

# ウェーブレット変換の基礎と応用

齋藤 兆古 法政大学工学部

**Wavelets Transform Fundamentals and Applications**

Yoshifuru SAITO College of Engineering, Hosei University

キーワード ウェーブレット変換、信号処理、データ圧縮

## 1. はじめに

ウェーブレット変換はフーリエ変換を拡張した概念から始まり、非直交基底を用いた連続系ウェーブレット変換の信号解析に対する有用性が示され、多くの工学・理学的応用がなされている。その後、スペクトラムにエネルギーの概念が与えられる離散値系直交ウェーブレット変換が提唱され、スペクトラムの特性から信号を評価するフーリエ変換的概念から、原空間の信号を抽出・分解する新しい信号処理技術分野を確立しつつある<sup>1)</sup>。

他方、1980年代から個人用計算機(パソコン)は低価格化と高性能が相俟って急速に普及し、その結果、時間領域一次元信号から高次元の映像情報信号まで個人レベルでハンドリングが可能となりつつある。本稿はこのような現状を踏まえ、信号処理技術として有用な離散値系直交ウェーブレット変換について可能な限り簡明な解説を行うことを目的としている。

ウェーブレット変換に関して、極めて多くの文献が国内外を問わず出版されている。また、ウェーブレット変換のパッケージも販売されているにもかかわらず、依然として本稿のような解説が必要とされる背景は、ウェーブレット変換が1980年代から始まった比較的新しい技術であるため、多くの文献がウェーブレット変換の物理的意味を把握するよりもむしろ、理論的基礎について述べていることに一因があると考えられる。このため、本稿ではウェーブレット変換の物理的意味を主体として具体的な例題を取り上げ、離散値系ウェーブレット変換が数値データを系統的にソート(並べ替え)する手法であり、決して難解な数学的な手段でないことを述べる。

## 2. 縮小値系直交ウェーブレット変換の基礎

### 2.1 縮小値データのソーティング

規則的にサンプリングされた2個の数値データ  $a, b$  からなるベクトル  $\mathbf{X}$  を考えよう。

$$\mathbf{X} = (a \ b)^T \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

ベクトル  $\mathbf{X}$  の性質を調べるために、ベクトル  $\mathbf{X}$  の平均(要素  $a$  と  $b$  の重み付き平均) 情報と変化率(要素  $a$  と  $b$  間の重み付き差分) 情報へベクトル  $\mathbf{X}$  の要素をソート、すなわち、並べ替えることを考える。ベクトル  $\mathbf{X}$  の平均情報と変化率情報は、

$$\begin{aligned} X_{ave} &= c_0a + c_1b \\ X_{var} &= c_2a - c_3b \\ \text{or} \quad & \dots \dots \dots \quad (2) \end{aligned}$$

$$\mathbf{X}' = C\mathbf{X}$$

$$\mathbf{X}' = \begin{pmatrix} X_{ave} \\ X_{var} \end{pmatrix} C = \begin{pmatrix} c_0 & c_1 \\ c_2 & -c_3 \end{pmatrix}$$

の形で表現できるであろう。式(2)で、 $c_0, c_1, c_2, c_3$  は重み定数であり、ベクトル  $\mathbf{X}$  と  $\mathbf{X}'$  の関係は、前者が式(1)に示す原ベクトルであり、後者が前者を構成する要素  $a, b$  の平均情報(重み付き平均)と変化率情報(重み付き差分)を要素とするベクトルである。次に、ベクトル  $\mathbf{X}'$  からもとのベクトル  $\mathbf{X}$  を次式で復元することを考える。

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= C^T \mathbf{X}' \\ \text{or} \quad & \dots \dots \dots \quad (3) \end{aligned}$$

$$\mathbf{X} = C^T C \mathbf{X}'$$

式(3)が成り立つためには

$$C^T C = I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{or} \quad \dots \quad (4)$$

$$c_0^2 + c_2^2 = 1$$

$$c_0 c_1 - c_2 c_3 = 0$$

$$c_1^2 + c_3^2 = 1$$

が成り立たねばならない。しかし、式(4)は式の数が3個であるため、式(4)の条件だけでは4個の未知数 $c_0, c_1, c_2, c_3$ を決定できない。このため、ベクトル $\mathbf{X}$ の要素 $a, b$ が等しければゼロとなる条件

$$c_2 - c_3 = 0$$

$$\text{or} \quad \dots \quad (5)$$

$$c_2 = c_3$$

を追加すれば、式(4)から

$$c_0 c_1 - c_2 c_3 = c_0 c_1 - c_2^2 = 0$$

$$\Rightarrow c_2 = \sqrt{c_0 c_1},$$

$$c_0^2 + c_2^2 = c_0^2 + c_0 c_1 = 1$$

$$\Rightarrow c_1 = \frac{1 - c_0^2}{c_0} \quad \dots \quad (6)$$

$$c_1^2 + c_3^2 = c_1^2 + c_0 c_1 = c_1^2 + (1 - c_0^2) = 1$$

$$\Rightarrow c_0 = c_1,$$

$$\therefore c_0 = c_1 = c_2 = c_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

として、式(2)の重み係数が得られる。式(5)の仮定を行い、式(1)のベクトル $\mathbf{X}$ が持つ平均情報と変化率情報へ変換する係数行列

$$C = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \dots \quad (7)$$

をドビッキー (Daubechies) の2次基底関数と呼ぶ。2次基底関数と呼ばれる所以は、式(2)の変換行列 $c_0$ から $c_3$ まで4個の重み係数を仮定したが、実際に使われる係数は $1/\sqrt{2}$ と $-1/\sqrt{2}$ との2個であることに起因する。

次に、式(1)のベクトル $\mathbf{X}$ が4個の数値データから構成される場合、

$$\mathbf{X} = (a \ b \ c \ d)^T \quad \dots \quad (8)$$

に対してドビッキーの2次基底関数を使って平均情報と変化率情報へベクトル $\mathbf{X}$ の要素をソート、すなわち、並べ替えることを考えよう。まず、式(7)をそのまま4次へ拡大して

$$\mathbf{X}' = \begin{pmatrix} X_{ave1} \\ X_{var1} \\ X_{ave2} \\ X_{var2} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \quad \dots \quad (9)$$

とすることは誰しも考え付くであろう<sup>1)</sup>。しかし、式(9)はベクトル $\mathbf{X}$ 全体としての平均情報と変化率情報とは言いたい。このため、式(9)を更に次式で並べ替える。

$$\begin{aligned} \mathbf{X}' &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1000 \\ 0010 \\ 0100 \\ 0001 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{ave1} \\ X_{var1} \\ X_{ave2} \\ X_{var2} \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1000 \\ 0010 \\ 0100 \\ 0001 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & -\sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = C^{(2)} \mathbf{X} \end{aligned} \quad \dots \quad (10)$$

式(10)で得られるベクトル $\mathbf{X}'$ で、第1行の要素は式(8)のベクトル $\mathbf{X}$ 全体の平均情報、第2行の要素は前半の要素 $a, b$ と後半の要素 $c, d$ 間の変化率、第3行と第4行の要素はそれぞれ隣接する要素 $a, b$ と $c, d$ 間の変化率情報を表す。以上のソーティング、すなわち、並べ替え演算が実は、ドビッキーの2次基底関数を用いた1次元ウェーブレット変換と呼ばれ、ベクトル $\mathbf{X}'$ を構成する第1行の要素はマザーウェーブレットスペクトラム (mother wavelet spectrum)、第2行から4行までの要素はドウターウェーブレットスペクトラム (daughter wavelet spectrum) と呼ばれる。また、ベクトル $\mathbf{X}'$ の第1行要素 (ベクトル $\mathbf{X}$ の平均情報) をレベル (level) ゼロのスペクトラム、第2行の要素 (前半の要素 $a, b$ と後半の要素 $c, d$ 間の変化率) をレベル1のスペクトラム、第3行と第4行の要素 (隣接する要素 $a, b$ と $c, d$ 間の変化率) をレベル3のスペクトラムと呼ぶ。フーリエ変換的な見方をすれば、明らかにレベルゼロは一定値 (直流分)、レベル1は第1次高調波成分、レベル2は第2次高調波成分に対応する。基底関数が正弦波でないため、厳密にフーリエ変換の高調波と対応しないが、意味合いは同じである。レベルゼロ、1、2のウェーブレットスペクトラムをそれぞれ個々に逆変換すれば、ベクトル $\mathbf{X}$ の一定値 (直流) から高周波成分まで独立に分離して取り出せる。これをウェーブレット変換の多重解像度解析 (multi-resolution analysis) と呼ぶ。多重解像度解析で得られた個々の成分の和はもとのベクトル $\mathbf{X}$ を再現する。式(10)のウェーブレットスペクトラムベクトル $\mathbf{X}'$ が与えられ、式(8)のベクトル $\mathbf{X}$ が厳密に再現される条件は、 $I_4$ を4次の単位正方行列として次式で与えられる。この条件が満足されることは具

体的に計算すれば容易に確認できる。

$$\left(C^{(2)}\right)^T C^{(2)} = I_4 \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

さらに、ベクトル  $X$  の情報を偏りなくソーティング、すなわち、並べ替えできる条件はベクトル  $X$  の次数が必ず 2 のべき乗個でなければならないことは自明であろう。

## 2.2 ウェーブレット変換の一般化

2のべき乗個の要素からなるベクトル  $X$  をソーティングする演算として最も簡明なドビッシーの2次基底関数を用いたウェーブレット変換を導いた。ここでは、やや複雑に見えるがベクトル  $X$  に周期性を仮定した次式の変換行列  $C$  を考える。

$$C = \begin{vmatrix} c_0 & c_1 & c_2 & c_3 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_3 & -c_2 & c_1 & -c_0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_0 & c_1 & c_2 & c_3 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 & -c_2 & c_1 & -c_0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & c_0 & c_1 & c_2 & c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & c_3 & -c_2 & c_1 & -c_0 & 0 \\ c_2 & c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & c_0 & c_1 & 0 \\ c_1 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & c_3 & -c_2 & 0 \end{vmatrix} \quad (12)$$

式(12)で、第1行はベクトルXの要素1から4までにそれぞれ係数 $c_0, c_1, c_2, c_3$ を重みとする平均値を意味する。第2行はベクトルXの要素1から4までにそれぞれ係数 $c_0, c_1, c_2, c_3$ を重みとする差分をとることを意味する。換言すれば、式(12)の第1行は重みを付けた積分演算に対応するデジタルフィルターであり、第2行は重みを付けた微分演算に対応するデジタルフィルターである。第3、4行はそれぞれベクトルの要素3から6までに対する積分と微分演算を行うことを意味する。したがって、積分と微分演算は2次基底関数の場合と同様にベクトルの2要素ずつ循環する形で行われる。

次に、逆変換を可能とするために式(4)と同様に次の条件を仮定する。

$$C^T C = I \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

ここで、 $I$  は  $C$  と同じ次数を持つ単位正方行列を示す。式(13) は

$$c_0^2 + c_1^2 + c_3^2 = 0$$

$$c_+ c_- + c_- c_+ = 0$$

を意味する。式(4)の場合と同様に式の数が未知数の数よ

り少なく、式(14)から係数  $c_0, c_1, c_2, c_3$  を決めるることはできない。このため、次の条件を追加する。

$$\begin{aligned} c_2 - c_2 + c_1 - c_0 &= 0 \\ 0c_3 - 1c_2 + 2c_1 - 3c_0 &= 0 \end{aligned} \quad \dots \quad (15)$$

式(15)で、最初の条件は入力データが一定値であれば常にゼロとなることを意味する。第2の条件は入力データが単調増加であっても常にゼロであることを意味する。したがって、入力データが2次関数以上の変化率を持つとき、第1段階の差分演算を受けた項はゼロでない値を持つ。第2段階は重み付き積分もしくは平均値の項から2次関数以上の変化率を抽出する演算となる。このことから、この場合のウェーブレット演算は2次基底関数を用いたウェーブレット演算よりも大きな変化率を抽出する変換となる。

式(14) に式(15) の条件を追加することで

$$c_0 = \frac{1+\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, c_1 = \frac{3+\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, \dots \quad (16)$$

$$c_2 = \frac{3-\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, c_3 = \frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}$$

を得る。式(16)は4個の重み係数を持つため、ドビッサーの4次基底関数と呼ぶ。すなわち、式(5)や式(15)のように係数の個数が増加するごとに低次の変化分を系統的にゼロとする条件を附加することで得られる基底関数をドビッサーは導いた。また、式(5)や式(15)の条件を系統的に選択することで異なる基底関数が導かれる<sup>2)</sup>。

## 2.3 高次元ウェーブレット変換

ウェーブレット変換はフーリエ変換と同様に1次元から $n$ 次元データへ適用できる<sup>3)</sup>。ここでは、実用的で簡明な2次元ウェーブレット変換について述べる。

いま、 $m$ 行 $n$ 列からなる2次元配列 $X_{m \times n}$ のウェーブレット変換を考える。ここで、 $m$ と $n$ は2のべき乗である。2次元配列 $X_{m \times n}$ を $n$ 次の列ベクトル $\mathbf{d}_i, i=1, 2, \dots, m$ を使って書けば、

$$X_{m \times n} = (\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \dots, \mathbf{d}_m) \quad \dots \quad (17)$$

と書けるから、 $C_n$ を  $n$  行  $n$  列からなるウェーブレット変換行列とすれば、

$$C_n X_{m \times n} = C_n (\mathbf{d}_1 \ \mathbf{d}_2 \ \cdots \ \mathbf{d}_m) \quad \dots \quad (18)$$

$$= (C_n \mathbf{d}_1 \ C_n \mathbf{d}_2 \ \cdots \ C_n \mathbf{d}_m)$$

の演算で、 $m$  個の列ベクトル  $\mathbf{d}_i, i = 1, 2, \dots, m$ , のウェーブレット変換ができる。他方、2次元配列  $X_{m \times n}$  を  $m$  次の行ベクトル  $\mathbf{e}_i^T, i = 1, 2, \dots, n$ , を使って書けば、

$$X_{m \times n} = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_1^T \\ \mathbf{e}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{e}_n^T \end{pmatrix} \quad \dots \quad (19)$$

と書けるから、 $C_m$  を  $m$  行  $m$  列からなるウェーブレット変換行列とすれば、

$$X_{m \times n} C_m^T = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_1^T \\ \mathbf{e}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{e}_m^T \end{pmatrix} C_m^T = \begin{pmatrix} [C_m \mathbf{e}_1]^T \\ [C_m \mathbf{e}_2]^T \\ \vdots \\ [C_m \mathbf{e}_m]^T \end{pmatrix} \quad \dots \quad (20)$$

の演算で、2次元配列  $X_{m \times n}$  を構成する  $m$  次の行ベクトル  $\mathbf{e}_i^T, i = 1, 2, \dots, n$ , のウェーブレット変換ができる。式(19), (20)をまとめて書けば、2次元配列に対するフーリエ変換と同様な形でウェーブレット変換も

$$X'_{m \times n} = C_n X_{m \times n} C_m^T \quad \dots \quad (21)$$

の演算で行われる。

### 3. 離散値系直交ウェーブレット変換の応用

#### 3.1 1次元時間領域信号処理

図1は差動コイルを用いた金属の位置センサーである。ターゲット金属が中心に位置する場合、内側に配置された差動コイルの出力電圧はゼロとなる。ターゲット金属が中心からはずれた図1の状態では、内側に位置する差動コイルの左右で鎖交する磁束の大きさが異なり、差動コイルから出力電圧が得られる。実際は、完全に左右対称な励磁コイルやサーチコイルは作成できないため、図2(a)に示すようにターゲット金属が存在しない場合にも差動コイルの出力電圧が得られる。ただし、図2(a)は最大絶対値で正規化してある。図2(b)は、ターゲットが存在する場合の出力信号を最大絶対値で正規化した時間領域信号波形である<sup>4)</sup>。

図3(a)と3(b)はそれぞれ、図2(a)と2(b)のフーリエスペクトラムである。図2から信号波形の周波数は把握できない。しかし、図3から、このセンサーのパルス応答は比較的低周波数の2成分からなり、ターゲットが存在する場合、高周波の支配的成分の振幅が減少していることがわかる。図4(a)と4(b)にドビッサーの8次基底関数を用いたウェーブレット多重解像度解析の結果を示す<sup>2)</sup>。図

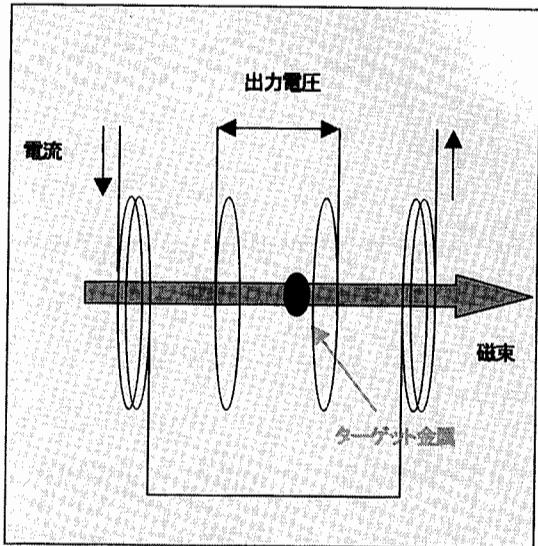
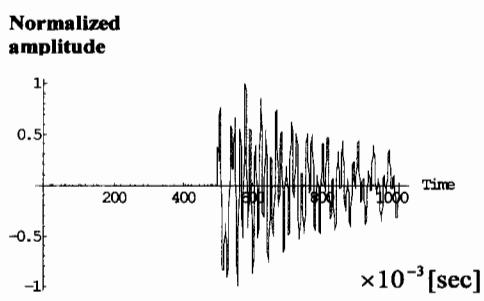
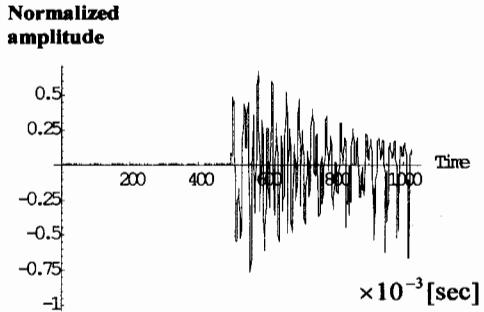


図1 差動コイル型磁気センサーの概念図  
(カラーページ 799 参照)



(a) ターゲット金属無し



(b) ターゲット金属有り

図2 差動コイル型磁気センサーのパルス応答波形

3のフーリエスペクトラムから信号波形の比較的低周波成分が支配的であることがわかっているから、時間軸を共通として、縦軸方向成分にターゲットが存在しない場合のレ

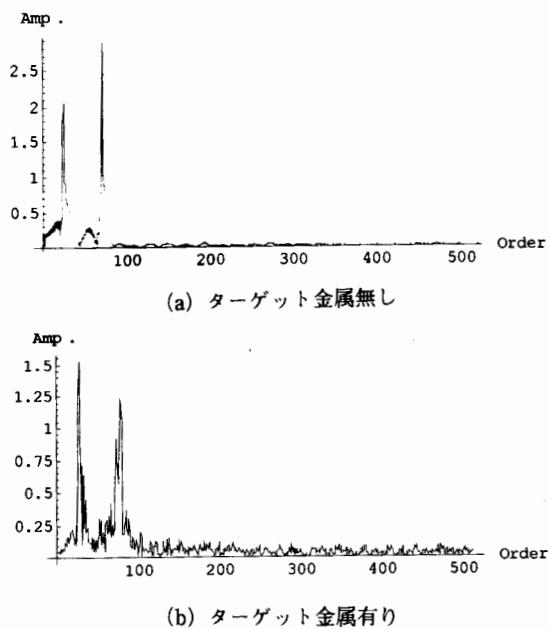


図3 図2に示すパルス応答波形のフーリエスペクトラム

ベルゼロから4までの和、横軸方向成分にターゲットが存在する場合としない場合の差信号のレベルゼロから4までの和としてベクトル化した波形を作成する。すなわち、縦軸成分と横軸成分をそれぞれ入力信号と出力信号とするベクトル化波形を作成する。図5がベクトル化された磁気センサーの応答特性である。縦軸の入力信号が半周期経過した後、ターゲットの応答信号が発生している。また、信号入力開始時の過渡現象部分を除いて、定常状態へ近づくほど、波形が正弦波状となることがわかる。これは、出力信号の大部分が図1に示す両端に位置する2個の励磁コイルの共振周波数からなるためである。

### 3.2 ベクトルデータの圧縮

図6は立方体の各面に垂直な磁界成分の測定から逆問題の解として得られた誘導加熱コイルに流れる準3次元電流ベクトル分布である<sup>5)</sup>。図6中の電流ベクトルが周辺空間へ与える3次元磁界分布を図7に示す。図7中の磁界ベクトルをウェーブレット変換し、ウェーブレットスペクトラムの構成するベクトル分布を図8に示す<sup>3), 5)</sup>。なお、計算に採用したウェーブレット変換の基底関数はドビッサーの2次であり、縦・横・高さを8, 8, 4へ等分割した点のベクトル256個をウェーブレット変換の対象とした。図8のベクトル分布を観察すれば、図8のベクトルで支配的な成分は極めて少なく、ベクトルの大きい順にせいぜい8個程度であることがわかる。図8で、原点に位置する最も大

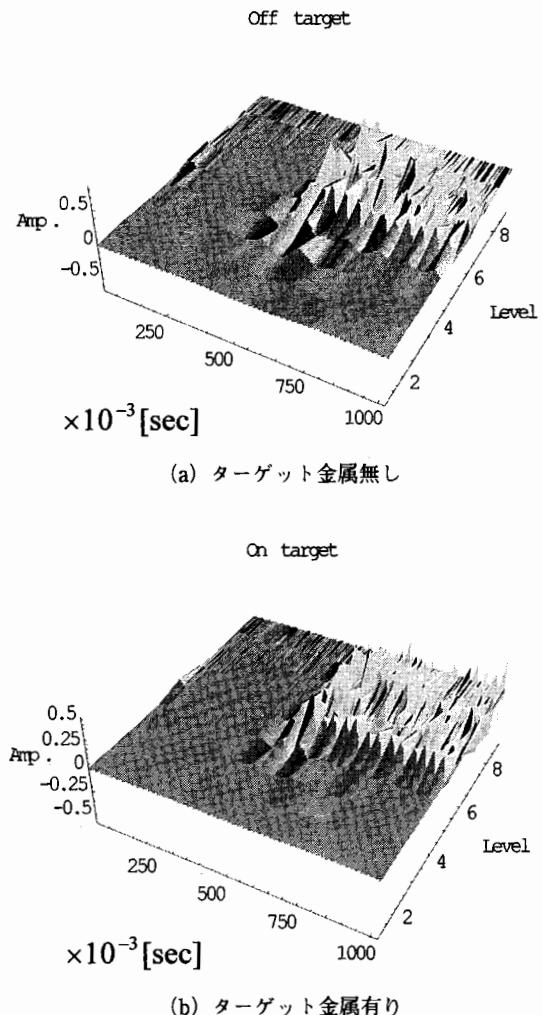


図4 図2に示すパルス応答波形をドビッサーの8次基底関数を用いてウェーブレット多重解像度解析を行った結果  
(カラーページ799参照)

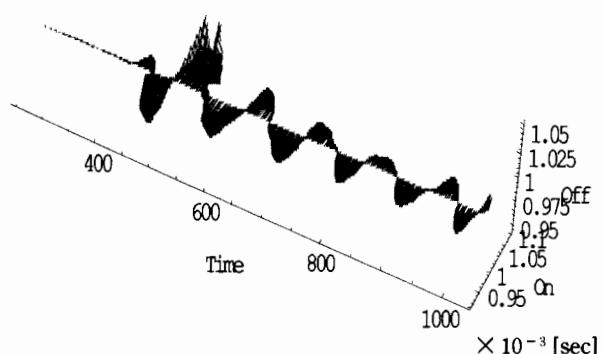


図5 ベクトル化表示した差動コイル磁気センサーの入出力特性  
縦方向：入力信号、横方向：出力信号

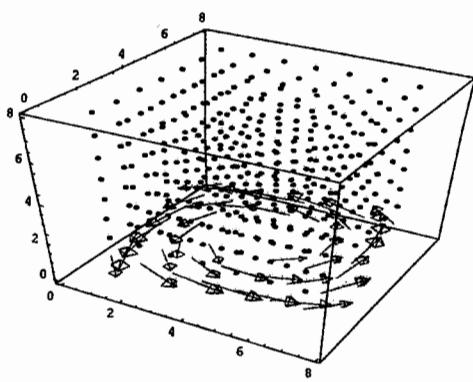


図6 立方体の各面の垂直方向磁界の測定から得られた準3次元電流分布の例（カラーページ800参照）

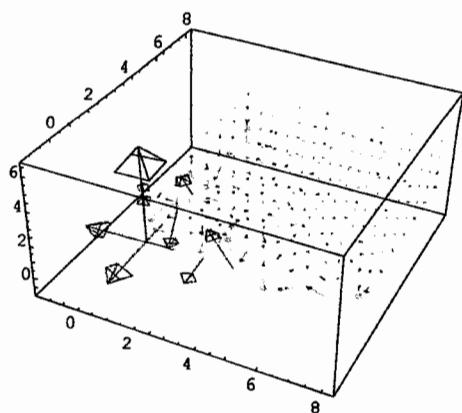


図8 図7の磁界ベクトルをドビッキーの2次基底関数を用いて得られたウェーブレットスペクトラムベクトル（カラーページ800参照）

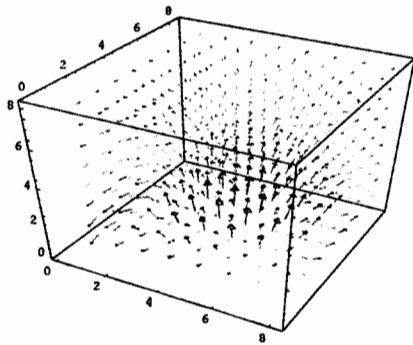


図7 図6の電流が与える立方体内の3次元磁界ベクトル分布（カラーページ800参照）

きなベクトルはマザーウェーブレットの形成するベクトルであり、図7中のベクトル全体の平均的方向と大きさを持つ。マザーウェーブレット近傍のドウターウェーブレットが形成するベクトルは、低レベルから高レベルになるに従い1次関数的変化から高次関数的変化を表すウェーブレットスペクトラムベクトルを形成する。

図9は、図8でベクトルの大きい順に8個抽出したウェーブレットスペクトラムベクトルを逆変換して得られた3次元磁界分布であり、その再現性を相関係数で評価すれば0.9である。したがって、ウェーブレット変換は一見複雑でデータ量の多いベクトル情報に対しても、データを規則的にソーテイング、すなわち、並べ替えることで主要な支配的成分の抽出を可能とすることがわかる。

#### 4. まとめ

本稿では、離散値系直交ウェーブレット変換に絞って可能な限り簡明に原理を解説した。とくに、難しい用語は避

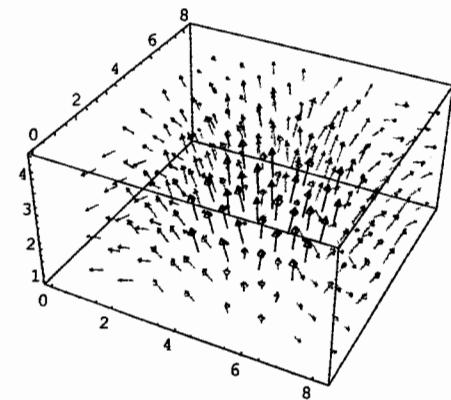


図9 図8のウェーブレットスペクトラムベクトルで大きい8個のウェーブレットスペクトラムベクトルから再現された3次元磁界ベクトル分布（カラーページ800参照）

け、ウェーブレット変換を単純なデータソーテイング方法として位置付けた解説を行った。本稿の解釈を拡張すればフーリエ変換もデータのソーテイング方法と位置付けることも可能である。しかし、フーリエ変換は信号解析の常套手段であり、細かい解説の必要はない。ウェーブレット変換は比較的歴史が浅く、数学的記述法がフーリエ変換とかなり異なり、一見難解に見えるため、可能な限り簡明とするために風変わりな解説となったかも知れない。

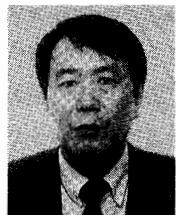
具体的な応用例として、時間領域の1次元信号処理と3次元ベクトルデータのウェーブレット変換を取り上げた。前者は多重解像度解析によるデータのベクトル化表示法の提案であり、後者はデータ量が膨大となるベクトルデータの圧縮法の提案である。

ウェーブレット変換は、フーリエ変換が正弦波（虚数部）

と余弦波(実数部)を基底関数とするのに対し、離散値系の直交基底に限っても式(5),(15)の条件設定で多くのパリエーションが存在する。これが応用数学者にとって、新しい基底関数を系統的に導く魅力となっている。しかし、ウェーブレット変換を利用する技術者にとって、フーリエ変換のように単純に利用する障害となっているかも知れない。現時点で、ウェーブレット変換の基底関数を最適に選ぶ手段は存在せず、個々の問題に対して技術者の経験に頼るところが大きい。筆者の浅い経験に拠れば、データの個数が少ない信号に対しては本稿で取り上げたドビッサーの2次基底関数のような比較的低次の基底関数が望ましい。データの個数が多ければ比較的高次の基底関数を用いるが、基本的な考え方として、低次・高次を問わずどのような基底関数を用いても共通に抽出される成分を支配的成分とする。この考え方方が正しいか否かは読者の奮闘で明らかにされることを期待する。

## 参考文献

- 1) 斎藤兆古: Mathematicaによるウェーブレット変換, 朝倉書店, (1997年9月)
- 2) 斎藤兆古: ウェーブレット変換の基礎と応用, 朝倉書店, (1998年5月)
- 3) 松山佐和, 小口雄康, 宮原晋一郎, 斎藤兆古: 3次元ウェーブレット変換の応用, 日本シミュレーション学会, 2-II-3, (1998)
- 4) 河内裕記, 早野誠治, 斎藤兆古, 國井利泰: ウェーブレット変換を用いた差動磁気センサーの可視化信号処理, 第27回可視化情報シンポジウム, (1999年7月7, 8日, 工学院大学, 東京)
- 5) 宮原晋一郎, 早野誠治, 斎藤兆古: ウェーブレット変換による3次元電磁界分布可視化, 第27回可視化情報シンポジウム, (1999年7月7, 8日, 工学院大学, 東京)



斎藤 兆古 法政大学(184-8584 東京都小金井市梶野町3-7-2)工学部電気電子工学科・教授

1975年法政大学大学院博士課程修了(工学博士)。1975年法政大学工学部に奉職以来、誘導電動機の電磁ノイズ、有限要素法、磁化特性のモデリング、生体磁気、電磁界系逆問題、ウェーブレット変換応用に関する研究に従事。

<趣味>読書、PCをいじること

## 解説 ウェーブレット変換の基礎と応用

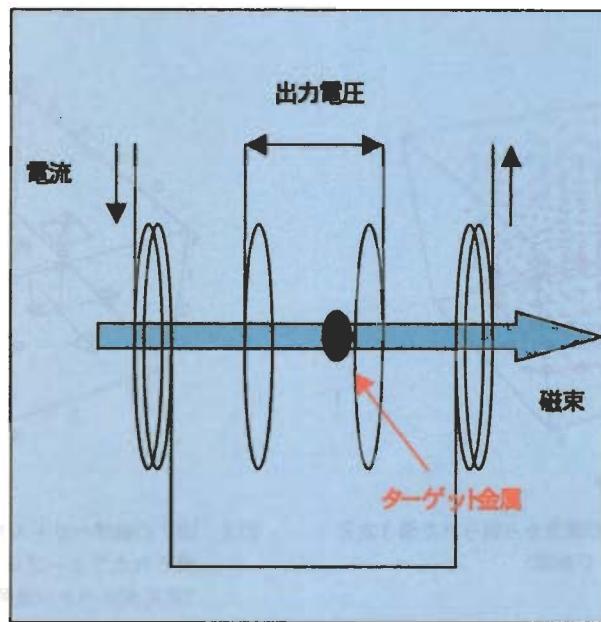


図1 差動コイル型磁気センサーの概念図（本文805ページ参照）

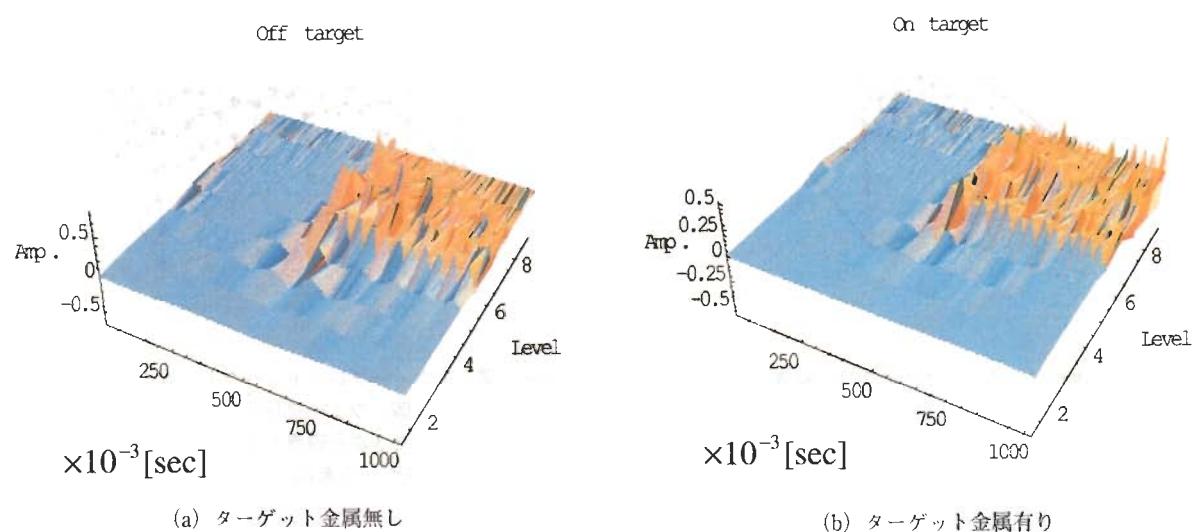


図4 図2に示すパルス応答波形をドビッシャーの8次基底関数を用いてウェーブレット多重解像度解析を行った結果  
(本文806ページ参照)

## 解説 ウェーブレット変換の基礎と応用

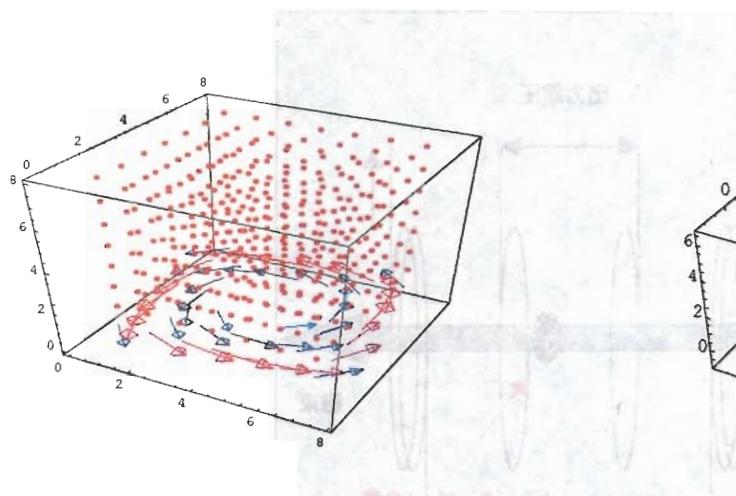


図6 立方体の各面の垂直方向磁界の測定から得られた準3次元電流分布の例（本文807ページ参照）

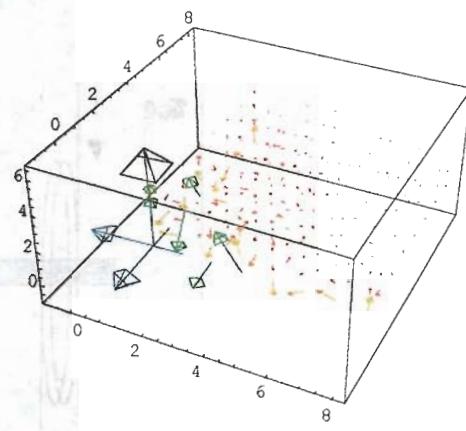


図8 図7の磁界ベクトルをドビッサーの2次基底関数を用いて得られたウェーブレットスペクトラムベクトル（本文807ページ参照）

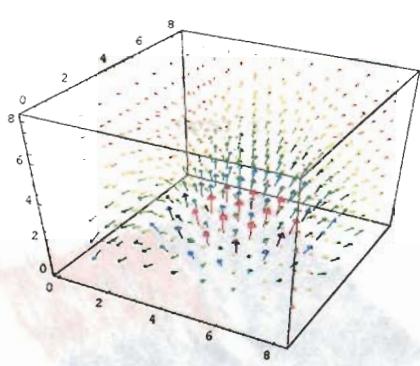


図7 図6の電流が与える立方体内の3次元磁界ベクトル分布（本文807ページ参照）

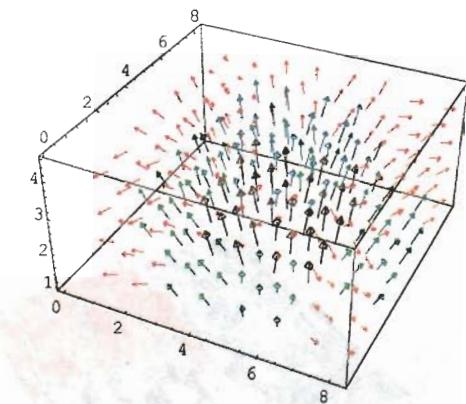


図9 図8のウェーブレットスペクトラムベクトルで大きさの大きい8個のウェーブレットスペクトラムベクトルから再現された3次元磁界ベクトル分布（本文807ページ参照）

# 卷頭言



## 特集「NDIのための信号処理について」刊行にあたって

NDIのための信号処理シンポジウム  
実行委員長 星川 洋\*

信号処理技術はデジタル技術の進歩と相俟って、各種の計測技術におけるSN比の向上を目的とした各種信号の処理、音声や画像における信号の処理、システム解析、情報解析などの分野の基盤技術として、現在までに大きな進歩・発展を遂げている。非破壊検査においても、放射線透過試験、超音波探傷試験、磁気探傷試験、浸透探傷試験、渦流探傷試験、赤外線サーモグラフィなどの多くの試験方法において、信号処理は重要な技術となっている。現在の非破壊試験では各種のセンサによって得られた信号について、SN比の向上及び信号の表示など多岐にわたって信号処理技術が適用されている。すなわち、信号処理は非破壊試験における基本的な技術の一つであると考えられる。

表面探傷分科会（植竹一蔵主査）では、以上のような現状に鑑み、広く関係学協会の協賛を得て、平成11年1月26日・27日の両日、最近の信号処理技術動向の紹介とその表面探傷への応用に関する公開シンポジウム及び関連機器の展示会を開催した。シンポジウムでは、輿水大和中京大学教授に「画像信号処理の基礎と応用」、斎藤兆古法政大学教授に「ウェーブレット変換の基礎と応用」、Gros九州大学研究員に「Signal Processing with NDT Data Fusion」について、また日本クラウトクレーマー（株）の三浦俊治氏に「ハードウェアによる高速信号処理技術の現況」と題する特別講演をお願いした。その他、信号処理に関係した15件の研究発表が行われた。

本特集は、このシンポジウムで発表されたものの中から、画像処理技術など本誌で既に特集号が発行されているものを除いて、編集担当者が特に本誌の読者に興味を持って頂けるものと判断したものを見りすぐつて構成されている。時間領域の信号波形の解析には、従来からフーリエ変換が用いられることが多いが、フーリエ変換における周波数領域には時間の情報がなく、高調波の原因となる信号を探すことができない。一方ウェーブレット変換は時間領域と周波数領域の情報を同時に観察できる方法である。信号の中から変化率が大きな部分を抽出し、例えば画像の輪郭のみを取り出すことができる。この方法を適用してきず信号を検出することに応用することもできる。斎藤先生にはシンポジウムで逆問題解析への応用例を紹介して頂いた。逆問題は非破壊試験における究極の技術であり、ウェーブレット変換は信号処理法として非破壊試験に適用される機会が多くなると考える。

九州大学で非破壊試験に関する研究をしておられたGros博士には、複数の非破壊試験によるデータを融合してきず評価を行う技術である「データフュージョン」について報告して頂いた。より信頼性が高いきずの評価を行うためには、一つのデータだけでなく、複数の情報を利用する技術が必要となる。データフュージョン技術は、今後適用される機会が増えるものと考える。また本特集号には、ワイヤロープの磁気式探傷装置において信号処理を適用してSN比を改善した例、カメラを利用した検査装置における画像処理技術の適用、浸透探傷試験に画像処理技術を適用して自動評価を行うシステムの構築なども含まれている。読者諸氏が非破壊試験に信号処理技術を適用するに当たって、本号がご参考となれば幸いである。

\* 日本大学生産工学部電気工学科(285-8575 千葉県習志野市泉町1-2-1)教授  
山形大学大学院修士課程修了。1967年日本大学に勤務以来、主として渦流探傷試験における各種の信号処理法及び新しいプローブの開発に関する研究に従事。工学博士。