)式は、 $H_m = (1/\mu_m) B_m$ と書ける。したがって、透磁率 μ_m は $\mu_m = B_m/H_m$ となる。同様なことを大きき異なる各ヒステリシスループについて考えると、それぞれのループの最大ピーク点の集合となる曲線は第1図(c)の左図の曲線OPの如くなり、これによ



り透磁率 μ は磁界の強さ H_u の1価関数として与えられる。

第1図(a)の磁束密度 B が零の時, 第1図(b)の磁束密度の時間微分は最大値 dB_c/dt をとる。すなわち, (5)式は, $H_c = (1/s_c)(dB_c/dt)$ となる。したがってヒステリシス係数 s_c は, $s_c = (dB_c/dt)/H_c$ によって計算できる。同様なことを大きさの異なる各ループについて考えると, それぞれのループの最大ピーク点の集合となる曲線は第1図(c)の右図の曲線 OQ の如くなり, これによりヒステリシス係数 s は磁界の強さ H_s の1価関数として与えられる。

第3章 磁気回路理論

3.1 磁気回路の基本方程式

第2図(a)の2次元磁界の領域1について考えると, 磁界の強さ H と電流密度 J_1 の間には次の関係がある。

$$\oint_{abcd} H \cdot dl = \int_{A_1} J_1 \cdot n da \quad (6)$$

ここで dl は $abcd$ 上の微小区間, da は領域1内の微小面積, A_1 は領域1の面積, n は da の単位法線ベクトルである。また, 第2図(a)の添え字1, 2, 3, 4および5は各領域の値を示している。(6)式の右辺は領域 A_1 を流れる電流 i_1 に等しい。

$$\int_{A_1} J_1 \cdot n da = i_1 \quad (7)$$

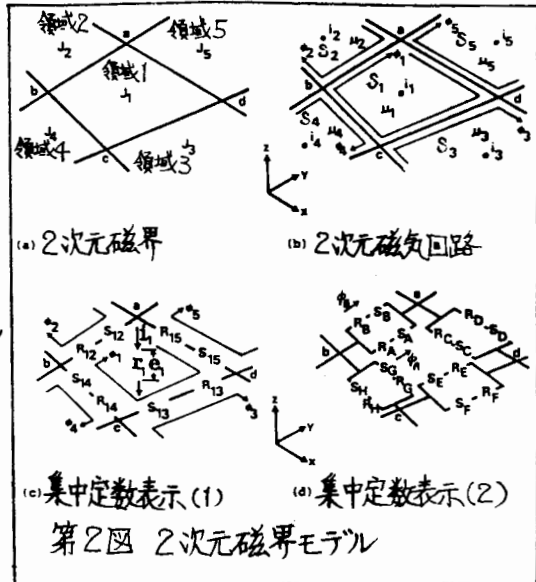
(5)式より(6)式の左辺は次式の如くなる。

$$\oint_{abcd} H \cdot dl = \oint_{abcd} \left[\left(\frac{1}{\mu}\right)B + \left(\frac{1}{s}\right)\frac{dB}{dt} \right] dl \quad (8)$$

第2図(a)に示す磁界に磁気回路を仮定するために, (7)式の電流 i_1 は領域1内で均一に流れているのではなく, 領域1内のある1点に集中しているものとする。また, 他の領域についても同様である。

磁気材料の非線形磁化特性のため(8)式の透磁率 μ やヒステリシス係数 s は場所に依存するが, 第2図(a)の各領域内ではそれぞれ一定の値をとるものとする。磁界の強さ H や磁束密度 B も場所に依存するが, 第2図(b)において各メッシュを通るループ磁束 $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4$ および ϕ_5 はそれぞれの領域において一定の値をとる。

これらの仮定の下に第2図(a)の磁界は第2図(b)のモデルを用いて計算



第2図 2次元磁界モデル

できる。第2図(b)において、領域1の外部印加電圧 e_1 は、 x 方向に印加されており、(7)式の電流 i_1 および(8)式の右辺は次のようになる。

$$i_1 = \frac{1}{r_1} \left[e_1 - \left(\frac{d}{dt} \right) \phi_1 \right] \quad (9)$$

$$\oint_{abcd} \left[\left(\frac{1}{\mu} \right) B + \left(\frac{1}{s} \right) \frac{dB}{dt} \right] dl = \sum_{k=2}^5 [R_{1k} + S_{1k} \left(\frac{d}{dt} \right)] [\phi_1 - \phi_k] \quad (10)$$

ここで r_1 は x 方向の電気抵抗、 R_{1k} および S_{1k} はそれぞれ第2図(c)に示したように磁路 $abcd$ の磁気抵抗およびヒステリシスパラメータである。

さまざまな幾何学的形状をもつ要素の磁気抵抗の計算は論文[3]で示した方法を用いる。(10)式より R_{1k} および S_{1k} の幾何学的形状の部分は共通であることがわかる。したがって、さまざまな幾何学的形状をもつヒステリシスパラメータは磁気抵抗と同様な方法で求めることができる。また、(9)式の電気抵抗 r_1 も論文[3]の方法で計算できる。

(6)~(10)式より、第2図(a)の領域1に対する磁気回路方程式は次式の如くなる。

$$\frac{1}{r_1} \left[e_1 - \left(\frac{d}{dt} \right) \phi_1 \right] = \sum_{k=2}^5 [R_{1k} + S_{1k} \left(\frac{d}{dt} \right)] [\phi_1 - \phi_k] \quad (11)$$

3.2 境界条件

磁気材料の非線形磁化特性を考慮するため、本論文では第2図(a)の磁界を第2図(b)の様にメッシュ領域に分割し、各領域で透磁率 μ およびヒステリシス係数 s は異なる値をとり得るものとした。異種の磁性体の境界面では磁界の強さの境界面に対する平行成分は互いに等しくなければならず、また磁束密度の垂直成分もそれぞれ等しくなければならない。第2図(b)の磁気回路が第2図(d)の如くなるようにすると、磁界の強さの境界面に対する平行成分についての境界条件は自動的に満足される。磁束密度の垂直成分に対する境界条件は、磁気抵抗やヒステリシスパラメータの計算時に満足される。つまり、[磁気抵抗] = [磁路長] / [(透磁率) × (磁路断面積)] であり、磁路長と磁路断面積は常に垂直であるから、磁束密度の垂直成分は常に連続である。

3.3 時間方向に対する離散化

第2図(d)の節点aとbとの間の磁気回路を考えると、次式が得られる。

$$\mathcal{F}_{ab} = R_A \phi_a + S_A \left(\frac{d\phi_a}{dt} \right) = R_B \phi_b + S_B \left(\frac{d\phi_b}{dt} \right) \quad (12)$$

ここで \mathcal{F}_{ab} は節点a,b間にかかる起磁力であり、磁気抵抗 R_A および R_B 、ヒステリシスパラメータ S_A および S_B 、さらに磁束 ϕ_a および ϕ_b はそれぞれ第2図(d)に示すとおりである。

(12)式を有限差分法を用いて離散化すると次式の如くなる。

$$\mathcal{F}_{ab}(\alpha) = Z_A(t+\Delta t)\phi_A(t+\Delta t) - Z_A(t)\phi_A(t) = Z_B(t+\Delta t)\phi_B(t+\Delta t) - Z_B(t)\phi_B(t) \quad (13)$$

ここで Δt は時間きざし幅であり, $Z_A(t+\Delta t), Z_A(t), Z_B(t+\Delta t), Z_B(t)$ および $\mathcal{F}_{ab}(\alpha)$ は以下で定義される磁気インピーダンスおよび起磁力である。

$$\left. \begin{aligned} Z_A(t+\Delta t) &= \left(\frac{1}{\Delta t}\right) [S_A(\alpha) + \alpha \Delta t \mathcal{R}_A(\alpha)], & Z_A(t) &= \left(\frac{1}{\Delta t}\right) [S_A(\alpha) - (1-\alpha) \Delta t \mathcal{R}_A(\alpha)] \\ S_A(\alpha) &= \alpha S_A(t+\Delta t) + (1-\alpha) S_A(t), & \mathcal{R}_A(\alpha) &= \alpha \mathcal{R}_A(t+\Delta t) + (1-\alpha) \mathcal{R}_A(t) \\ Z_B(t+\Delta t) &= \left(\frac{1}{\Delta t}\right) [S_B(\alpha) + \alpha \Delta t \mathcal{R}_B(\alpha)], & Z_B(t) &= \left(\frac{1}{\Delta t}\right) [S_B(\alpha) - (1-\alpha) \Delta t \mathcal{R}_B(\alpha)] \\ S_B(\alpha) &= \alpha S_B(t+\Delta t) + (1-\alpha) S_B(t), & \mathcal{R}_B(\alpha) &= \alpha \mathcal{R}_B(t+\Delta t) + (1-\alpha) \mathcal{R}_B(t) \\ \mathcal{F}_{ab}(\alpha) &= \alpha \mathcal{F}_{ab}(t+\Delta t) + (1-\alpha) \mathcal{F}_{ab}(t) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

(13) および (14) 式のパラメータ α は $0 \leq \alpha \leq 1$ の範囲で任意であり, $\alpha = 0$ および $\alpha = 1$ でそれぞれ前進および後方差分となる。(13) 式の時刻 t における初期状態を考えると, $Z_A(t)\phi_A(t)$ と $Z_B(t)\phi_B(t)$ は等しくなっている。よって, 磁束 $\phi_A(t+\Delta t), \phi_A(t), \phi_B(t+\Delta t)$ および $\phi_B(t)$ はループ磁束 $\phi_1(t+\Delta t), \phi_1(t), \phi_2(t+\Delta t)$ および $\phi_2(t)$ を用いて以下の如く表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \phi_A(t+\Delta t) &= \frac{Z_B(t+\Delta t)}{Z_A(t+\Delta t) + Z_B(t+\Delta t)} [\phi_1(t+\Delta t) - \phi_2(t+\Delta t)], & \phi_A(t) &= \frac{Z_B(t)}{Z_A(t) + Z_B(t)} [\phi_1(t) - \phi_2(t)] \\ \phi_B(t+\Delta t) &= \frac{Z_A(t+\Delta t)}{Z_A(t+\Delta t) + Z_B(t+\Delta t)} [\phi_1(t+\Delta t) - \phi_2(t+\Delta t)], & \phi_B(t) &= \frac{Z_A(t)}{Z_A(t) + Z_B(t)} [\phi_1(t) - \phi_2(t)] \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

(15) 式の関係を用いて (13) 式に代入すると節点 a, b 間の磁気回路方程式は次式の如くなる。

$$\mathcal{F}_{ab}(\alpha) = Z_{12}(t+\Delta t) [\phi_1(t+\Delta t) - \phi_2(t+\Delta t)] - Z_{12}(t) [\phi_1(t) - \phi_2(t)] \quad (16)$$

ここで磁気インピーダンス $Z_{12}(t+\Delta t)$ および $Z_{12}(t)$ は次式によって与えられる。

$$Z_{12}(t+\Delta t) = \frac{Z_A(t+\Delta t) Z_B(t+\Delta t)}{Z_A(t+\Delta t) + Z_B(t+\Delta t)}, \quad Z_{12}(t) = \frac{Z_A(t) Z_B(t)}{Z_A(t) + Z_B(t)} \quad (17)$$

第2図(d)の他の節点間に対しても磁気回路方程式は(16)式と同様となり, これらの磁気回路方程式より(11)式の右辺は次式の如くなる。

$$\sum_{k=2}^5 [\mathcal{R}_{1k} + \mathcal{R}_k \left(\frac{\Delta t}{\tau_k}\right)] [\phi_1 - \phi_k] = \sum_{k=2}^5 [Z_{1k}(t+\Delta t) \{\phi_1(t+\Delta t) - \phi_k(t+\Delta t)\} - Z_{1k}(t) \{\phi_1(t) - \phi_k(t)\}] \quad (18)$$

ここで $Z_{1k}(t+\Delta t)$ および $Z_{1k}(t)$ ($k=3, 4, 5$) は第2図(d)の節点 b, c, d および a 間の磁気インピーダンスである。有限差分法を用いると(11)式の左辺は次式の如くなる。

$$\frac{1}{\tau_1} [e_1 - \left(\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) \phi_1] = \frac{1}{\tau_1} [\alpha e_1(t+\Delta t) + (1-\alpha) e_1(t) - \left(\frac{\Delta t}{\tau_1}\right) \{\phi_1(t+\Delta t) - \phi_1(t)\}] \quad (19)$$

(18)および(19)式を(11)式に代入して整理すると、時間方向に離散化された磁気回路方程式は次式の如くなる。

$$\mathcal{F}_1(\alpha) \left[\frac{1}{T_1 \Delta t} + \sum_{k=2}^5 Z_{1k}(t) \right] \phi(t) - \sum_{k=2}^5 Z_{1k}(t) \phi_k(t) = \left[\frac{1}{T_1 \Delta t} + \sum_{k=2}^5 Z_{1k}(t+\Delta t) \right] \phi(t+\Delta t) - \sum_{k=2}^5 Z_{1k}(t+\Delta t) \phi_k(t+\Delta t) \quad (20)$$

ここで外部印加起磁力 $\mathcal{F}_1(\omega)$ は次式で与えられる。

$$\mathcal{F}_1(\alpha) = \frac{1}{T_1} [\alpha e_1(t+\Delta t) + (1-\alpha)e_1(t)] \quad (21)$$

3.4 非線形パラメータの決定法

空気中では透磁率 μ およびヒステリシス係数 S はそれぞれ $\mu_0 (=4\pi \times 10^{-7})$ および無限大の値をもつ。しかしながら、磁気材料中では透磁率 μ およびヒステリシス係数 S は各領域の磁界の強さに依存する。

磁界モデル第2図(d)の磁気抵抗 $\mathcal{R}_A(t+\Delta t)$ に貯えられる磁気エネルギー w_A は次式の如くなる。

$$w_A = \frac{1}{2} \mathcal{R}_A(t+\Delta t) [\phi_A(t+\Delta t)]^2 \quad (22)$$

同様にして、第2図(d)の磁気抵抗 $\mathcal{R}_C(t+\Delta t)$, $\mathcal{R}_E(t+\Delta t)$ および $\mathcal{R}_G(t+\Delta t)$ に貯えられる磁気エネルギー w_C , w_E および w_G も計算できる。これらの磁気エネルギーの和をとると、第2図(d)の透磁率 μ_1 の領域1に貯えられる磁気エネルギー w_1 が求まる。

$$w_1 = w_A + w_C + w_E + w_G = \left(\frac{1}{2} \right) \frac{B^2}{\mu_1} V_1 \quad (23)$$

ここで V_1 は領域1の体積である。(23)式より、時刻 $(t+\Delta t)$ の時の透磁率 μ_1 は磁界の強さ $B/\mu_1 = \sqrt{2w_1/(\mu_1 V_1)}$ の関数として与えられる。

(4)式より、磁界モデル第2図(d)のヒステリシスパラメータ $S_A(t+\Delta t)$ で消費されるヒステリシス損失パワー P_A は次式で与えられる。

$$P_A = S_A(t+\Delta t) \left[\{ \phi_A(t+\Delta t) - \phi_A(t) \} / \Delta t \right]^2 \quad (24)$$

同様にして、第2図(d)のヒステリシスパラメータ $S_C(t+\Delta t)$, $S_E(t+\Delta t)$ および $S_G(t+\Delta t)$ で消費されるヒステリシス損失パワー P_C , P_E および P_G も計算できる。これらのヒステリシス損失パワーの和をとると、第2図(d)のヒステリシス係数 S_1 の領域1で消費されるヒステリシス損失パワー P_1 が求まる。

$$P_1 = P_A + P_C + P_E + P_G = \frac{1}{S_1} \left(\frac{dB}{dt} \right)^2 V_1 \quad (25)$$

時刻 $(t+\Delta t)$ のヒステリシス係数 S_1 は(25)式より磁界の強さ $(1/S_1)(dB/dt) = \sqrt{P_1/(S_1 V_1)}$ の関数として与えられる。

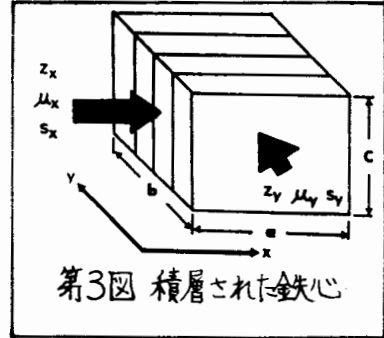
エネルギー損失となるうず電流を抑制するために、変圧器の鉄心は鉄板と絶縁物との積層によって形成されている。その結果、鉄心の磁化特性は非等

方性となる。たとえば第3図に示した鉄心の磁化特性について考えてみると、透磁率やヒステリシス係数は方向によって異なる値をとることがわかる。一般に、絶縁物の厚さは非常に小さく空げきとみなすことができる。また、空気中の透磁率は鉄心中のそれと比べて非常に小さく、空気中のヒステリシス係数は無限大の値をとると考えられる。よって、第3図のx方向の磁束は鉄心中のみを通るものとする事ができる。したがって、第3図のx方向の磁気インピーダンス Z_x は次式で与えられる。

$$Z_x = \frac{a}{\tau bc} \left[\frac{1}{\mu} + \frac{1}{s} \left(\frac{d}{dt} \right) \right] \quad (26)$$

ここで長さ a , b および c は第3図に示すとおりである。また、 τ は鉄心の占積率で次式で定義される。

$$\tau = \frac{[\text{鉄部分の体積}]}{[\text{鉄心全体の体積}]} \quad (27)$$



(26) および (27) 式より、第3図のx方向の透磁率 μ_x およびヒステリシス係数 s_x は次式によって与えられる。

$$\begin{bmatrix} \mu_x \\ s_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau & 0 \\ 0 & \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu \\ s \end{bmatrix} \quad (28)$$

一方、第3図のy方向の磁束は鉄と絶縁物を貫かなければならないので、この方向の磁気インピーダンス Z_y は次式の如くなる。

$$Z_y = \frac{b}{ac} \left[\frac{\tau}{\mu} + \frac{1-\tau}{\mu_0} + \frac{\tau}{s} \left(\frac{d}{dt} \right) \right] \quad (29)$$

(29) 式より、第3図のy方向の透磁率 μ_y およびヒステリシス係数 s_y は次式によって与えられる。

$$\begin{bmatrix} \mu_y \\ s_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/\{\tau + (\mu/\mu_0)(1-\tau)\} & 0 \\ 0 & 1/\tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu \\ s \end{bmatrix} \quad (30)$$

(28) および (30) 式は直方体要素についての関係式であるが、その結果は他の6面体要素についても有効である。

3.5 単相内鉄形変圧器における磁気回路方程式

積層された変圧器の鉄心中にはうず電流は存在しないと考えられるが、2次側巻線を流れる電流は1次電流のつくる磁束をうち消す方向に流れ、これはうず電流の1つとみなすことができる。電流の流れる方向、つまり巻線方向と同方向成分の磁束は無視できるので、第4図(a)のような立体要素が考えられる。この3次元立体要素は半径方向と正接方向をもつ2次元座標系を用いて表わすことができる。したがって、この要素の透磁率やヒステリシス係数は半径方向および正接方向の磁界の強さによって決定される。また、第4図(a)の最も内側の要素の透磁率やヒステリシス係数は正接方向の磁界の強さによって決定される。

具体的な例として、第4図(b)に示すような単相内鉄形変圧器について考えてみる。この変圧器とその周辺の空気領域を半径方向に M_R 分割、正接方向に M_T 分割すると全体で $M = M_R \times M_T$ 個に分割したことになる。各巻線のある領域も第4図(a)の立体要素と考えられ、また考えている全体領域の境界面より磁束は外部に漏れないものとする。

領域全体についての磁気回路方程式は、行列表示を用いて次式の如く表わされる。

$$F[\alpha] + \{G + Z[t]\} \Phi[t] = \{G + Z[t+at]\} \Phi[t+at] \quad (31)$$

ここで $F[\alpha]$, G , $\Phi[t]$, $\Phi[t+at]$, $Z[t]$ および $Z[t+at]$ はそれぞれ起磁カベクトル, コンダクタンス行列, 時刻 t と $(t+at)$ の磁束ベクトルおよび磁気インピーダンス行列で、以下に示すとおりである。ただし、各行列の添え字 l は1次側巻線部分の領域を示し、 N_l は1次側巻線の巻数である。

$$F[\alpha] = [N_l \mathcal{H}_l(\alpha) \ 0 \ \dots \ 0]^T, \quad G = \text{diag.} \left[\frac{N_1^2}{r_{1at}} \ \frac{1}{r_{2at}} \ \dots \ \frac{1}{r_{Mat}} \right]$$

$$\Phi[t] = [\phi_1(t) \ \phi_2(t) \ \dots \ \phi_M(t)]^T, \quad \Phi[t+at] = [\phi_1(t+at) \ \phi_2(t+at) \ \dots \ \phi_M(t+at)]^T$$

$$Z[t] = \begin{bmatrix} Z_{11}(t) & Z_{12}(t) & \dots & Z_{1M}(t) \\ & Z_{22}(t) & \dots & Z_{2M}(t) \\ & & \ddots & \vdots \\ \text{SYMMETRIC} & & & Z_{MM}(t) \end{bmatrix}, \quad Z[t+at] = \begin{bmatrix} Z_{11}(t+at) & Z_{12}(t+at) & \dots & Z_{1M}(t+at) \\ & Z_{22}(t+at) & \dots & Z_{2M}(t+at) \\ & & \ddots & \vdots \\ \text{SYMMETRIC} & & & Z_{MM}(t+at) \end{bmatrix} \quad (32)$$

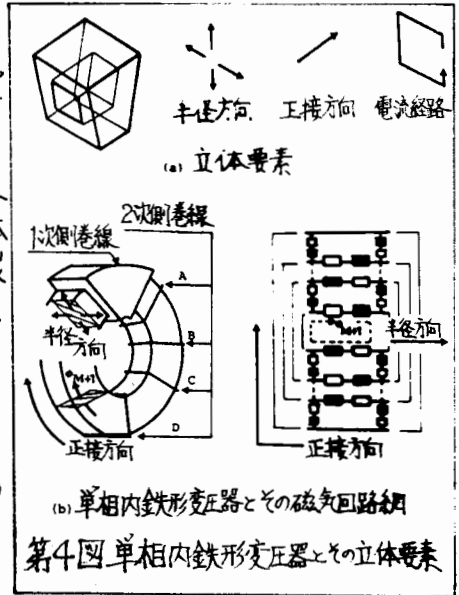
(32)式の行列 $F[\alpha]$, G , $\Phi[t]$, $\Phi[t+at]$, $Z[t]$ および $Z[t+at]$ の各要素は(20)式の場合と同様にして求まり、また T は転置行列を示す。

(31)および(32)式を第4図(b)の磁気回路網と比較してみると、回路の自由度より第4図(b)の点線で示したループ磁束 ϕ_{M+1} がこの回路網の計算には必要であることがわかる。第4図(b)のループ磁束 ϕ_{M+1} は最も内側の立体要素を流れ、その方向は正接方向であるので次の関係式を得る。

$$\Phi[t] = C^T \Phi^c[t], \quad \Phi[t+at] = C^T \Phi^c[t+at] \quad (33)$$

ここで添え字 c は3次元磁界における物理量であることを示し、 M 行 $(M+1)$ 列の行列 C^T は次式で与えられる。

$$C^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & -1 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & -1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (34)$$



(31)式の両辺に行列Cを左から乗じ(33)式の関係を使うと、(31)式より両辺は次式の如くなる。

$$C \langle F[\alpha] + \{G + Z[t]\} C^T \Phi^c[t] \rangle = C \{G + Z[t+\Delta t]\} C^T \Phi^c[t+\Delta t] \quad (35)$$

したがって、

$$F^c[\alpha] = C F[\alpha], G^c = C G C^T, Z^c[t] = C Z[t] C^T, Z^c[t+\Delta t] = C Z[t+\Delta t] C^T \quad (36)$$

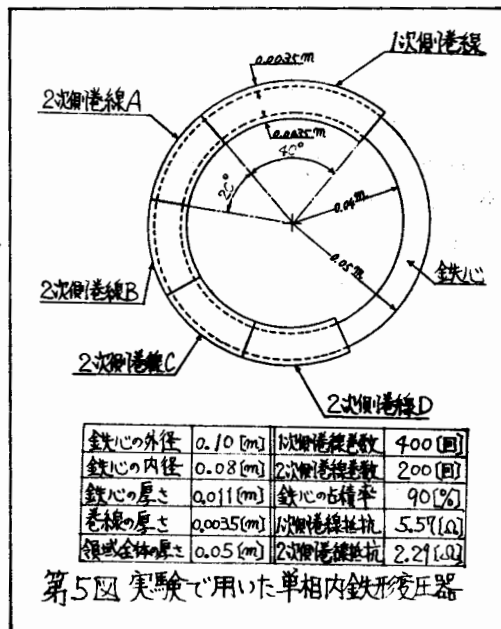
とすると、全体領域についての3次元磁界方程式は次式の如くなる。

$$F^c[\alpha] + \{G^c + Z^c[t]\} \Phi^c[t] = \{G^c + Z^c[t+\Delta t]\} \Phi^c[t+\Delta t] \quad (37)$$

第4章 解析結果

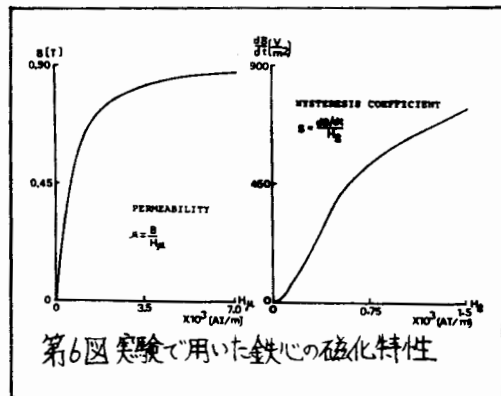
4.1 数値解と実験値との比較

実験で用いた単相内鉄形変圧器を第5図に、そしてその鉄心材料の磁化特性を第6図にそれぞれ示す。数値計算は論文[1]と同じ方法を用い、第6図の曲線は線形補間で近似した。第7図、第8図、第9図および第10図に第5図に示した変圧器の正弦波印加電圧に対する過渡状態および定常状態における計算値と実験値との比較を示す。数値計算はパラメータ $\alpha = 0.5$ 、時間きざみ幅 $\Delta t = 0.25$ [msec]、半径方向および正接方向の分割個数 $M_r = 6$ および $M_t = 8$ で行なった。また、第7図、第8図、第9図および第10図の物理定数は第1表に示すとおりである。



4.2 考察

- (i) 過渡状態および定常状態を示した第7図、第8図および第9図の実験値と計算値のグラフをみると、両者の波形は良く一致している。
- (ii) 電流波形の半周期が非対称形をなすのは鉄心材料のヒステリシス現象のためであり、計算値はこの特性を良く表わしている。



- (iii) 第10図をみると、計算値は漏れ磁束による影響も良く再現していることがわかる。
- (iv) 本論文で用いた3次元磁気回路モデルで領域(M+1)のみを用いたものは、漏れ磁束を考慮しない1次元集中モデルに相当する。[2]

第5章 結言

動的ヒステリシス現象を考慮した単相内鉄形変圧器の3次元数値解析を行なった結果、良い精度で実験値と計算値が一致した。本論文で用いた数値解モデルにより、単相内鉄形変圧器の電子計算機による自動設計への展望がみえてきた。

最後に種々の御意見を頂いた本学山村龍男教授に厚くお礼を申し上げます。

文献

[1] Y.Saito, "Three-Dimensional Analysis of Magnetodynamic Fields in Electromagnetic Devices Taken into Account the Dynamic Hysteresis Loops," *IEEE Trans. Magnetics*, Vol. MAG-18, pp.546-551, Mar. 1982

[2] 新藤兆吉, 早乙女英夫「動的ヒステリシスモデルの集中定数回路への応用」, 電子通信学会, 回路とシステム研究会, 1982年9月24日, CAS 82-61

[3] Y.Saito, "Three-Dimensional Analysis of Non-linear magneto-static Fields in a Saturable Reactor," *Comp. Meths. Appl. Mech. Eng.*, Vol. 16, No.1, Oct. 1978, pp.101-115.

第1表 数値計算入力データ

| | 印加電圧 実効値 [V] | 周波数 [Hz] | 入力位相角 [Deg.] | 2次側 負荷抵抗 [Ω] |
|----------|--------------------|-------------|-----------------|--------------------|
| 第7図 | 20 | 50 | 108 | 1 |
| 第8図, 第9図 | 20 | 50 | — | 100 |
| 第10図 | 20 | 50 | — | 100 |

